

遅延リスクを考慮したプロジェクトの事前・再評価問題 *

PRE- AND RE-EVALUATION OF PROJECTS WITH RISKS OF DELAY*

長谷川専**・織田澤利守*** 小林潔司****

by Atsushi HASEGAWA**, Toshimori OTAZAWA*** and Kiyoshi KOBAYASHI****

1. はじめに

公共プロジェクトの効率性やアカウンタビリティの向上を目的とした体系的な公共事業評価システムの構築が進められおり、既に公共プロジェクトの事前・再・事後評価制度の導入が進められている。プロジェクトに内在するリスクを事前に適切に評価することに加え、事業中においても予測の失敗に直面した際には素早く対応し、柔軟な意思決定を行えるようなマネジメントシステムの構築ならびに統合的な評価フレームワークの確立が急がれる。

公共プロジェクトにおける建設中の不可測な事態の発生等に起因する遅延によりプロジェクトの効率性や実現可能性が著しく低下する可能性がある。しかし、こうしたプロジェクトの遅延リスクを定量化し評価に反映させようとする試みは、筆者らの知る限りこれまでほとんど行われていない。本研究では、プロジェクトの遅延リスクを明示的に導入した事前・再評価モデルを定式化し、プロジェクトの実行可能性を考慮した事業評価手法を提案する。

2. 本研究の基本的な考え方

プロジェクトの再評価制度には、ひとたび事業に着手したプロジェクトに対する追加的投資の有効性について検討し、投資の継続が不適当なプロジェクトを中止もしくは休止することにより損失の拡大を回避するという役割がある。再評価においては、経済環境等の変化に因る事業便益の変動リスクに加え、

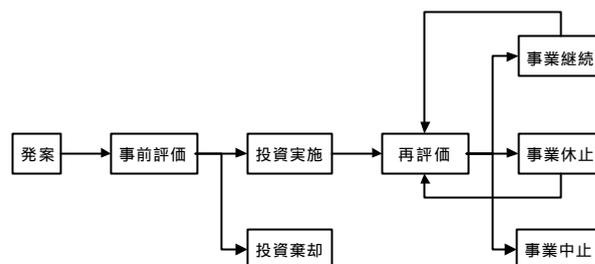


図 - 1 プロジェクト評価の構造

遅延によってプロジェクトの効率性が低下するリスクについて勘案する必要がある。さらに、事前評価において将来の再評価によって事業が中止されるなどの可能性があることを適切に考慮し得るような、統合的な評価体系を構築することが重要である。

本研究では、遅延リスクを考慮したプロジェクトの事前・再評価問題を考える。プロジェクトに関する意思決定プロセスの構造を図 - 1 に示す。事前評価時点において、プロジェクトに 1) 着手するか、2) 着手しないかを選択する。事前評価は「now-or-never原則」に基づいて行われ、「意思決定を留保する」という延期オプションはとりあげない¹。プロジェクトは完工するまで一定時間以上の期間を必要とする。プロジェクトには、その完工が遅延するという遅延リスクが存在する。事前評価においてプロジェクトが採択された場合、一定の期間後に再評価が実施される。再評価においては、当該時点におけるプロジェクトの進捗状態とその時点で評価されたプロジェクト価値に基づいて、プロジェクトを 1) 継続するか、2) 休止するか、3) 中止するかが決定される。プロジェクトが完成した場合、直ちに供用が開始されプロジェクト便益が発生する。一方、再評価時点よりさらに一定期間を経過した時点でプロジェクトが完

*キーワード：事業評価、遅延リスク、リアルオプション

**正員 工修 三菱総合研究所 社会システム研究本部
(〒100-8141 東京都千代田区大手町 2-3-6 TEL 03-3277-0706/FAX 03-3277-3462)

***学生員 工修 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL・FAX 075-753-5073)

****フェロー 工博 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻
(同上)

¹注) 現状の予算制度の下では、予算確保や事業環境などの外的要因以外で事業を延期することはほとんどないため、この仮定を置いても現実からそれほど乖離しないものと考えられる。

