

## 1. はじめに

CRS<sup>1)</sup>の一般化、インターネットの普及などによりエアライン・ビジネスは高度な情報管理と運営による収益管理（イールド・マネジメント：以下 YM）が重要な課題となってきた。従来、YM といえばシート・プロテクションを主な研究対象課題としてきた。これはいわゆる「予約業務の効率化」であり、あくまで旅客が出発する直前までを対象に YM を行うものである。しかし、今ひとつ YM の対象とする分野が存在する：出発後である。ここでは「予約した便が確実に正確に運行される」ことが予約の条件となっていることに注意が必要である。エアラインは運航をできるだけ正確に実行する必要があり、遅延・キャンセルによる予約客ならびに自社の収益への影響を最小限にとどめることが必要である。これはキャンセル等による予約客への補償の問題（追加的な費用の存在）のみならず、長期的にはエアラインの信用を確保する意味でも重要である。

主要空港での混雑が日常化し、深刻な社会問題化している欧米ではこの遅延の問題は逼迫したものであり、需要が爆発的に増大しているアジアの空でも近い将来、確実に問題視されることになると考えられる。エアラインの長期的収益性を考える上で、出発後の運行体系管理は「隠れた」YM なのである。

本稿では、以上のような考えに則り、YM を出発前（事前）・出発後（事後）に分割して、YM のモデル化の方向性について若干の整理を試みる。

## 2. 運賃・座席数・オーバーブッキング：『出発前』の YM

### (1) 概要

航空旅客輸送市場におけるイールド・マネジメントの必要性は1970年代初頭から既に提唱されており、米国を

\*キーワード：空港計画，交通計画評価

\*\*正員，工博，神戸大学工学部建設学科

（神戸市灘区六甲台町1-1，

TEL:078-803-6017，E-mail:takebaya@kobe-u.ac.jp）

\*\*\*学生会員，神戸大学大学院自然科学研究科

中心に膨大な量の研究蓄積がなされている。この流れに関してはBelobabaによる包括的なレビュー<sup>2)</sup>がなされているので、詳細は省くことにする。現在のような戦略的なYMはSIC(seat inventory control)の最適化の話題が中心であり、これは上述のBelobabaが先駆者である。

Belobabaの一連の研究は、期待限界座席収入 (Expected Marginal Seat Revenue: EMSR) に着目したSICに関する研究である<sup>3)5)</sup>。すなわち、ある価格の座席の単位量増加が追加的収入の期待値の増加をもたらす程度に着目した期待収入に基づく方法論である。

Belobabaのモデルは極めて操作性の高いものであったが、米国の事情を反映してか、販売期間そのものは操作変数には組み込まれていない。すなわち、全ての座席クラスは同時に販売されていることを許すものである。これは需要が各座席に固有であり、需要関数そのものが事前に与えられている状況と同義である。また、限界座席収入そのものは予約時間および予約状況に対しては独立に決定されるので、現在の米国で一般的に行われているCRSを通じての予約で時々刻々価格が変動するような場合には用いることができない点が問題である。

現在要求されている評価モデルは、時々刻々変化する需要と、それに対応した最適な座席数の供給、そしてキャンセルによる損失をヘッジするための最適なオーバーブッキング数を同時に確定できるものである。Lautenbacherら<sup>6)</sup>のマルコフ決定過程をSICに導入する試みもあるが、実際の適用には難しいという問題が残る。

ここでは1つの試みとして、現在筆者が開発中のSICへのリスクヘッジアプローチを可能とするための基礎的モデルについて説明する。

### (2) モデル

ここでは、リスクヘッジ・アプローチを導入したSICモデル構築のために、まずその基礎となるウィナー過程型SICモデルを提案する。すなわち、時々刻々変化するシートの予約は前期の予約状況のみに影響されるというマルコフ過程に従うが、前期から今期への状態推移は、平均 $\theta$ 、分散 $\beta$ の正規分布に従う、というものである。これはCRSによる予約を行う場合、直前の状態を参考に「即購入/キャンセル」あるいは「購入/キャンセル保

