

# ネットワークの重要度評価：確率重要度とクリティカルリティ重要度による信頼性向上効果\*

## Highway Network Importance Indices: Network Reliability Improvement using Probability Importance vs. Criticality Importance

若林拓史\*\*・大野隆晴\*\*\*

by Hiroshi WAKABAYASHI and Takaharu OHNO

### 1. はじめに

本論文では、ネットワークの連結信頼性における重要度評価の問題をとりあげる。

信頼性とは、「システム等が規定の使用期間中、所定の機能を遂行し得る状態にあること」を意味し、信頼度とは、この信頼性を確率表現したものと定義される。この概念は、交通ネットワーク信頼性にも拡張できるが、最近では種々の概念や定義が提案されており、以下のように分類できる<sup>1)</sup>。

1) Connectivity Reliability(連結信頼性)

2) Travel Time Reliability(所要時間信頼性)

3) Capacity Reliability(容量信頼性)

このうち、1)は、経路交通量が考慮され利用者が実際に体験することとなる信頼性、

4) Encountered Reliability

として拡張されている。また、3)は、交通サービスの利用者が体験するサービスおよび供給者が提供するサービス双方のブレを反映して

5) Performance Reliability

として表現することも可能である<sup>2)</sup>。さらに、2)は、

2') Travel Time and Cost Reliability

として一般化される。また、フローの低下を対象とした

6) Flow Decrement Reliability

も提案されている。また、所与時間以内に駐車場を確保できるための

7) Parking Reliability

など<sup>3)</sup>、信頼性の概念は拡張され、適用範囲が広がってきている。

本研究で提案する重要度の概念は、システム工学の分野では従来から提案されているものの、交通ネットワークの分野では、あまり利用されていないものである。本論文で扱う重要度は、1)の連結信頼性に起源をもつものである。

### 2. 連結信頼性の定義と確率重要度

連結信頼性を所与の期間中、道路網の任意のノード間において、あるサービスレベル以上での走行移動が保証される確率的指標と定義する。同様に、リンク信頼度をそのリンク上においてあるサービスレベル以上での走行移動が保証される確率と定義する。道路ネットワークの特定のノード間のミニマルパス(ネットワークにおいて、任意のノード間が連結されるために、必要にして十分なリンクの集合)を  $P_s$  とすると信頼度の厳密値  $R$  は、

$$R(\mathbf{r}) = E \left[ 1 - \prod_{s=1}^p \left( 1 - \prod_{a \in P_s} X_a \right) \right], \quad (1)$$

で与えられる。ここで  $P_s$  は  $s$  番目のミニマルパスセット、 $p$  はパス総数を表している。この計算法を、ブール演算法<sup>4)</sup>とよんでいる。 $X_a$  は、

$$X_a = \begin{cases} 1, & \text{リンク } a \text{ での走行移動があるサービスレベル以上の場合,} \\ 0, & \text{そうでない場合,} \end{cases} \quad (2)$$

で与えられる二値確率変数である。リンク信頼度  $r_a$  は、

$$r_a = E[X_a], \quad (3)$$

で与えられる。リンク信頼度の与え方は省略する。

式(1)で与えられるノード間信頼度を効率よく向上させる問題を考える。これは高信頼性ネットワーク計画問題、あるいは、災害時などにおけるネットワーク信頼度改善問題として位置づけられる。

例えば、災害時等、交通ネットワークの信頼性を高く保つ必要のある場合どのようなリンクに着目して交通規制等をすればいいか、などが例として考えられる。従来、ネットワークの信頼度を効率的に向上させることのできるリンクの評価指標として確率重要度(Birnbaum's structural importance)が提案されている。確率重要度  $PI_a$  とは、

$$PI_a = \partial R(\mathbf{r}) / \partial r_a, \quad (4)$$

で定義される測度である<sup>4)</sup>。確率重要度には0  $PI_a$

1という性質があり、そのリンクの信頼度の維持(向上/低下)がノード間信頼度の維持(向上/低下)に与える影響度を知ることができる。ここに、

\* キーワード：ネットワーク信頼性、重要度解析、確率重要度、クリティカルリティ重要度、道路網管理

\*\* 正会員 名城大学都市情報学部 (〒509-0261 岐阜県可児市虹ヶ丘, Tel:0574-69-0131, Fax: 0574-69-0155)

\*\*\* 非会員 (株)東建コーポレーション姫路支店 (〒670-0949 姫路市三左衛門堀東の町 55, TEL:0792-25-3737)

$R$ とはノード間信頼度， $a$ はリンク番号であり， $r_a$ とはリンク信頼度である．

確率重要度には，効果的にノード間信頼度を向上させる可能性がある反面，時節で述べる欠点も持ち合わせている．本研究では，従来から提案されている確率重要度に加え，本研究で独自に考案したクリティカリティ重要度と比較することで，これらの指標による信頼度の向上効果を数値計算するものである．