成していない場合，改めて再評価が実施される．プロジェクトを中止する場合は，中止費用が必要となる．再評価時点でプロジェクトを休止した場合には，一定期間が経過した後にふたたび再評価が実施され，プロジェクトを1)再開するか，2)休止を継続するか，3)中止するかが決定される．

3. 基本モデルの定式化

(1) モデル化の前提条件

意思決定者は初期時点 t_0 でプロジェクトの事前評価を実施し，プロジェクトを「採択するか」，「採択しないか」を決定する．事前評価において採択された場合，プロジェクトへの投資が開始される．プロジェクトの進捗状態を離散的な状態変数 $h_t = j$ ($j = 0, 1, \dots, N$) を用いて記述する．任意の時点 t におけるプロジェクトの進捗率 α_t は状態変数を用いて， $\alpha_t = \frac{h_t}{N}$ と表される．なお，進捗率はプロジェクトの建設投資総額の内，着目している時点までに投資された累積投資額が占める割合を表している．すなわち， $\alpha_t = 0$ はプロジェクトが未着工の状態を， $\alpha_t = 1$ は完工状態を表す．時点 t から時点 t' の間にプロジェクトの進捗状態が α_t から $\alpha_{t'}$ へ進展した場合，プロジェクトには時点 t' における当該期価値で建設投資費用 $C \cdot (\alpha_{t'} - \alpha_t)$ が投下されると考える．ただし， C はプロジェクトの建設投資総額を表す．プロジェクトの進捗プロセスにはリスクが存在し，プロジェクトが完工していない段階で「プロジェクトがいつ完工するか」は不確実である．プロジェクト開始後，一定期間 τ が経過した時点 $t_1 = t_0 + \tau$ において，当該のプロジェクトが完工していない場合，第1回目の再評価が実施される．再評価時点で観測されたプロジェクトの進捗状態 h_{t_1} とプロジェクト価値 \hat{B} に基づいてプロジェクトを「継続するか」，「休止するか」，あるいは「中止するか」のいずれかが選択される．プロジェクトの継続が決定された場合，プロジェクトへの投資が継続される．継続中においては，建設投資とは別に継続費用 C_c が必要となる．継続中のプロジェクトでは，時点 t_1 から完工するまでの間，一定期間 τ 毎に再評価が実施される．第 i 回目の再評価の実施時点は $t_i = t_1 + (i-1)\tau$ と表される．再評価の実施には再評価費用 C_e が必要となる．プロジェクトが

完工した時点ではじめてプロジェクト価値 B が発生する．なお，プロジェクト価値は確率変数である．一方，再評価によりプロジェクトの中止が決定された場合，中止費用 C_a が支払われ，プロジェクトは廃棄される．その場合，それ以前にプロジェクトへ投下した費用は転用も市場での売買もできず，完全に埋没すると仮定する．プロジェクトの休止が決定された場合，プロジェクトへの投資は中断される．すなわち，休止中にプロジェクトは進捗しない．休止の場合も，一定期間 τ 毎に再評価が実施され，プロジェクトを「再開するか」，「休止を継続するか」，「中止するか」が決定される．ただし，休止が決定された時点において，休止期間中の維持費用として C_m が必要となる．簡単のために，上述の各プロジェクト費用は時間を通じて一定とする．また，本研究の議論では，プロジェクトの維持管理費や運営費は無視する．

(2) 遅延リスクの定式化

$S = \{0, 1, 2, \dots, N\}$ を離散的な $N + 1$ (≥ 2) 個の状態で定義される状態空間とし，プロジェクトの進捗状態 h_t は S 上で定義される斉次的マルコフ過程に従うとする．進捗状態 j から k への1ステップ推移確率を $Pr[h_{t+1} = k | h_t = j] = p_{jk}$ ($j, k \in S$) と定義する．したがって，推移確率行列 P は

$$P = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & \dots & p_{0N} \\ p_{10} & p_{11} & \dots & p_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N0} & p_{N1} & \dots & p_{NN} \end{pmatrix} \quad (1)$$

