

空間経済における補償テストと費用便益分析*

A Relation between Compensation Test and Cost-Benefit Analysis under Spatial Economy*

河野達仁**・岸昭雄***・川岸理恵****

By Tatsuhito KONO**, Akio KISHI***, and Rie KAWAGISHI****

1. はじめに

公共投資などといった政策の効率性を判断する一つの基準が Kaldor(1939)と Hicks(1940)によって提案された補償原理である。補償原理では、ある政策によって効用が増加する消費者と低下する消費者が存在する際、仮に効用の増加する消費者から効用の低下する消費者へ富の再分配が行われ、効用の低下する消費者の効用を政策前と同じ水準にまですることができ、かつ分配後の消費者の効用は依然として政策前より高ければ、そのような政策は補償原理の意味で受容可能とする。補償原理にも様々な定義があり、代表的なものは強カルドア原理、弱カルドア原理、強ヒックス原理、弱ヒックス原理などである。

一方、費用便益分析は経済の効率性を判断する分析として用いられているため費用便益分析の指標(例: CV, EV)と補償原理の関連性について多くの分析が行われてきた。現在まで明らかになっていることは、個人の CV, EV を総和した SCV や SEV はゴーマン制約を満たす選好でない限りいずれの補償原理とも正確な対応関係は存在せず、 $SEV > 0$ は強ヒックス原理がパスされる十分条件であるけれども必要条件ではない。また $SCV > 0$ は強カルドア原理がパスされる必要条件であるけれども十分条件ではない (Foster(1976)¹⁾)。

しかしながら、補償原理と一般に必要な十分性を持つ費用便益分析指標がある。それは、アレー余剰と呼ばれる指標(Allais(1977)²⁾)であり、改善前の効用を保

ったまま改善後に余る財の量で定義できる。アレー余剰は、効用の単調増加性を仮定すると、完全競争経済においては弱カルドア原理と必要十分条件を持つことが明らかになっている。また、不完全競争経済においては、財が正常財であれば、やはり必要十分性を持つことが証明されている (Foster and Sonnenschein(1970)³⁾)。しかしながら、以上の検討は一点経済のもとで行われている。

本研究では、空間経済(複数の地域が存在する経済)において、アレー余剰と弱カルドア原理の同値性は成立するかについて検討を行う。本研究の流れとして、まず第2章において、空間経済(いくつかの地域が存在する経済)におけるアレー余剰と弱カルドア原理の同値性について検討を行うために、具体的なモデルを設定する。それをを用いて、第3章において、空間経済(複数の地域が存在する経済)の場合、経済に存在する歪みの有無に関わらずアレー余剰が一意に定まらないことを示す。第4章においては複数地域経済システムのシトフスキー曲線を描いて、様々に定義可能なアレー余剰と弱カルドア原理の対応関係を分析する。第5章においては、アレー余剰を具体的に定義し、定義されたアレー余剰と弱カルドア原理の必要十分条件を検討する。以上の検討をもとに、第6章において空間経済において望ましい性質を持つアレー余剰を新しく定義する。

2. モデルの設定

(1) モデルの枠組み

同質な世帯および合成財を供給する企業の存在する、歪みのない2地域空間経済モデルと歪みのある2地域空間経済モデルを構築する。モデルに組み込む歪みは、代表的な外部性の例である都市の集積の経済を扱う。なお、アレー余剰はすべての世帯の効用を以前と同様に保った時、対象経済に余る合成財の量と定義される。

*キーワード: 公共事業評価法, 整備効果計測法

**正員, 博士(学術), 東北大学大学院工学研究科(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06, TEL 022-217-7501, FAX 022-217-7500)

***学生員, 修士(情報科学), 東北大学大学院情報科学研究科(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06, TEL 022-217-7499, FAX 022-217-7500)

****正員, 修士(情報科学)群馬県庁土木部都市施設課(〒371-8570 前橋市大手町 1-1-1, TEL 027-226-3671, FAX 027-226-3671)

(2) モデルの設定

地域 i ($i=1,2$) の世帯は次に示される支出最小化行動をとる．

$$e_i(1, r_i, E_i, v_i) = \min_{x_i, h_i} x_i + r_i h_i \quad (1)$$

$$s.t. \quad v_i = u(x_i, h_i, E_i) \quad (2)$$

ただし、 v_i : 効用水準、 $u(\cdot)$: 直接効用関数、 x_i : 合成財需要量、 h_i : 土地需要面積、 E_i : 環境質、 r_i : 地代