留」を決定するというプロセス，およびエアラインは当該フライトに関して十分多くのデータを収集することが可能であることから考えて，ウィナー過程を仮定することは十分妥当性があると考えられる．

さて，ウィナー過程に従うとした場合，状態表記はトレンド項とウィナー過程に従う拡散項に集約されて表記される．また，エアラインが各時点での正確な期待値の割り出しは，ウィナー過程で示された「予約状況のトレンドと分散」および「現在の予約状況」のみを必要入力とするにとどまる．SICを行うに当たり，予約・キャンセル履歴データの詳細な入手が可能であれば，旅客の選択行動を直接考慮する必要がないという意味で簡単なモデルとなっている．

さて，本モデルを定立させるための基本的な前提条件を以下に示す．

各運賃クラスに対するトレンドおよびボラティリティは全て観測可能であるとする．

特定エアラインの特定フライトについての分析とする．代替するフライトとの競合などは直接考慮しないものとする．

総座席数，運賃は与件とし，予約期間中に変更することはないとする．

割引運賃は複数設定されるが，低価格のものから先に販売され，次の運賃クラスのもの販売時には既に販売が終了しているものとする．

予約のキャンセルは購入した運賃クラスの販売期間のみ認められるものとする．このとき，ペナルティ料は発生しないものとする．

および  $\theta$  はフライト固有の値であると考えたためである．  $\theta$  は予約期間内でのエアラインの戦略変更が動的に行えないことを意味する．ただし，販売期間の変更は可能であるとする．  $\theta$  はLittlewood<sup>7)</sup>以来，頻繁に用いられてきた仮定であり，実際の販売パターンを表したものとして妥当なものと考えられるため，採用することとした．  $\theta$  は厳しい仮定である．ペナルティ料は本来，予約キャンセルに対するエアライン側が設定するオプション価格として定義できる．しかし，本モデルではまずオプション価格を決定するための起訴モデルを策定することを目的としているため，期間内ではペナルティ料は発生せず，期間を過ぎてキャンセルをした場合100%のペナルティ料が発生するという，極端なペナルティを仮定している．

今，予約期間を  $[0, T]$  とする．ただし，予約開始時刻を  $0$ ，終了時刻を  $T$  とする．運賃クラス  $i$  の価格を  $P_i$ ，その時点での販売数を  $S_i(t)$  とする．総座席数  $C$  は与件である．エアラインは運賃クラス  $i$  の座席上限  $C_i$ ，その予約期間  $t_i$  を操作変数とし，収入  $Z$  を最大化する．ただし，予約状況

はウィナー過程に従って変動するものとする．このとき，エアラインの直面する問題をSIC-Wとして定式化すると以下ようになる．

[SIC-W]

$$Obj: Z(C_i, t_i^0, t_i^E) = \sum_i S_i(t_i^E) P_i \quad (2-1)$$

Sub. to

$$\sum_i S_i(t_i^E) \leq C \quad (2-2)$$

$$\sum_i (t_i^E - t_i^0) = T \quad (2-3)$$

$$t_i^E, t_i^0, C_i \geq 0 \quad \text{for } \forall i \quad (2-4)$$

ここで状態変数  $S_i(t)$  は以下の状態方程式を満たす．

$$dS_i(t) = a_i(t) S_i(t) dt + b S_i(t) dB(t) \quad (2-5)$$

さて，ここで  $C_i$  と  $S_i(t)$  に関する新たな仮定をおく．座席供給上限  $C_i$  を超えた場合， $S_i(t)$  の変化は不連続になる．すなわち，

$$\text{if } S_i(t) < C_i \quad \text{and} \quad a_i(t) S_i(t) dt + b S_i(t) dB(t) \\ \text{then } dS_i(t) = 0$$

