ゲームの均衡解選択基準に関する実験的研究*
An Experimental Analysis of Equilibrium Selection in Game*

奥本　孝之**，喜多　秀行***，谷本　圭志****
by Takayuki OKUMOTO**，Hideyuki KITA***and　Keishi TANIMOTO****

１，はじめに

ゲーム理論には均衡解が複数個存在する場合がある．現実のゲームでは結果はただ１つである事から，複数個均衡解がある場合には均衡解を特定するための何らかのメカニズムが存在するものと考えられる．このメカニズムのことを均衡解選択基準という．現在均衡解選択基準としていくつか概念が提唱されているが,定説として確立されたものは存在しない．この理由の一つに従来の研究では理論分析が主であり，実証分析が十分行われているとはいえないことが挙げられる．というのも実証分析を行なうには利得の特定化が必要であるがそれを外部から比較的容易に推測する手法が存在しなかったからである．しかし，著者らが開発した利得と均衡解選択確率の同時推定法[1)]を用いることによりこの問題を回避することが可能となった．そこで本研究では，利得と選択確率の同時推定法を用いて実験を実施し，実証分析によって均衡解選択基準を明らかにするとともに，その有効性を検証する．

２，研究のアプローチ

本研究では均質な選好構造を有する多数のプレイヤーが同時並行的に複数のゲームを行う世界を想定する．ゲームのプレイヤー相互間では利得や複数均衡解選択基準が共通知識となっているが，ゲームを外部から観測する分析者には未知であると考える．このとき均衡解はある均衡解選択基準に基づいて選択されると考える．様々な均衡解選択基準が提唱されているが本研究では利得支配型とリスク支配型のいずれかが単独で成立するものと考える．

そして，分析者はプレイヤーが上の行動をするとした上で，どの均衡解選択基準を成立しているか検証する．

本研究では実験を実施することで実際に成立している均衡解選択基準を特定する．それぞれの均衡解選択基準の下で理論上導出される均衡解があるが，この均衡解と実験を実施して得られた均衡解を比較し，当てはまりの良い均衡解選択基準が成立していると考える（図１参照）．
その際，被験者の選好を反映した分析のためにプレイヤーの実験における行動結果を“利得と選択確率の同時推定法”をもって分析する．そして得られた分析結果と均衡解選択基準の理論とを比較することで均衡解選択基準を特定する．

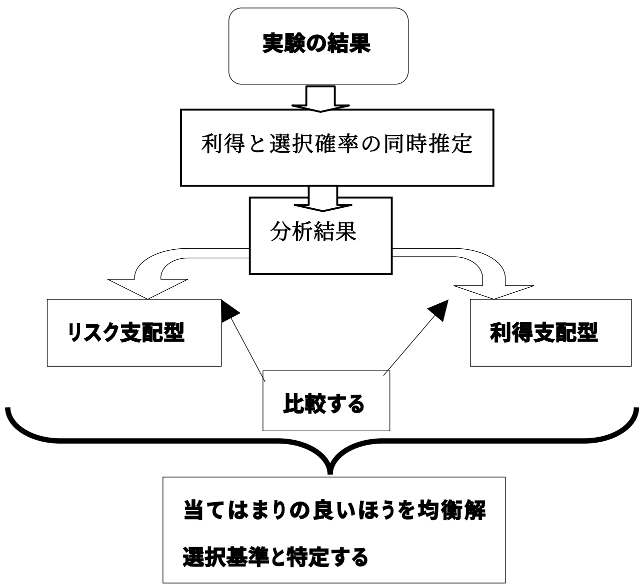

図１　研究のアプローチ

３，予備知識

(1)均衡解選択基準

本研究で対象とする均衡解選択基準は利得支配型選択基準（以下,利得支配型）とリスク支配型均衡解選択基準（以下,リスク支配型）である[2)]．

まず，利得支配型であるが，これはすべてのプレイヤーの利得の総和が最大となる均衡解が選択されると考えるものである.他方,リスク支配型は,複数ある均衡解のうち確率の程度により均衡解が選択されると考えるものである．

リスク支配型に関して少し具体的に説明する．
利得行列が以下のように与えられているとする．

*キーワード：　計画基礎論　計画手法論
**学生員　鳥取大学工学部社会開発システム工学科
（〒680-0882　鳥取市湖山町南 4-101，Tel　0857-31-5333
Fax　0857-31-0882）
***正会員　工博　鳥取大学工学部社会開発システム工学科
（〒680-0882　鳥取市湖山町南 4-101，Tel　0857-31-5309
Fax　0857-31-0882）
****正会員　工博　鳥取大学工学部社会開発システム工学科
（〒680-0882　鳥取市湖山町南 4-101，Tel　0857-31-5311
Fax　0857-31-0882）

$$U^{i}_{hk}=\begin{bmatrix} U^{i}_{11} & U^{i}_{12} \\ U^{i}_{21} & U^{i}_{22} \end{bmatrix}\cdots\cdots(1)$$

$$U^{i}_{11}>U^{i}_{21},\quad U^{i}_{22}>U^{i}_{12}$$
$$(i=1,2\quad h=1,2\quad k=1,2)$$