地域 i ($i=1,2$) の企業は次に示される利潤最大化行動をとる．簡単化のために消費者は全員、居住地域において労働供給すると仮定する．

$$\pi_i = \text{Max}_{X_i} X_i - w_i N_i \quad (3)$$

$$s.t. \quad X_i = f(N_i) N_i \quad (4)$$

ただし、 X_i : 合成財供給量、 N_i : 人口、 $f(N_i)$: 集積の経済を表す関数（企業にとって外部性）

$f(N_i)$ は企業にとって外部性と仮定する．すなわち、マーシャルの外部性を表す．また、本研究では $f(N_i) = \alpha$ （固定）（生産関数が一次同次；完全競争）の場合（ケース 1）と $f(N_i)$ （不完全競争）の場合（ケース 2）を考える．式(1)～(4)より、世帯のヒックスの需要関数は $x_i(1, r_i, E_i, v_i)$ 、 $h_i(1, r_i, E_i, v_i)$ 、企業の供給関数は $X_i(1, f(N_i), N_i)$ となる．これらの関数を用いれば、アレー余剰の定義を含む均衡式および定義式は以下の様になる．式(5)は個人の所得制約を示しており、式(6)は合成財の需給均衡を示している．アレー余剰は合成財で定義しているため、合成財の需要側に組み入れられている．

$$e_i(1, r_i, E_i, v_i) = w_i + K + g_i \quad (5)$$

$$\sum_i N_i x_i(1, r_i, E_i, v_i) + A = \sum_i X_i(1, f(N_i), N_i) \quad (6)$$

$$\bar{N} = \sum_i N_i \quad (7)$$

$$\bar{H}_i = N_i h_i(1, r_i, E_i, v_i) \quad (8)$$

$$v_1 = v_2 = \bar{v}^0 \quad (9)$$

$$K = \sum_i r_i \bar{H}_i / \bar{N} \quad (10)$$

ここで、 K : 非労働所得、 \bar{N} : 全人口（固定）、 A : アレー余剰、 g_i : 効用を保つための地域 i における補償所得、 \bar{H}_i : 土地面積（固定）、 \bar{v}^0 : 整備前の効用水準

式(5)の両辺に N_i を乗じ地域 i で足しあわせれば、 $\sum_i N_i e_i(1, r_i, E_i, v_i) = \sum_i N_i w_i + \sum_i N_i \bar{K} + \sum_i N_i g_i$ が得られる．ここから市場条件式に各財の価格を乗じたものすべて引くと、式(11)が得られる．

$$A + \sum_i N_i g_i = 0 \quad (11)$$

この導出はワルラス法則を示している．したがって、式(5)～(11)のうち一本を除いた式ですべてのモデルが表現されていることになる．今後は、式(6)を除いた式(5)、(7)～(11)を用いる．

3. 空間経済におけるアレー余剰の一意性

第 2 章の式(5)、(7)～(11)でモデルが表現されている．式(5)、(7)～(11)より、式(12)が得られる．

$$A = \sum_i N_i w_i + \sum_i r_i \bar{H}_i - \sum_i N_i e_i(1, r_i, E_i, v_i) \quad (12)$$

式(12)は、アレー余剰は所得の上昇から効用を保つために必要な支出の上昇を引いたものであることを示している．式(12)を全微分すれば、式(13)を得る．

$$dA = \sum_i \{ N_i (dw_i + \frac{\sum_i dr_i \bar{H}_i}{\bar{N}} - de_i(1, r_i, E_i, v_i)) + \sum_i dN_i \{ w_i + \frac{\sum_i r_i \bar{H}_i}{\bar{N}} - e_i(1, r_i, E_i, v_i) \} \} \quad (13)$$

式(13)の第 1 項は、限界社会生産から効用を保つために必要な限界社会費用を引いたものを示す．この項が 0 でない場合は地域間の人口配分が歪んでいることを示す．第 2 項は、式(5)、(10)から、補償所得 g_i を示す．したがって、補償所得 g_i が地域別に異なればアレー余剰 A は異なった値を示すことになる．つまり、地域間の補償所得の関係式を加えなければ、アレー余剰は一意に定まらない．一点経済の場合、一般均衡体系で決定する価格ベクトルを所与として補償所得 g_i は一意に決定するため、アレー余剰は一意に定まる．しかし、複数地域が存在する場合は、地域別の価格ベクトルは一般均衡体系だけでは決定せず、補償所得 g_i の地域別の配分が決定しなければ決定しない．