となる．ここで， p_{jk} は非負の値をとる ($p_{jk} \geq 0$)．また，プロジェクトの進捗はひとたびある状態が実現すれば，その後に後ろ向きに推移することはないと仮定する ($p_{jk} = 0$ ($j > k$))．次に， T_{jk} を状態 j から出発したマルコフ連鎖 $\{h_t\}$ が初めて状態 k を訪れるステップ数を表す確率変数である． T_{jk} の確率分布は

$$\begin{aligned} \lambda_{jk}(m) &= Pr[T_{jk} = m] \\ &= Pr[h_{t+m} = k, h_{t+l} \neq k; l < m | h_t = j] \end{aligned} \quad (2)$$

で表される． $\lambda_{jk}(m)$ ($m = 1, 2, \dots$) は， h_t が状態 j から始まり m ステップ後に初めて状態 k に到達する確率を表す．確率変数 T_{jk} を状態 j から k への最小到達時間と呼ぶ．ここでは， $E[T_{0N}]$ を遅延の基準とし

て、工期がこれを超えるリスクを遅延リスクと呼ぶ。なお、1ステップ期間長を単位期間長と同じくする。

続いて、評価期間 τ 間における進捗状態 h の推移について考えよう。期間 τ 中には τ ステップが含まれる。したがって、評価期間 τ 間における進捗状態 h の推移は、式(1)より次のような推移確率行列 Π に従う。

$$\Pi = P^\tau = \begin{pmatrix} \pi_{00} & \pi_{01} & \cdots & \pi_{0N} \\ \pi_{10} & \pi_{11} & \cdots & \pi_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{N0} & \pi_{N1} & \cdots & \pi_{NN} \end{pmatrix} \quad (3)$$

なお、進捗状態 $j > k$ のとき $p_{jk} = 0$ であることから、同様に $\pi_{jk} = 0$ となることがわかる。

(3) プロジェクト価値リスクの定式化

いま、任意の時点 t においてプロジェクトが完工し供用が開始された場合に獲得できるプロジェクト価値を $B(t)$ と表す。プロジェクト価値は、その時点で仮にプロジェクトが完工し供用が開始された場合に、当該時点から将来にわたって発生する期待総便益の当該期価値を意味する。なお、プロジェクト完工前の時点においては、当該時点で仮想的にプロジェクトが完成したときに獲得される(潜在的な)プロジェクト価値を表すとする。プロジェクト価値にはリスクが内在し、供用開始時点において現実に実現する値を前もって正確に知ることはできない。意思決定者はプロジェクト価値がある確率分布に従って分布すると想定する。時点 t においてプロジェクト価値 \hat{B} が観測された場合、供用開始時点 T において実現するプロジェクト価値 $B(T)$ は、供用開始までの残事業期間 $T-t$ に依存する条件付き確率密度関数 $f(B|\hat{B}, T-t)$ に従って分布すると仮定する。なお、供用開始時点 T にも不確実性が存在することに留意して欲しい。

(4) 再評価問題の定式化

時点 $t_i = t_0 + i\tau$ までプロジェクトが継続され、かつ当該時点までにプロジェクトが完成していない場合を考えよう。時点 t_i において、プロジェクトの進捗状態が $h_{t_i} = j$ ($j \neq N$)であり、プロジェクト価値 $B(t_i) = \hat{B}$ が観測された上で、当該時点においてプロジェクトを「継続する」、「休止する」、あるいは「中止する」かを決定する評価問題を考えよう。

