

動的な交通渋滞を考慮した住居立地均衡モデル

- 時間軸の縮約可能性について - *

A Residential Location Equilibrium Model with Dynamic Traffic Congestion *

高山 雄貴[†], 赤松 隆[‡]

By Yuki TAKAYAMA[†], Takashi AKAMATSU[‡]

1 はじめに

都市経済学の住居立地均衡理論は、静学的枠組みに基づいて通勤費用と住宅費用とのトレード・オフの関係から土地利用パターンの規則性を説明している¹⁾。このモデルでは、通勤費用を決定するリンクコストを当該リンクの交通量のみで表現するという、静学的分析を行っている。しかし、最近の交通ネットワーク理論によって、このようなリンクコストの表現では通勤費用にバイアスがかかることが明らかにされている。この通勤費用をバイアスなく評価するには動学的分析を行う必要がある。その理由として、二つ挙げられる。一つは、通勤交通は渋滞が発生するため、もう一つは、通勤する消費者による出発時刻の選択行動を表現するためである²⁾³⁾。さらに、住居立地均衡モデルにおける出発時刻選択と居住地選択は無関係ではないことから、動学的分析が必要であるといえる。以上のことから、静学的分析を行ってきた従来モデルの状態表現は、実際の状態と大きく異なる可能性がある。

そこで、本研究では通勤時刻・居住地の選択、渋滞の発生を考慮した場合でも、従来のような静学モデルの解析が可能であるか否かを明らかにする。(このような性質が成立することを、本稿では“時間軸の縮約が可能である”と呼ぶ。)より具体的には、まず、出発時刻を内生化した住居立地均衡モデル(統合モデル)を構築し、均衡リンクコストを導出する。そして、導出した均衡リンクコストが、従来の静学モデルの表現と一致するかどうかを検証する。

2 出発時刻選択を内生化した住居立地均衡モデル

本研究で用いる出発時刻を内生化した住居立地均衡モデルの均衡条件を定式化し、その解析手順を示す。

(1) モデルの設定

図1のネットワークで、総人口 Q の消費者が居住地 1, 2 に立地し、CBD へ通勤を行うものとする。このとき、居住地 1, 2 の人口を Q_1, Q_2 とする。また、リンク 1, 2 の終端には、一定容量 μ_1, μ_2 のボトルネックが存在する。ここでのボトルネックの待ち行列の表現は、物理的な長さを考慮しない point-queue を仮定する。

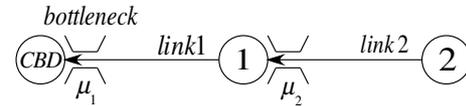


図1: ネットワーク

消費者は、自らの効用が最大となるように居住地を選択する。ただし、消費者は全員均質であると仮定する。すなわち、全ての消費者は式(1)を満たす効用最大化行動をする。

$$\max_i \max_{y_i, z_i} u_i(y_i, z_i) \quad (1)$$

s.t.

$$z_i + y_i r_i + TC_i(s) = M \quad (2)$$

ここで、個人の所得を M 、居住地 i の世帯あたりの土地面積を y_i 、地代を r_i 、通勤費用を TC_i 、その他の財の消費をまとめた合成財の消費量を z_i とする。この合成財はニューメレールとみなす。

さらに、このモデルにおいて消費者は式(3)で表される通勤費用が最小となるように、自宅からの

* キーワーズ: 立地均衡, 出発時刻選択, 時間軸の縮約, 渋滞

[†] 学生員, 東北大学大学院情報科学研究科

[‡] 正会員, 工博, 東北大学大学院情報科学研究科

出発時刻も選択する．

$$TC_i(s) = \sum_a \{w_a(s) + k_a\} + sd(s) \quad (3)$$

ここで、通過するリンク a の渋滞待ち時間を $w_a(s)$ 、自由走行時間を k_a 、希望到着時刻からのズレによるスケジュールディレイコストを $sd(s)$ とする．また、全消費者数は一定値 Q であるとする．

本モデルは、2つのサブモデルからなる．一つは、住居立地選択均衡サブモデル．もう一つは、出発時刻選択を考慮した交通均衡サブモデルである．均衡状態を表現するには、これらの2つのサブモデルを同時に解析しなければならない．ただし、統合モデルの内生変数である Q_1, Q_2 を与件と仮定すると、交通均衡サブモデルからリンクコスト $C_a(Q_1, Q_2)$ の関数形のみであれば得られる．このリンクコストは、 Q_1, Q_2 によって関数形が不連続に変わりうるが、ある Q_1, Q_2 の下での縮約可能性については検証できる．