### 3. 確率重要度の問題点とクリティカリティ重要度

#### (1) 直列ネットワークの場合（2リンクの場合）

直列システム（2リンク）の場合，ノード間信頼度 $R$ は，AB間のリンク信頼度を $r_1, r_2$ とすると，

$$R_{AB} = r_1 \cdot r_2, \quad (5)$$

となる．確率重要度は，リンク1，2それぞれ，

$$PI_1 = \partial R_{ab} / \partial r_1 \text{ (リンク1)}, \quad (6)$$

$$PI_2 = \partial R_{ab} / \partial r_2 \text{ (リンク2)}, \quad (7)$$

と表現できるので，

$$PI_1 = r_2, \quad (8)$$

$$PI_2 = r_1, \quad (9)$$

である．

仮に， $r_1$ と $r_2$ の関係が， $r_1 > r_2$ であるならば，

$$PI_1 < PI_2 \quad (10)$$

が成立する．

ここから，直列システムの場合では信頼度の小さいリンクの信頼度を増加させる方が効率的であることがわかる．このことは，多数のリンクからなる直列システムにも容易に拡張される．すなわち，直列システムでは，確率重要度が高く計算されるリンクは，リンク信頼度が最も小さいリンクであり，このリンクの信頼度を向上させることによって効率的にネットワークの信頼度を向上させることができる．この結果は，ネットワーク運用上あるいはネットワーク構築上，実際の，合理的である．

#### (2) 並列ネットワークの場合

図-1のネットワークを考える．AB間のノード間信頼度は，

$$R_{AB} = 1 - (1 - r_1)(1 - r_2) \quad (11)$$

で計算されるから， $PI_1 = 1 - r_2$ ， $PI_2 = 1 - r_1$ である．

仮に $r_1 > r_2$ の場合，

$$PI_1 > PI_2 \quad (12)$$

となり，信頼度の高いリンク1が信頼度改善対象

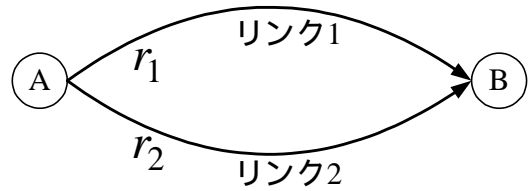


図-1 並列ネットワーク

リンクとして選択される．リンク信頼度が交通量に依存する場合，信頼度改善は交通量を減少させることを意味し，混雑しているリンクはますます混雑し，円滑なリンクはその逆となる，実用上非現実的非合理的な運用結果となる欠点がある．

さらに，確率重要度には，信頼度のきわめて高いリンクの信頼度改善は困難であるという考慮ができないという欠点がある．

上記の確率重要度の特性を踏まえ，クリティカリティ重要度を提案する．確率重要度には，もともと信頼度の高いリンク信頼度をさらに改善することは，信頼度の低いリンクを改善することより困難であるという事情が反映されていない．したがって，リンク信頼度のパーセント変化に対するノード間信頼度のパーセント変化の比として重要度を定義する方が交通計画の立場から便利である．これがクリティカリティ重要度である．システム信頼度解析でのクリティカリティ重要度<sup>5)</sup>とは式の定義を少し変え<sup>6)</sup>，リンク不信頼度を

$$q_a = 1 - r_a \quad (13)$$

とし，クリティカリティ重要度 $CI_a$ を

$$CI_a = \lim_{\Delta q_a \rightarrow 0} \left\{ - \frac{\Delta R(\mathbf{r}) / R(\mathbf{r})}{\Delta q_a / q_a} \right\} = - \frac{\partial R(\mathbf{r})}{\partial q_a} \times \frac{q_a}{R(\mathbf{r})} \quad (14)$$

で定義する．変形すると，

$$CI_a = \lim_{\Delta q_a \rightarrow 0} \left\{ - \frac{\Delta R(\mathbf{r}) / R(\mathbf{r})}{\Delta q_a / q_a} \right\} = - \frac{\partial R(\mathbf{r})}{\partial q_a} \times \frac{q_a}{R(\mathbf{r})} = \frac{\partial R(\mathbf{r})}{\partial r_a} \times \frac{(1 - r_a)}{R(\mathbf{r})} = PI_a \times \frac{(1 - r_a)}{R(\mathbf{r})} \quad (15)$$