U は利得を表し，h，k は表 1 における戦略を表し，i はプレイヤーを表す．

Harsanyi and Selten[3] によれば，この場合において，プレイヤーが均衡解（h，k）＝（1,1）に従う確率 p は以下のように与えられる．

$$p_{11}=\frac{U_{22}-U_{12}}{U_{22}-U_{12}+U_{11}-U_{21}}\cdots\cdots(2)$$

そして，存在するすべての均衡解について上記の確率を求め，この確率が最大となる均衡解が実現するというのがリスク支配型の考え方である．

(2)利得と均衡解選択確率の同時推定法

本研究ではプレイヤーは，得点や報酬そのものではなく，それをもとに，個人の選好に基づいて認知された主観的な利得に最大化行動をとると考える．そのため，実験で設定した条件とその下で生起した結果から主観的な利得を推定しなければならない．そしてこの認知された利得を推定するモデルが利得と均衡解選択確率の同時推定法である．具体的には以下の利得関数（客観的利得と主観的利得の関係式）

$$U=\alpha V+\varepsilon\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

U：主観的利得　　V：客観的利得

α：パラメータ　　ε：誤差項

を仮定し，客観的利得とゲームの結果から最尤法を用いてパラメータ α を推定し，客観的な利得から認知された利得を推定する．また，均衡解選択確率とは複数ある均衡解のうちどの均衡解が行動結果となりやすいかを表した確率であるが，これも同時に求めることが出来る（図 2 参照）．

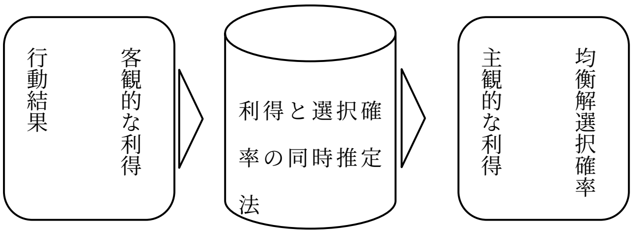

図 2　利得と選択確率の同時推定法の概念図

4，実験

（1）実験の内容

被験者に 2×2 戦略型ゲームの利得表を配布し，それに基づきゲームを実施した．利得表の基本的構造を表 1～5 に示す．行プレイヤーをプレイヤー1 とし，列プレイヤーをプレイヤー2 とする．

x は変数であり，100,200，・・・,900 とする．このように各タイプの利得表について 9 種類づつ（計 36 種類）の利得表を作成する．5,で説明するように，均衡解は全て(h，k)＝（1，1）と（2，2）に統一する．

実験で用いる利得表は以下の通りである．ただし，S^{i}_{j} はプレイヤー i の戦略 j を意味するものとする．

表 1　タイプ 1 の利得表

	S^2_1	S^2_2
S^1_1	x, x	x, 0
S^1_2	0, x	1200, 1200

タイプ 1 の利得表は，戦略 1 がローリスク・ローリターンを，戦略 2 がハイリスク・ハイリターンをそれぞれ意味しており，また，プレイヤー1 と 2 からみた利得構造が対称的であることが特徴である．

表 2　タイプ 2 の利得表

	S^2_1	S^2_2
S^1_1	x, x	x, $-x$
S^1_2	$-x$, x	1200, 1200

タイプ 2 の利得表はタイプ 1 と基本的には同じであるが負の利得が含まれており，被験者はタイプ 1 よりもリスク回避的な行動を採ると考えられる．

表 3　タイプ 3 の利得表

	S^2_1	S^2_2
S^1_1	x, x	x, $0.5x$
S^1_2	$0.5x$, x	1200, 1200

タイプ 3 の利得表はタイプ 1 ないしはタイプ 2 よりもリスクが少ないことから，被験者はリスクをそれほど恐れないと考えられる．

表 4　タイプ 4 の利得表

	S^2_1	S^2_2
S^1_1	x, x	x, $0.5x$
S^1_2	$-x$, x	1200, 1200

タイプ 4 の利得表はプレイヤー 1 と 2 の利得構造が非対称であることが特徴である．

（2）実験の手順

実験の手順は以下のとおりである．

① 配布資料を配布する
② 練習を行う
③ 実験を実施する
④ アンケートを集計する

まず，①であるが，配布資料とはアンケート用紙，本番用の利得表，練習用の利得表である．②で練習は被験者に理解をさせるために行う．用いる利得表は本番用と同じ様式である．③は上で説明した通りで