a) プロジェクトを継続する場合

時点 t_i においてプロジェクトの進捗状態が j であり、プロジェクト価値 \hat{B} が観測された上でプロジェクトを継続し、それ以降最適に意思決定を実施した時に獲得できるプロジェクトの期待純価値の最大値を $\Omega_j(\hat{B})$ と表す。時点 t_i においてプロジェクトを継続した場合に生じうる事象としては、1) 次の再評価時点 $t_{i+1} = t_i + \tau$ までにプロジェクトが完成するか、2) 時点 t_{i+1} において、再度プロジェクトの再評価が実施されるか、の2通りが考えられる。まず、1)の場合に着目しよう。時点 t_i からの経過時間を表す変数 s ($1 \leq s \leq \tau$)を導入する。時点 t_i においてプロジェクトの進捗状態が j であり、時点 $t'_i = t_i + s$ にはじめてプロジェクトが完成する確率は $\lambda_{jN}(s)$ で表される。残建設投資費用 $C \cdot (1 - j/N)$ はプロジェクト完成時に一括して支払われると仮定しよう。この残建設投資費用を支払って、プロジェクトが時点 t'_i に完成した場合に獲得できるプロジェクトの追加的純価値(時点 t'_i での現在価値)は $\Gamma(B(t'_i)) = B(t'_i) - C \cdot (1 - j/N)$ である。ただし、時点 t_i においてプロジェクト価値 $B(t'_i)$ を確定的に知ることができず、確率密度関数 $f(B|\hat{B}, s)$ に従って分布することのみが把握できる。時点 t_i にプロジェクトの進捗状態 j 、プロジェクト価値 \hat{B} が観測された下で、時点 t'_i にプロジェクトが完成した場合に獲得できるプロジェクトの期待追加的純価値の時点 t'_i における当該期価値 $E[\Gamma(B)|\hat{B}, j, s]$ は

$$E[\Gamma(B)|\hat{B}, j, s] = \left[\int_0^\infty \{B - C \cdot (1 - j/N)\} f(B|\hat{B}, s) dB \right] \quad (4)$$

と表される。次回の再評価時点までにプロジェクトが完成して獲得できる期待純価値の時点 t_i における当該期価値 $W_j(\hat{B})$ は、

$$W_j(\hat{B}) = \sum_{s=1}^{\tau} \frac{1}{(1+\rho)^s} E[\Gamma(B)|\hat{B}, j, s] \lambda_{jN}(s) \quad (5)$$

となる。 ρ は社会的割引率を表す。つぎに、2)の場合をとりあげる。式(3)より、次回の再評価時点 $t_{i+1} = t_i + \tau$ までにプロジェクトが完成せずに、進捗状態が $h_{t_{i+1}} = k$ ($k \geq j$)となる推移確率は π_{jk} である。再評価時における進捗状態 k 、プロジェクト価値 \hat{B} のプロジェクトに対して、それ以降最適に意思決定を実施した時に獲得できるプロジェクト価値の最大値を表す最適値関数を $\Psi_k(\hat{B})$ と表す。さらに、時点 t_i

から時点 t_{i+1} までの投資に要した費用は一括して時点 t_{i+1} に支払われると仮定すれば、次の再評価時点までに完成しない場合に獲得するプロジェクトの期待純価値の時点 t_i における当該期価値 $R_j(\hat{B})$ は、

$$R_j(\hat{B}) = \frac{1}{(1+\rho)^\tau} \sum_{k=j}^{N-1} \pi_{jk} \left[\int_0^\infty \{\Psi_k(B) - C \cdot \frac{k-j}{N}\} f(B|\hat{B}, \tau) dB - C_e \right] \quad (6)$$

である。時点 t_i において、プロジェクトの進捗状態 j 、プロジェクト価値 \hat{B} が観測されたもとで、プロジェクトを継続した場合に獲得できるプロジェクト純価値の最大値 $\Omega_j(\hat{B})$ は次式で表される。

$$\Omega_j(\hat{B}) = W_j(\hat{B}) + R_j(\hat{B}) - C_e \quad (7)$$

b) プロジェクトを休止・中止する場合

時点 t_i においてプロジェクトを中止した場合、中止費用 $-C_a$ が必要となる。中止した場合、将来においてそのプロジェクトが復活することはありません、便益は発生しない。一方、プロジェクトを休止した場合、将来時点でプロジェクトが復活するオプション価値を獲得することができるが、休止したプロジェクトを維持するために次の再評価時点までの期間に維持費用 C_m が必要となる。すなわち、休止した場合に獲得できるプロジェクト純価値の最大値 $Q_j(\hat{B})$ は次のように表される。

$$Q_j(\hat{B}) = \frac{1}{(1+\rho)^\tau} \left[\int_0^\infty \Psi_j(B) f(B|\hat{B}, \tau) dB - C_e \right] - C_m \quad (8)$$

c) 最適値関数の定式化

時点 t_i において、プロジェクトの進捗状態 $j \in S$ 、プロジェクト価値 \hat{B} が観測されたとする。このとき、再評価時点におけるプロジェクトの最適値関数 $\Psi_j(B)$ を再帰的に定義することにより次式を得る。

$$\Psi_j(\hat{B}) = \max \left\{ \Omega_j(\hat{B}), Q_j(\hat{B}), -C_a \right\} \quad (9)$$