$$\text{otherwise } dS_i(t) = a_i(t) S_i(t) dt + b S_i(t) dB(t)$$

である．これは  $C_i > S_i$  が満足される区間において伊藤積分により解が求められることを意味する．

今， $a(t)$  を以下のように定義する．

$$a_i(t) = \rho r_i + \theta \frac{t}{t_i^E - t_i^0} + \nu \quad (2-6)$$

ここで  $\rho$  は運賃クラスのトレンド， $\gamma_i$  は運賃クラス  $i$  の予約特性， $\theta$  は予約締切に関する特性パラメータ， $\nu$  は切片である．(2-5)の解，すなわちある時刻までの運賃クラス  $i$  の総売上座席数  $S_i(t)$  は(2-7)のように特定される．ただし， $C_i > S_i$  である．

$$S_i(t) = \exp \left[ \frac{\rho \gamma_i}{2} t^2 + \left( \nu - \frac{\theta}{2(t_i^E - t_i^0)} \right) t + bB(t) \right] \quad (2-7)$$

### (3) 数値計算例

モデルの特性上，最適解を解析的に求めることが不可能であるため，モンテカルロ・シミュレーションを用いて数値的に求める．すなわち，平均期待収入が最大となるパターンにおける各クラスの予約受付期間およびシート・プロテクション数を求めることになる．

以下の条件のもとで数値計算を行った．

機材容量は300席とする。  
運賃クラスは3種類とする。  
予約受付期間は60日とする。  
各クラスの最小期間は1日とする。

また、計算時に導入する各種パラメータは、現在入手が極めて困難である。このため、適切であると考えられるパラメータを試行錯誤的に決定した。この点に関しては、後にCRSのデータなどが入手可能となれば解消できる問題であると考えられる。ここでは計算した中で主だった傾向を述べるにとどめる。

使用したパラメータは以下の通りである。

$$\rho=0.15, \theta=0.03, \nu=0.08, b=0.03, \gamma_1=1/0.6, \gamma_2=1/0.8, \gamma_3=1$$

ここで、 $\gamma_i$ は $i=3$ を正規料金とし、他は事前予約割引率をその選好パラメータとした。正規料金 $P_3=2$ として計算を行っている。なお、シミュレーション回数は試行錯誤の結果、10,000回を採用した。

ブッキング・リミットに関しては、極めて多数の組み合わせが可能である。ここではそのうちの10パターンに関して最適な販売期間を決定することとする。結果を表-1に示す。なお、ここでは最良と判定されたパターンから5%以内の収益差となっているパターンの平均を示している。

表から明らかなように、全体的な傾向として、低価格クラスの販売期間を長く取り、売れ残りをできるだけ少なくするという方法を取ることがわかる。このとき、収益の保証は正規運賃であるクラス3のブッキング・リミットを高め設定するというで行われていることがわかる。

一方、安価なクラス1のブッキング・リミットを増加させると、販売期間を増加させるという傾向にあることがわかる。すなわち、低価格クラスの販売期間を長くすることで、できるだけ残席を少なくすることが可能となり、クラス3の販売期間には影響しないことがわかる。

この一連の関係から、低価格で供給されるクラス1が正規運賃であるクラス3の売れ残りリスクをヘッジした物になっていることがわかる。

座席の充足率については、クラス1は期間が長くなるにつれて好転する傾向を持つ。販売期間が全体の1/2を超えると、そのほとんどで90%以上の充足率を持つ。逆にクラス3に関しては販売期間よりもむしろブッキング・リミットそのものの影響が大きいことがわかる。このことから前述の正規運賃の空席補填をクラス1が確実に行うことができることを表している。

次に最適販売期間決定の特性について検討する。図-1はブッキング・リミットを(100:100:100)および(150:50:100)を例にとり、平均的予約経路をプロットしたものである。図から、いずれの場合も、最適販売期間は予約数の変化がほとんど消失する付近で決定されていることが認

められる。すなわち、最適な販売期間の制御とは、平均的に予約の増加率がゼロとなる時刻をもって販売停止時刻とする、ということができる。

### 3. 遅延・フライトキャンセルのリカバー：『出発後』のYM

#### (1) 概要

通常、旅客が機材に乗り込んでしまえば、座席販売行為が終了するので、YMはその時点で完了ということになりそうである。しかし、次のような状況を考えてみよう。

気象条件が悪く、ある機材の出発時間が2時間遅れたとしよう。この時、エアラインは単に時間を繰り下げて運航するかもしれない。しかし、別のエアラインが同じような状況になったとしても、リカバリーフライトで旅客の遅延時刻が大幅に緩和されたとすれば、この影響はその場限りであろうか。