4. アレー余剰と弱カルドア原理

(1) 生産可能性曲線およびシトフスキー曲線

第 2 章で設定したモデルにおける、生産可能性曲線とシトフスキー曲線、および地域 1 の環境質 E_1 を E_1^0

から E_1^1 に向上させた場合のそれらの変化を、図-1 (ケース 1)、図-2 (ケース 2) に示す。ただし、地域 1 と地域 2 で生産 (消費) される合成財の総計を縦軸に、地域 1 のロットサイズを横軸にする。これらの形状は、企業の生産関数の一階微分、二階微分、世帯の効用関数の一階微分、二階微分の符号条件から求めた。なお、図中において $S(\cdot)$ はシトフスキー曲線を、 $F(\cdot)$ は生産可能性曲線を、 $N(\cdot)u(\cdot)$ は各地域の世帯の総効用をそれぞれ表し、破線は E_1 の向上後の各曲線を表し、ケース 1、ケース 2 の初期の均衡点は、それぞれ図-1、図-2 の E 点である。

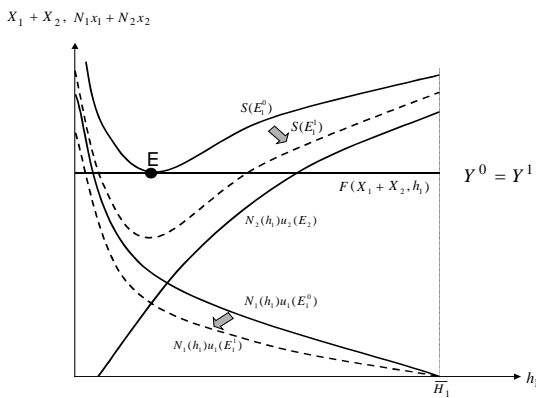


図-1 生産可能性曲線、シトフスキー曲線の変化 (ケース 1)

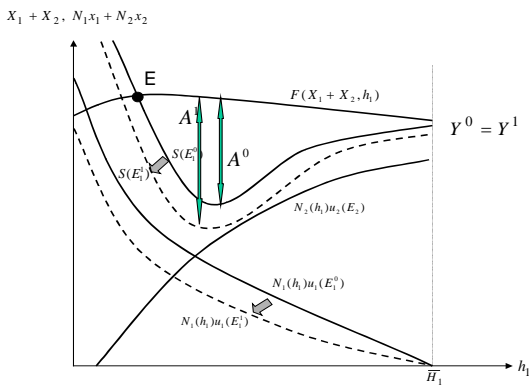


図-2 生産可能性曲線、シトフスキー曲線の変化 (ケース 2)

図-2 においては、初期時点においてもシトフスキー曲線と生産可能曲線が交差しており、より高い効用をもつシトフスキー曲線が達成可能となっている。これは、歪みが生じているために、最善解に達していないことを示している。

(2) 従来の定義に基づくアレー余剰と弱カルドア原理

地域別の補償所得 (g_1, g_2) の与え方によって、地域 1 の環境質の変化後の均衡は図-1、図-2 における $S(E_1^1)$ 上の任意の点となる。この時アレー余剰は、生産可能性曲線からシトフスキー曲線までの合成財方向の差分で表されるため、地域別の補償所得 (g_1, g_2) の定義によっては、均衡点は横軸上の任意の点を取り、負の値になりうる。したがって補償均衡の下で定義されるアレー余剰式(12)では問題がある。

次に、アレー余剰の定義として「最大余剰合成財の量」がある。この定義に従うと、一意に定義可能である。例えば不完全競争のケース (ケース 2) にその定義を適用すると、初期時点と政策後のアレー余剰 A^0, A^1 はともに正となり、 $A^0 < A^1$ となる (図-2)。しかし、 A^0, A^1 を世帯に再配分したときに、 $A^0 < A^1$ であったにもかかわらず、政策後の効用が政策前より小さくなりうる (以下「効用のパラドックス」と呼ぶ)。これは財の限界効用が政策前後で異なるためである。

「効用のパラドックス」が起こるため、この定義に基づくアレー余剰の大小が意味を持たない。

一方、弱カルドア原理は、世帯間での取引で効用を上げられるか否かであるから、シトフスキー曲線と生産可能性曲線の交差が問題となる。ケース 1、ケース 2 共に政策後に交差しているため、弱カルドア原理のもとでこの環境質の変化は受容される。