いま、各進捗状態 j に関してプロジェクトの期待純価値 $\Psi_j(B)$ を最大にする最適な意思決定として、「継続」と「休止」、および「休止」と「中止」が等価となるプロジェクト価値 B の臨界的な値が存在すると仮定し、これらをそれぞれ $\bar{B}_j^*, \underline{B}_j^*$ とすると、次式が成り立つ。

$$\Psi_j(\hat{B}) = \begin{cases} \Omega_j(\hat{B}) & \hat{B} > \bar{B}_j^* \text{の時} \\ Q_j(\hat{B}) & \bar{B}_j^* \geq \hat{B} \geq \underline{B}_j^* \text{の時} \\ -C_a & \underline{B}_j^* > \hat{B} \text{の時} \end{cases} \quad (10)$$

このとき、進捗状態 j のもとでプロジェクトが休止されるようなプロジェクト価値を示す休止集合 $C_j = \{B | \bar{B}_j^* > B \geq \underline{B}_j^*\}$ を定義でき、いま $C_j \neq \phi$ と仮定しよう。この時、任意の $\hat{B} \in C_j$ に対して

$$\Psi_j(\hat{B}) = \frac{1}{(1+\rho)^\tau} \left[\int_0^{\bar{B}_j^*} -C_a \cdot f(B|\hat{B}, \tau) dB + \int_{\underline{B}_j^*}^{\bar{B}_j^*} \Psi_j(B) f(B|\hat{B}, \tau) dB + \int_{\bar{B}_j^*}^\infty \Omega_j(B) \cdot f(B|\hat{B}) dB - C_e \right] - C_m \quad (11)$$

が成立する。式(11)は、未知関数 $\Psi_j(\hat{B})$ に関する関数方程式となる。式(11)の解を $\Psi_j^*(\hat{B})$ と表そう。最適値関数 $\Psi_j^*(\hat{B})$ に対して下記の境界条件が成立する。

$$\Psi_j^*(\bar{B}_j^*) = \Omega_j(\bar{B}_j^*), \quad \Psi_j^*(\underline{B}_j^*) = -C_a \quad (12)$$

再評価問題は、各進捗状態 j に関して式(11)と境界条件(12)を満足する未知関数 $\Psi_j^*(B)$ と臨界的プロジェクト価値 $\bar{B}_j^*, \underline{B}_j^*$ を求める問題へ帰着する。

(5) 事前評価問題の定式化

事前評価時点 t_0 では、プロジェクトを「採択するか」、あるいは「中止するか」を決定する。時点 t_0 においてプロジェクト価値 \hat{B} を観測したとする。事前評価時点ではプロジェクトは進捗しておらず、 $h_{t_0} = 0$ が成立する。式(7)より、採択した場合に獲得できるプロジェクトの期待純価値の最大値は、 $\Omega_0(\hat{B}) = W_0(\hat{B}) + R_0(\hat{B}) - C_e$ と表される。事前評価時点 t_0 における最適値関数 $\Phi(\hat{B})$ は、次式で表される。

$$\Phi(\hat{B}) = \max \{ \Omega_0(\hat{B}), 0 \} \quad (13)$$

4. おわりに

本研究は、プロジェクトの事前・再評価問題において、プロジェクト価値のリスクと遅延リスクを同時に考慮し得る複合的な評価モデルを提案した。本稿では、紙面の都合によりモデルの定式化までに留めた。具体的な数値を用いたケーススタディと、遅延リスクが評価結果にもたらす影響等に関する分析結果については、発表時に報告させていただきたい。