エアラインは旅客の信頼をこの時点である程度失っているはずで、これは中・長期的には需要構造そのものに反映される可能性が高い。信頼性の高いエアラインはそれだけ需要を維持できるであろうし、信頼性が低下したエアラインは需要を失うであろう。

一方、スケジュール的に見ても、一端遅延が生じてしまえば、機材のやりくりは非常に大変である。これだけでもエアラインはせっかく努力して得たシートの販売増益分を遅延の影響で大幅に失いかねない。短期的に見ても、遅延のリカバリーはイールドを保証するための必須の技術であり、YMの一端に位置づけられるものである。

さて、遅延リカバリー問題には多くの蓄積があるが、ネットワーク制約付き、各機材の容量制約付きのリカバリー問題となるとその例は筆者の知る限りほとんどない。この分野の開拓者であるYuらの研究<sup>8)</sup>においても容量制約付きの問題は取り上げられていない。

以下では基本的な問題に限定されるが、リカバリー問題の定式化とその解法について若干触れることにする。

#### (2) モデル

本モデルではあるエアラインが複数の空港間で運航業務を行っているものとする。旅客は既にチケットを購入しており、全ての便での旅客数は把握されているものとする。また、簡単のため、全ての運航機材は同一であり、費用も時間帯にかかわらず一定であるとする。

さて、本モデルでは定刻を考えずに、1日の作業時間を任意の幅で複数の時間帯に分割し、各時間帯で出発と到着を判断する「時間帯近似」をYuらに倣って受け入れることとした。

表 - 1 出力

ブッキング・リミット(BL)			販売期間			予約数			TOTAL	期待収入
クラス1	クラス2	クラス3	クラス1	クラス2	クラス3	クラス1	クラス2	クラス3		
50	50	200	27	11	22	42	48	137	227	401.24
50	100	150	30	15	15	49	93	99	241	406.16
50	200	50	31	22	7	49	165	39	253	401.05
100	50	150	37	8	15	99	44	99	242	387.86
100	100	100	37	13	10	99	84	70	253	394.11
100	150	50	37	16	7	99	118	39	256	385.66
150	50	100	41	8	11	146	42	70	258	382.85
150	100	50	41	11	8	146	79	39	264	379.20
200	50	50	45	7	8	187	42	39	268	369.77

また、空港間ネットワークはHS型であり、旅客はその日のうちに必ず目的地へ到着するようにエアラインは運航を保証しなければならないという到達性の制約を設けた。そして翌日にはネットワーク内の全ての空港で本来のスケジュールに復帰しなければならないというネットワーク復帰制約も付加した。なお、通常このような問題の場合、クルーの勤務形態管理の問題が付随するが、本モデルでは簡単のため捨象している。

さて、エアラインはある時刻 $t$ に突発的な事態でフライトが遅れることになったとき、自身のフライトの追加的費用と旅客が被る遅延による追加的費用の和を最小化しようとするものとする。このとき、エアラインの直面する問題は以下のように定式化される<sup>9)</sup>。

問題A

Obj :  $\min z(y_l)$

$$= \sum_l c_l y_l - \sum_l c_l x_l + \sum_{rs} \sum_k \sum_{k'} (\text{delay})_{kk'}^{rs} u_{kk'}^{rs} d \quad (3-1)$$

sub. to

$$f_l^t = 0 \quad \text{or} \quad 1 \quad (3-2)$$

$$g_l^t = 0 \quad \text{or} \quad 1 \quad (3-3)$$

$$t f_l^t \leq t g_l^t \quad (3-4)$$

$$y_l = \sum_t g_l^t \quad (3-5)$$

$$x_l = \sum_t f_l^t \quad (3-6)$$

$$y_l \geq x_l > 0 \quad (3-7)$$

$$a_l^t = 0 \quad \text{or} \quad 1 \quad (3-8)$$

$$b_l^t = 0 \quad \text{or} \quad 1 \quad (3-9)$$

$$- \sum_l \sum_t a_l^t + \sum_l \sum_t b_l^t + \sum_l \sum_t f_l^t = 0 \quad (3-10)$$