そこで、統合モデルで時間軸の縮約が不可能となる条件を明らかにするために、以下の手順で解析を行う．まず、居住地 i の人口 Q_i をパラメータとしてリンクコスト $C_a(Q_1, Q_2)$ の関数形を求め、ある Q_1, Q_2 における時間軸の縮約可能性について検証する．次に、統合モデルの均衡条件を解き、均衡状態での Q_i を求める．そして、どのような都市・消費者特性がある場合に時間軸の縮約が不可能となるかを明らかにする．

(2) 均衡条件の定式化

統合モデルにおける均衡状態とは、居住地選択と出発時刻選択が同時に均衡した状態である．そこで、本節では居住地選択、出発時刻選択に関する均衡条件を定式化する．

(a) 居住地選択に関する均衡条件

どの消費者も自分の選択変更のみによって効用を改善することの出来ない状態で均衡する．したがって、式 (4) で表される間接効用関数

$$v_i(r_i, TC_i(s), M) = \max_{y_i, z_i} .u_i(y_i, z_i | z_i + y_i r_i + TC_i(s) = M) \quad (4)$$

を用いて、居住地選択の条件を以下のように表せる．

$$\begin{cases} V = v_i(r_i, TC_i(s), M) & \text{if } Q_i > 0 \\ V \geq v_i(r_i, TC_i(s), M) & \text{if } Q_i = 0 \end{cases} \quad (5)$$

また、居住地 i の住宅供給面積は、価格によらず一定値 A_i である．この居住地の供給面積と需要面積は一致する．この条件は、式 (6) のように表される．

$$A_i = y_i Q_i \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

各居住地に居住する消費者の合計は一定値 Q である．したがって、 Q_1, Q_2 は常に以下の条件を満たす．

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (7)$$

居住地選択を行う消費者の均衡条件は以上の式 (5) ~ (7) である．

(b) 出発時刻選択に関する均衡条件

どの消費者も自分の選択変更のみによって通勤費用を改善することのできない状態で均衡する．均衡条件式は居住地 i の均衡通勤費用 τ_i を用いて式 (8) で示される．

$$\begin{cases} TC_i(s) = \tau_i & \text{if } q_i(s) > 0 \\ TC_i(s) \geq \tau_i & \text{if } q_i(s) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

ここで、 $q_i(s)$ は時刻 s に CBD に到着する居住地 i の消費者の交通流率である．また、居住地 i の消費者数は Q_i であるため、消費者の保存則は以下のように表せる．

$$\int_{s_{i0}}^{s_{i1}} q_i(s) ds = Q_i \quad (9)$$

ここで、 s_{i0}, s_{i1} は居住地 i からの最初と最後の消費者が CBD に到着する時刻である．さらに、各ノードでの保存則は以下ようになる．

$$n_1(s) = \begin{cases} q_1(s) + q_2(s) & \text{リンク 2 に渋滞なし} \\ q_1(s) + \mu_2 & \text{リンク 2 に渋滞あり} \end{cases} \quad (10)$$

$$n_2(s) = q_2(s) \quad (11)$$

ここで、 $n_a(s)$ はリンク a への消費者の流入率である．出発時刻選択を行う消費者の均衡条件は以上の式 (8) ~ (10) である．

3 出発時刻選択を考慮した交通均衡サブモデル

本章では出発時刻を考慮した交通均衡サブモデルの解析を行い、リンクコストの関数形を求める．さらに、リンクコストの関数形から時間軸の縮約可能性を検証する．

(1) 均衡状態でのフローパターン

式(8)から解析的に均衡解を求めるため、 $q_i(s)$ を以下の4つの時間帯に分割する。1つ目は、 $q_1(s) = 0, q_2(s) = 0$ 。つまりどの居住地の消費者も CBD に到着しない時間帯。2つ目は、 $q_1(s) > 0, q_2(s) = 0$ で、居住地1の消費者のみ CBD に到着する時間帯。3つ目は、 $q_1(s) = 0, q_2(s) > 0$ で、居住地2の消費者のみ CBD に到着する時間帯。4つ目は、 $q_1(s) > 0, q_2(s) > 0$ で、両方の居住地の消費者が CBD に到着する時間帯である。