5. 空間経済におけるアレー余剰の定義

(1) 新たなアレー余剰の定義の必要性

第 4 章で示した通り、アレー余剰は定義が定まらなければ一意に定まらず、値が負となる可能性があり、アレー余剰の観点からはこの環境質の変化は受容されない。また、不完全競争下 (ケース 2) においては、初期時点でアレー余剰が正であるために「効用のパラドックス」が起こりうる。したがって従来のアレー余剰の定義である、() 最大余剰としてのアレー余剰、() 補償均衡の下での余剰合成財の量、の両定義とも問題がある。したがって、適切なアレー余剰の定義の方法を検討する必要がある。

(2) アレー余剰と弱カルドア原理の必要十分性

代表的な従来の 2 つのアレー余剰の定義、() 以前

の効用を保つために最大余る合成財の量，()補償均衡の下で余る合成財の量，を取り上げ，これらと弱カルドア原理の必要十分性を検討する．ただし一点経済かつ完全競争下においては定義()と定義()は同値である．その結果を表-1 に示す．表-1 において，空間経済におけるアレー余剰の問題点として()の定義は完全競争経済においても一意に定まらないこと，また不完全競争においては()の定義が効用のパラドックスを発生させるため意味を持たないこと，および()の定義が一意でないことがあげられる．

そこで本章では，新たに定義()地域間補償所得均等制約の補償均衡の下で余る合成財の量，を提案する．この定義では，表-2 に示すように，アレー余剰は完全競争および不完全競争に関わらず一意に定義可能であり，更に完全競争の場合は定義()と同値であるとの望ましい性質を持っている．更に，補償原理（弱カルドア原理）との関連性は，完全競争の時には同値であり，不完全競争の場合は十分条件となる．十分条件は費用便益分析において必要条件よりも重要であり，定義()は指標として望ましい性質を持っている．

6. 結論

本研究では，同質な世帯の存在する歪みのない2地域空間経済モデルと歪み（都市の集積の経済）のある2地域空間経済モデルを構築し，アレー余剰と補償原理（弱カルドア原理）の対応関係の分析を行った．

分析の結論としては，表-1 に示すように，従来のアレー余剰の定義（定義()，()）は，完全競争下においては，空間経済において定義()ではアレー余剰が一意に定まらないこと，不完全競争下においては定義()のアレー余剰は効用のパラドックスが発生しうることおよび空間経済において定義()ではアレー余剰が一意に定まらないこと，が問題点としてあげられる．そこで本研究では，新たなアレー余剰の定義として，「地域間補償所得均等制約の補償均衡の下で余る合成財の量（定義())」を提案した．

表-2 に示すように，定義()のアレー余剰は完全競争および不完全競争に関わらず一意に定義可能であり，完全競争の場合は従来の定義()と同値であるとの望ましい性質を持っている．更に，補償原理（弱カルドア原理）との関連性は，完全競争の場合には同値であり，不完全競争の場合は十分条件になる．したがって，定義()は費用便益分析指標として望ましいといえる．

参考文献（主要文献のみ）

- 1) Foster, E.: The Welfare Foundations of Cost-Benefit Analysis – A Comment, *Economic Journal* 86, pp.353-358, 1976.
- 2) Allais, M.: Theories of General Economic Equilibrium and Maximum Efficiency, pp.129-201, in “Equilibrium and Disequilibrium in Economic Theory”, E. Schwödiauer ed. (Dordrecht ; D. Reidel), 1977.
- 3) Foster, E. and H. Sonnenschein: Price Distortions and Economic Welfare, *Econometrica* 38, pp.281-297, 1970.

表-1 アレー余剰と補償原理

		アレー余剰の元々の定義		アレー余剰と補償原理(弱カルドア原理)との関連性	
		()以前の効用を保つために最大余る合成財の量	()補償均衡の下での余る合成財の量	()	()
一点経済	完全競争	()以前の効用を保つために最大余る合成財の量	()補償均衡の下での余る合成財の量	同値	同値
	不完全競争	定義可能だが意味なし(効用のパラドックス)	一意に定義可能	同値(合成財が正常財である仮定がある限り)	十分条件
空間経済	完全競争	定義可能	一意に定義できない	同値	なし
	不完全競争	定義可能だが意味なし(効用のパラドックス)	一意に定義できない	同値(合成財が正常財である仮定がある限り)	なし

表-2 新たに定義されたアレー余剰と補償原理

		(iii)地域間補償所得均等制約の補償均衡の下でのアレー余剰の定義	アレー余剰と補償原理(弱カルドア原理)との関連性
		空間経済	完全競争
	不完全競争	一意に定義可能	十分条件