$$- \sum_l \sum_t a_l^t + \sum_l \sum_t b_l^t + \sum_l \sum_t g_l^t = 0 \quad (3-11)$$

$$- \sum_l a_l^t + \sum_l f_l^{t+1} = 0 \quad (3-12)$$

$$- \sum_l a_l^t + \sum_l g_l^{t+1} = 0 \quad (3-13)$$

$$u_l^t \leq s g_l^t \quad \text{for} \quad \forall l, t \quad (3-14)$$

$$u_l^t = \sum_{rs, k} u^{rs, k} \delta_{l, t}^{rs, k} \quad (3-15)$$

$$\sum_k u^{rs, k} = X_{rs} \quad (3-16)$$

$$(\text{delay})_{kk'}^{rs} = T_{k'}^{rs} - T_k^{rs} \quad \text{for} \quad \forall rs, k, l, t \quad (3-17)$$

$$h_l \leq a c_l^t \quad (3-18)$$

ここで

$ij$ : 空港番号,  $l$ : 空港  $i$  と空港  $j$  間のリンク,  $k$ : 経路,  $rs$ : OD ペアを表す,  $t$ : 時間帯,  $x_l$ : リススケジュール前における 1 日あたりのリンク  $l$  の総便数,  $y_l$ : リススケジュール後における 1 日あたりのリンク  $l$  の総便数,  $u_l^t$ :  $t$  期のリンク  $l$  のフライトに搭乗する旅客数,  $X_{rs}$ :

$rs$  間 OD 交通量,  $u^{rs, k}$ :  $rs$  間を経路  $k$  で旅行する旅客数,

$u_{kk'}^{rs}$ :  $rs$  間の移動経路を  $k$  から  $k'$  に変更する旅客数,  $s$ :

機材容量(座席数),  $c_l$ : リンク  $l$  に配便するための 1 便あたりの運航コスト,  $d$ : 単位時間あたり, 旅客 1 人あたりの遅延コスト,  $h_l$ : 翌日のフライトのために空港  $i$  で必要な機材数,  $a c_l^t$ : 時間帯  $t$  において空港  $i$  にいる機

材数,  $T_k^{rs}$ :  $rs$  間を経路  $k$  で移動する旅客の総旅行時間,

$T_{k'}^{rs}$ :  $rs$  間を新しい経路  $k'$  で移動する旅客の総旅行時間,

$f_l^t$ : 本来のスケジュールにおける  $t$  期に経路  $k$  のリン

ク $l$ に配便如何を表現する2値変数であり、配備される場合1を取り、それ以外はゼロとなる。 $g_l^t$  : スケジュール調整後の $t$ 期に経路 $k$ のリンク $l$ への配便に関する2値変数であり、配便される場合を1、それ以外をゼロをとる。 $a_l^t$  :  $t$ 期にリンク $l$ のフライトの到着如何を表現する2値変数であり、到着する場合を1それ以外をゼロとした。 $b_l^t$  : 機材が $t$ 期にリンク $l$ のフライトでその日の予定を終了する如何を表現する2値変数であり、終了する場合を1それ以外をゼロとした。 $\delta_{l,t}^{rs,k}$ は、 $rs$ 間の旅行で経路 $k$ が $t$ 期にリンク $l$ を利用する場合1をとる2値変数であり2値変数である。

さて、上記の問題はそのままの形で直接には最適解を求めることができない。ゆえに、元の問題(主問題 A)から暫定的なスケジュールを求めるための補助問題 A'を作り出すことを考える。分枝限定法の適用により補助問題 A'における最適解、すなわちある時間帯の特定のフライトの付け替えに伴う暫定的最適スケジュールを決定する。スケジュールが決定することによって、各フライトの搭乗人数、各旅客の移動経路、総旅行時間等が与件として与えられるので、最終的に主問題 A が解かれることになる。