したがって， $CI_a$ と $PI_a$ の間には

$$CI_a = (1 - r_a) PI_a / R \quad (16)$$

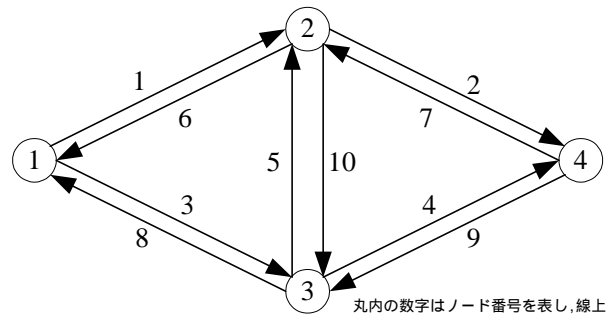
の関係がある．

クリティカリティ重要度では、信頼度が非常に高いリンクの信頼度を向上させることが困難であるということを表示できる。

4. クリティカリティ重要度の性質

(1)直列ネットワークの場合（2リンクの場合）

3.(1)と全く同様に、AB間のリンク信頼度を $r_1, r_2$ とすると、式(5)と式(16)から、リンク1, 2のクリティカリティ重要度はそれぞれ、



丸内の数字はノード番号を表し、線上の数字はリンク番号を表している

図-2 ネットワ - ク形状(4ノード10リンク)

表-1 確率重要度に着目したネットワーク信頼度改善(総交通量3000台)

		初期状態	交通状態1	交通状態2	交通状態3	交通状態4
交通量(単位:台) (合計3000台)	リンク1	1860(6.86)	1860(6.86)	1920(7.25)	1920(7.25)	1920(7.25)
	リンク2	1860(6.86)	1560(5.28)	1380(4.58)	1200(4.04)	1080(3.76)
	リンク3	1140(6.74)	1140(6.74)	1080(6.03)	1080(6.03)	1080(6.03)
	リンク4	1140(6.74)	1440(11.56)	1620(15.60)	1800(20.66)	1920(24.65)
( )内:所要時間(単位:分)	リンク5	0(1.00)	0(1.00)	60(1.00)	60(1.00)	60(1.00)
	リンク10	0(1.00)	300(1.00)	600(1.01)	780(1.03)	900(1.04)
	リンク1	0.481926	0.555051	0.554833	0.582261	0.592812
	リンク2	0.481926	0.617914	0.656315	0.680140	0.690841
	リンク3	0.296886	0.341934	0.416025	0.438814	0.444502
	リンク4	0.296886	0.133832	0.055648	0.013198	0.003041
確率重要度	リンク5	0.054380	0.095643	0.149220	0.164308	0.169243
	リンク10	0.054380	0.011370	0.002656	0.000438	0.000081
	規制リンク	なし	リンク2	リンク2	リンク2	リンク2
	リンク1	0.359540	0.359542	0.361602	0.361602	0.361602
	リンク2	0.359540	0.180432	0.072629	0.016923	0.003910
	リンク3	0.359540	0.359542	0.361602	0.361602	0.361602
クリティカリティ重要度	リンク4	0.359540	0.180432	0.072629	0.016923	0.003910
	リンク5	0	0	0	0	0
	リンク10	0	0	0	0	0
	1.0<混雑度<1.5	4	4	3	3	3
	1.5<混雑度	0	0	1	1	1
混雑リンク個数	合計	4	4	4	4	4
	ノード間信頼度	0.541021	0.623112	0.684700	0.722207	0.731569
	総所要時間(単位:分)	40886.4	45626.4	52690.8	63331.8	72817.2

表-2 クリティカリティ重要度に着目したネットワーク信頼度改善(総交通量3000)

		初期状態	交通状態1	交通状態2	交通状態3	交通状態4
交通量(単位:台) (合計3000台)	リンク1	1860(6.86)	1860(6.86)	1620(5.55)	1560(5.28)	1380(4.5)
	リンク2	1860(6.86)	1560(5.28)	1620(5.55)	1380(4.58)	1380(4.58)
	リンク3	1140(6.74)	1140(6.74)	1380(10.41)	1440(11.56)	1620(15.60)
	リンク4	1140(6.74)	1440(11.56)	1380(10.41)	1620(15.60)	1620(15.60)
( )内:所要時間(単位:分)	リンク5	0(1.00)	0(1.00)	0(1.00)	0(1.00)	0(1.00)
	リンク10	0(1.00)	300(1.00)	0(1.00)	180(1.00)	0(1.00)
	リンク1	0.481927	0.555051	0.665763	0.783197	0.833131
	リンク2	0.481927	0.617914	0.665763	0.757045	0.833131
	リンク3	0.296886	0.341934	0.183526	0.169630	0.070640
	リンク4	0.296886	0.133832	0.183526	0.064188	0.070640
確率重要度	リンク5	0.054380	0.095643	0.026265	0.024032	0.006656
	リンク10	0.054380	0.011370	0.026265	0.005538	0.006656
	リンク1	0.359542	0.359542	0.224130	0.180432	0.072629
	リンク2	0.359542	0.180432	0.224130	0.072629	0.072629
	リンク3	0.359542	0.359542	0.224130	0.180432	0.072629
	リンク4	0.359542	0.180432	0.224130	0.072629	0.072629
クリティカリティ重要度	リンク5	0	0	0	0	0
	リンク10	0	0	0	0	0
	規制リンク	なし	リンク2	リンク1	リンク2	リンク1
	1.0<混雑度<1.5	4	4	4	3	2
	1.5<混雑度	0	0	0	1	2
混雑リンク個数	合計	4	4	4	4	4
	ノード間信頼度	0.541021	0.623112	0.667336	0.789786	0.869163
	総所要時間(単位:分)	40886.400	45626.400	46713.600	56655.600	63074.400