これらの4つの時間帯を組み合わせることにより、全ての時間帯における通勤交通のフローパターンを記述する。この時間帯の組み合わせ方は図2の4つのパターンに分類できる。ここで、図2は

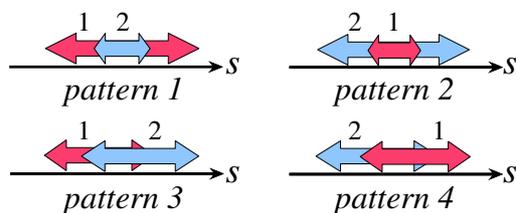


図2: パターン毎の CBD 到着時刻分布

赤が居住地1、青が居住地2の消費者が CBD に到着する時刻の範囲を矢印の幅で表したものである。この図2で示した4つの到着時刻分布は、最初と最後に CBD に到着する消費者の居住地によって分類した。まず、*pattern1* は最初と最後に到着する消費者の居住地が居住地1となる場合である。*pattern2* は、最初と最後に到着する消費者の居住地が居住地2となる場合。*pattern3* は、最初は居住地1、最後は居住地2から消費者が到着する場合。*pattern4* は、最初は居住地2、最後は居住地1から消費者が到着する場合である。

(2) 均衡状態でのリンクコスト関数

前節で示した全てのフローパターンについての均衡リンクコスト関数を示す。本稿では、この均衡リンクコストを $C_1 = \tau_1, C_2 = \tau_2 - \tau_1$ と定義する。そのため、まず、フローパターン別に交通均衡サブモデルの均衡条件を解き、均衡通勤費用 τ_i を求める。そして、均衡状態でのリンクコスト関数を上の定義から求める。この結果は以下ようになった。ただし、ここでは紙面の都合上 *pattern1*,

2のみのリンクコストを示す。

pattern1 :

$$C_1 = \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \frac{Q}{\mu_1} + k_1 \quad (12)$$

$$C_2 = k_2 \quad (13)$$

pattern2 :

$$C_1 = \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \frac{Q_1}{\mu_1 - \mu_2} + k_1 \quad (14)$$

$$C_2 = \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \left(\frac{Q_2}{\mu_2} - \frac{Q_1}{\mu_1 - \mu_2} \right) + k_2 \quad (15)$$

ここで、 β, γ は単位時間あたりの早着、遅着費用、 k_a はリンク a の自由走行時間である。

時間軸の縮約についての定義から、この $C_1(C_2)$ がリンクの利用者数 $Q(Q_2)$ の関数であれば縮約が可能であると言える。そのため、*pattern1* は式(12)、(13)がそれぞれ Q の関数、定数 k_2 となっていることから縮約が可能であるといえる。*pattern2* では式(14)、(15)から縮約が不可能であることがわかる。

全ての結果を見ると *pattern1, 3* は縮約が可能となり、*pattern2, 4* は不可能となった。この結果から、最初に CBD に到着する消費者の居住地が1であれば縮約可能(居住地2なら不可能)となっていることがわかる。

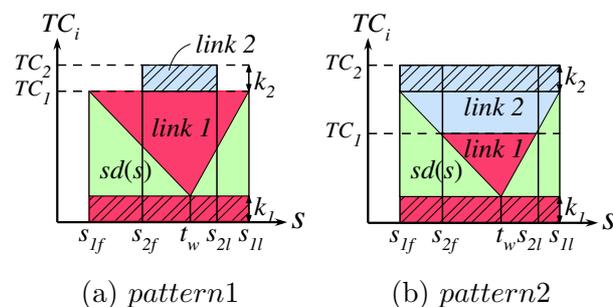


図3: 均衡通勤費用

上の結果は、居住地2の消費者に着目すると説明できる。この居住地2の消費者は必ずリンク1も利用するため、居住地1の消費者の影響も受ける。居住地1の消費者が先に CBD に到着する場合は、この影響によりリンク2に渋滞が発生しない。この理由として以下のことが挙げられる。まず、居住地1のみが道路を利用する時間帯にリンクコスト C_1 が一定となるようにリンク1の渋滞が伸展する。そのため、リンク2に渋滞が発生しない。このことは、通勤費用に占める渋滞、スケジュール遅れの割合を示した図3(a)からもわ