ある．④は実験に不備がなかったか確認するためのものである．実験を通して被験者には対戦相手を特定できないようにしておく．これは対戦相手によって被験者が戦略を変更することを避けなければならないからである．

被験者に利得最大化戦略をとらせるために，得点に応じて報酬を支払うものとした．20 点当たり 1 円としたい．また，被験者は 11 人であり，サンプル数は約 220 であり，それぞれ利得表にて収集した．

5，データの分析

利得と均衡解選択確率の同時推定法を用いて 3,で説明した均衡解選択確率とパラメータαを求める．これらの結果のうち 1）尤度比が 0.3 以上であること，2）パラメータαが符号条件（α＞0）を満たしている,という 2 つの条件を満足する場合に有意な推計ができているとみなすこととした．尤度比の値が0.3というのは決定係数が0.6程度に相当し,パラメータαの符号条件が成立しないと均衡解が一定ではなくなる．

利得支配型では常に均衡解は(h, k)＝（2，2）であり，リスク支配型では x の値が低いときは（h, k）＝（2，2）であるが，ある値よりも大きくなると均衡解は(h,k)＝（1，1）となる．このときの境となる x の値を以下では“しきい値”と呼ぶ．

しきい値の求め方を，タイプ 1 の利得を例に説明する．まず，式（2）にタイプ 1 の利得表の各利得を当てはめる．これに式(2)の p=1/2 を代入すると，x＝600 が求まる．これがしきい値である．その他の利得表においても同様に求まる．この変数 x の値がしきい値のときには表 1 の利得表において,均衡解(h,k)＝(1，1)で 1/2-支配的となり，均衡解(h,k)＝（2，2）で 1/2-支配的となる．

しきい値は以下のように求められる．表 1～4 の利得表は以下のような構造になっている．

表 5　基本的な利得表

	S^2_1	S^2_2
S^1_1	x, x	ax, cx
S^1_2	bx, dx	1200, 1200

このような利得表の場合,以下のようにしてしきい値は求められる．

$$x = \frac{1200}{1 + a - b} \quad \cdots\cdots\cdots (4)$$

プレイヤー2 しきい値についても同様に与えられる．

実験 1～4 における しきい値をまとめると表 6 のようである．

表 6　各利得表におけるしきい値

	実験 1	実験 2	実験 3	実験 4
しきい値	600	400	800	600

ただし，実験 4 において各プレイヤーのしきい値はプレイヤー1 にとっては 400，プレイヤー2 にとっては 800 であり，対立している． Harsanyi and Selten の p-支配均衡の考え方を援用すると，変数 x＝600 のときプレイヤー1 は均衡解(h,k)＝（2，2）で 2/3-支配的であり，プレイヤー2 は均衡解(h,k)＝（1，1）で 2/3-支配的であるために実験 4 では x＝600 がしきい値となる．

以上のことをまとめると以下のようになる．均衡解選択確率の理論と分析結果との関係に関して説明する．利得支配型は均衡解選択確率が常に 0.5 以下のときは利得支配型であり，変数 x の値が一定値以下のときに均衡解選択確率が 0. 5 以下であり，その値 x 以上のときに均衡解選択確率が 0. 5 以上であるならばリスク支配型である．

表 7　均衡解選択基準の判別

	しきい値以下	しきい値以上
選択確率 0.5 以下	×	○（リスク）
選択確率 0.5 以上	◎	○（利得）

しきい値以下（以上）とは変数 x の値がしきい値以下（以上）であることを意味している．また記号×は利得支配型とリスク支配型両方満たさないことを表し，記号◎は両方満たすことを表す，○（リスク）はリスク支配型のみ満たすことを表し，○（利得）は利得支配型のみを満たすことを表す．

6，分析結果とその考察

各実験の結果は表 8～11 のようになった．

表 8　タイプ 1 の結果

変数 x	選択確率	パラメータα（t -値）	尤度比
100	0	0.00259（2.194）	0.66
200	0	0.00277（2.347）	0.64
300	0.96	－0.00010（0.084）	0.02
400	1	0.00013（0.110）	0.07
500	1	0.00088（0.745）	0.14
600	1	0.00360（3.050）	0.60
700	1	0.00115（0.974）	0.19
800	1	0.00163（1.381）	0.32
900	1	0.00226（1.915）	0.52