$$CI_1 = \frac{1-r_1}{r_1} = \frac{1}{r_1} - 1 \quad (17)$$

$$CI_2 = \frac{1-r_2}{r_2} = \frac{1}{r_2} - 1 \quad (18)$$

となる。

したがって、 $r_1$  と  $r_2$  の関係が、 $r_1 > r_2$  であるならば、

$$CI_1 < CI_2 \quad (19)$$

が成立する。すなわち、直列ネットワークの場合は確率重要度と同じ性質があることがわかる。

## (2) 並列ネットワークの場合

同様に、式(11)と式(16)から、リンク 1, 2 のクリティカルティ重要度はそれぞれ、

$$CI_1 = \frac{1}{R_{AB}} \cdot (1-r_1)(1-r_2) \quad (20)$$

$$CI_2 = \frac{1}{R_{AB}} \cdot (1-r_2)(1-r_1) \quad (21)$$

となる。確率重要度とは違って  $r_1 > r_2$  であろうと  $r_1 < r_2$  であろうと  $CI_1$  と  $CI_2$  の関係には、

$$CI_1 = CI_2 \quad (22)$$

の性質がある。このことは、並列システムの場合では信頼度の大小にかかわらず対象リンクを効果の出やすい方あるいは操作性の高い方とすれば効果的なノード間信頼度の改善が行なえるということになる。

## 5. 数値計算例と考察・今後の課題

図-2 のネットワークに対し、同一の初期値に対して確率重要度、クリティカルティ重要度でノード間信頼度の改善を比較する。その方法は、各重要度で信頼性改善リンクを選択し、ノード 1-4 間

の信頼度を向上させるものである。リンク信頼度は交通量に依存するものとし、文献 7) の方法による。交通量の増減は、リンクコスト法を用いた。ノード 1-4 間の信頼度および総所要時間等を比較したのが表-1,2 である。確率重要度に着目した場合は常にリンク 2 が選択されるが、クリティカルティ重要度の場合は交互にリンクが選択される。ノード間信頼度および総所要時間の結果もクリティカルティ重要度の方が優れている。今後の課題は、クリティカルティ重要度についてはそのネットワーク信頼度向上への貢献挙動がどのようになっているか不明な点も残っている。今後、種々のネットワークに対して数値計算を行い、その挙動と利害得失を考察する予定である。

## 参考文献

- 1) Nicholson, A. Schmoecker, J. Bell, M.G.H. and Iida, Y.(2003). Assessing Transport Reliability: Malevo-lence and User Knowledge. In: Michael G H Bell and Yasunori Iida(Ed.) The Network Reliability of Transport, Proceedings of the 1st International Symposium on Transportation Network Reliability (INSTR), pp.1-22, Pergamon, 2003.
- 2) 若林拓史・坂部正治・吉崎理絵：降雪予報下における高規格道路網の所要時間信頼性解析, 土木計画学研究・講演集, No.24, CD-ROM, 2001 .
- 3) Lam, W.H.K. and Tam, M. (2003). Reliability Assessment on Searching Time for Parking in Urban Area, In: Michael G H Bell and Yasunori Iida(Ed.) The Network Reliability of Transport, Proceedings of the 1st International Symposium on Transportation Network Reliability (INSTR), pp.61-77, Pergamon, 2003.
- 4) 飯田恭敬・若林拓史：ブル代数を用いた道路網ノード間信頼度の上・下限値の効率的算出法, 土木学会論文集, No.395/ -9, pp.75-84, 1988.
- 5) Henley, E.J. and Kumamoto, H.: Reliability Engineering and Risk Assessment, Prentice-Hall, Inc., 418-436, 1981.
- 6) 若林拓史・大野隆晴：確率重要度とクリティカルティ重要度によるネットワークの信頼性向上効果, 土木学会第57回年次学術講演会概要集第4部, CD-ROM( -410), pp.819-820, 2002.
- 7) 若林拓史・飯田恭敬・井上陽一：シミュレーションによる道路網の交通量変動分析とリンク信頼度推定法, 土木学会論文集, No.458/ -18, pp.35-44, 1993.