かる．ここで，図3は赤がリンク1の移動費用，青がリンク2の移動費用，緑がスケジュールディレイコスト，斜線が自由走行時間を示す．また， s_{if}, s_{il} はそれぞれ居住地*i*からの最初と最後の消費者がCBDに到着する時刻である．次に，居住地2が先に到着する場合を考える．この場合は，居住地2のみが道路を利用する時間帯に TC_2 が一定となるようにリンク2に渋滞が進展する．そのため，リンク2に渋滞が発生する．これは，図3(b)からも見て取れる．以上の理由から，居住地1が先に到着する場合は縮約可能，居住地2が先に到着する場合は縮約不可能となる．

(3) 各パターンの成立領域

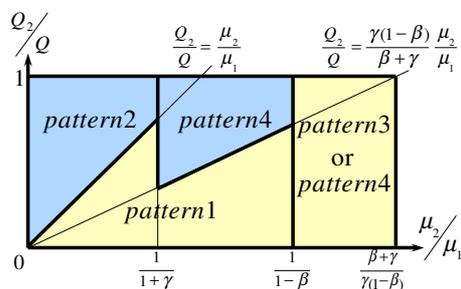


図4: 各パターンの成立領域

全てのパターンについての存在領域を示すと図4のようになった．図の黄色は縮約可能となる領域を示しており，青は縮約不可能となる領域を示している．また，この図からわかるように μ_2/μ_1 が小さい値，また Q_2 が大きい値になるほど縮約が不可能となりやすいことがわかった．つまり，CBD均衡の道路容量が大きい，またはCBDから遠い郊外の立地者数 Q_2 が多い場合縮約不可能となる傾向があると言える．

4 動的交通渋滞を考慮した住居立地均衡状態

本章では，前章で得た時間軸の縮約が不可能となる条件が，どのような都市・消費者特性の下で満たされるかを明らかにする．すなわち， Q_2 が多くなるような都市・消費者特性を求める．具体的には，まず，交通均衡サブモデルと住居立地選択サブモデルを同時に解析することにより，統合モデルにおける均衡状態を表現する．そして，この結果を用いて Q_2 の感度分析を行う．

この感度分析の結果，図5(a)のように Q_2 は A_2/A_1 の増加に対して単調増加することがわかった．さらに，図5(b)のように Q_2 は β の増加に対して単調減少することもわかった．したがって，CBDから近い居住地より遠くの居住地面積が大きい都市，消費者が早着に対する費用をあまり感じないようなモデルであるとき時間軸の縮約が不可能となる傾向があった．

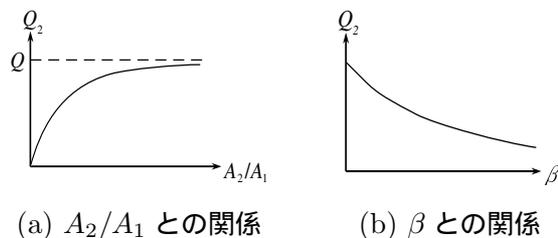


図5: Q_2 の感度分析

5 おわりに

本研究では，出発時刻選択を内生化した住居立地均衡モデルを用いて，従来の住居立地均衡理論の状態表現が正しいかどうかを検証した．さらに，従来のモデルでは正確な状態表現が出来ないような都市条件も明らかにした．この正確な状態表現が不可能となる都市条件は，CBDから遠い郊外に大規模な住宅地のある都市であるか，郊外の道路の容量が小さい都市であった．また，消費者が早着することに余り負担を感じないような場合も縮約が不可能となる傾向があった．これらの性質を持つモデルでは，静学的な交通混雑表現に基づいた住居立地均衡理論の適用は不適切となることが明らかになった．

参考文献

- [1] M.Fujita, "Urban Economic Theory," Cambridge University Press, 1989.
- [2] C.Hendrickson and G.Kocur, "Schedule Delay and Departure Time Decisions in a Deterministic Model," *Transportation Science*, Vol.15, No.1, pp.62-77, 1981.
- [3] M.Kuwahara, "Equilibrium Queueing Patterns at a Two-Tandem Bottleneck during the Morning Peak," *Transportation Science*, Vol. 24, No. 3, pp.217-229, 1990.