この結果はタイプ 1 の利得表で行われた実験の結果を分析したものである．得られた結果のうち尤度比とパラメータαの符号条件を満たしているのは，x＝100，200，600，800，900 の 5 つである．この利得表のしきい値は x＝600 であり，x≧600 では全て選択確率が 0.5 以上であるのでこの利得表からはリスク支配型が成立していると推定できる．

表 9　タイプ 2 の結果

変数	選択確率	パラメータ α（t －値）	尤度比
100	0	0.0013　（0.484）	0.30
200	0	0　（-0.009）	0.00
300	1	0　（0.002）	0.05
400	1	0.0008　（4.276）	0.24
500	1	0.0024　（16.442）	0.64
600	1	0.0021　（14.529）	0.66
700	1	0.0017　（10.834）	0.63
800	1	0.0017　（11.727）	0.69
900	1	0.0015　（10.633）	0.70

タイプ 2 の実験ではしきい値は x=400 である．この実験からはリスク支配型が均衡解選択基準であるということが推測できる．

表 10　タイプ 3 の結果

変数	選択確率	パラメータ α（t －値）	尤度比
100	0	0.0019　（1.459）	0.48
200	0	0.0021　（1.217）	0.47
300	0	－0.0001　（0.214）	0.01
400	0	0.0006　（0.795）	0.03
500	0.16	－0.0002　（-0.22）	0.01
600	0	0.0040　（4.025）	0.01
700	0	0.0025　（0.200）	0.23
800	1	0.0040　（28.903）	0.45
900	1	0.0040　（28.906）	0.49

タイプ 3 の実験においても，xがしきい値を越えるケースで均衡解選択確率が 0．5 以上となり，リスク支配型が均衡解選択基準となっているとの結果となった．特徴は実験 2 と似た傾向を示している．

表 11　タイプ 4 の結果

変数	選択確率	パラメータ α（t －値）	尤度比
100	0	0.0026　（1.676）	0.68
200	0	0.0022　（6.525）	0.52
300	0	0.0007　（2.606）	0.10
400	1	－0.0001（-0.404）	0.04
500	1	－0.0001（-0.519）	0.08
600	1	0.0007　（4.284）	0.16
700	1	0.0012　（7.919）	0.29
800	1	0.0023　（17.471）	0.55
900	1	0.0012　（8.201）	0.35

タイプ 4 の実験におけるしきい値はプレイヤー1 のそれが 400, プレイヤー2のしきい値が 800であり，全体では 600 であった．x＝600 と x＝700 では尤度比がやや低いものの，しきい値を越えるケースでは均衡解選択確率が 1（＞0.5）となり，リスク支配型に従う結果となっている．

以上の結果を整理したものが表 12 である．

表 12　結果の集計

	しきい値以下	しきい値以上
選択確率が 0.5 以上	0（セル 1）	12（セル 2）
選択確率が 0.5 以下	7（セル 3）	0（セル 4）

この表において利得支配型ならばセル 3 とセル 4 に属する結果が多くなり，リスク支配型ならばセル 3 とセル 2 が多くなる．このことから検討した条件の下では均衡解選択はリスク支配型に従って行われている場合が多いと結論付けられる．しかし，実験環境に変化があれば利得支配に従っているケースも考えられるので現段階では必ずしも結論付けるまでには至ってない．

最後に全体を通して挙げることができる特徴について説明する．まず，均衡解選択確率の値のほとんどが 0 か 1 であったことである．このことの明確な理由はないが．おそらくは様々な要因があるがそれらが打ち消しあってこのような結果が出たのではないかと考えられる．次に挙げられる特徴であるが．xがしきい値よりも僅かに低いときの尤度比は低くなっているが，しきい値よりも大きくなった時点で尤度比が急に高くなっている．この理由は現時点では不明であり，今後の課題としたい．

7，おわりに

本研究では均衡解選択基準に関する実験を実施し，すでに提案されている“ 利得と均衡解選択確率の同時推定法 ”を用いてどのような均衡解選択基準が成立しているか実証分析を行なった．その結果検討した条件の下ではリスク支配型に沿った結果が実現していることが確認された．

今後は実験条件と選択基準の関係について整理を進めたいと考えている．

【参考文献】

1) Kita,H, K.Tanimoto and K.Fukuyama:A Game Theoretic Analysis of Merging-Giveway. Interaction -A Joint Estimation Model , *In* Taylor, M.A.P.(ed,): Transportation and Traffic Theory , pergamon,2002

2）岡田章：ゲーム理論，有斐閣，1996

3）Harsanyi and Selten：A General Theory of Equilibrium Selection in Games :MIT Press, Cambridge, 1988