補助問題 A'の目的関数及び制約条件を以下に示す。

$$Obj: \min z(a_l^t) = \sum_t \sum_l c_l a_l^t - \sum_l c_l x_l \quad (3-19)$$

sub.to

$$\sum_t u_l^t a_l^t \leq ac^t \cdot s \quad (3-20)$$

$$-\sum_t \sum_l a_l^t + \sum_t \sum_l b_l^t + \sum_t \sum_l g_l^t = 0 \quad (3-21)$$

$$-\sum_t a_l^t + \sum_t g_l^{t+1} = 0 \quad (3-22)$$

$$a_l^t = 0 \quad or \quad 1 \quad (3-23)$$

$$b_l^t = 0 \quad or \quad 1 \quad (3-24)$$

$$g_l^t = 0 \quad or \quad 1 \quad (3-25)$$

$$u_l^t \geq 1 \quad for \quad \forall l, t \quad (3-26)$$

$$h_i \leq ac_i^T \quad (3-27)$$

補助問題 A'ではいくつかの解法が考えられるが、リスケジュールの結果として最も望ましくない場合の解を初期実行可能解として計算する場合を採用することと

した。これは遅延発生時間帯以降で、その遅延の影響を受けるフライトのスケジュールを全て遅らせることで表現されるため、非常に簡単に設定できる。次に分枝限定法を利用し、機材ごとに最終時間帯から到着リンクを決定し、全体のスケジュールを作成する。本モデルでは各時間帯で出発と到着の判断をすることができるため、この方式をとることができる。この際、機材の連続性補助問題 A'の制約条件式(21)などの条件を満足しなければならない。全ての機材について同じ作業を行って暫定的に新スケジュールが決定する。さて、得られたスケジュールは、初期に移動させるべきフライトごとに変化する。このため、得られる可能なフライト移動シナリオに対して最適性原理を適用し、最適な経路を探索することができる。

さて、この手法は早い時間帯から変更していくという特徴を持つので、ある時間帯以降のフライトを移動させることで、初期実行可能解の評価値が悪くなれば、以降のシナリオを検討から削除することすることができるため、計算量は大幅に削減される。

#### 4. おわりに

本稿では、事前YMと事後YMについて検討し、それぞれの項目でのモデル化について触れた。特に事前YMでは、ウィナー過程に基づいたSICの可能性について言及し、具体的な解法を述べた。また、事後YMでは、リスケジュールリングの重要性を指摘するとともに、容量制約付き時間帯近似モデルの定式化および解法について述べた。

今後はまず事前YMにおいては複数時間帯フライトにおける代替性を考慮したSICの開発が考えられる。これはマイルージ旅客のように、特定のエアラインを使う事情があり、そのエアラインが運航する複数のフライト間でキャンセル待ちを行うような事象を扱う際に有用となると考えられる。

一方、事後YMでは現在は単一ハブの場合を取り上げているが、複数ハブの場合を取り上げることが可能なように問題を拡張することが考えられる。この場合、ハブ間のフライトの優先順位の問題などが生じるため、今回のような単純な定式化では表現できないことがわかっている。現在、この問題に関しては研究を続行中であり、今年度の秋期計画学大会時に発表することを計画している。

#### 参考文献

- 1) 長谷川通：エアライン・エコノミクス，中央書院，1997。

- 2) Belobaba, P.: Airline Yield Management An Overview of Seat Inventory Control , Transportation Science Vol.21 , No.2 , pp.63-72 , 1999 .
- 3) Belobaba, P.: Application of a probabilistic decision model to airline seat inventory control, Operations Research, Vol.37, No.2, 183-197, 1989.
- 4) Belobaba, P. and Wilson, J.: Impacts of yield management in competitive airline markets , Journal of Air Transport Management Vol.3 , No.1 , pp.3-9 , 1997 .
- 5) Belobaba, P. and Farkas, A.: Yield management impacts on airline spill estimation
- 6) Lautenbacher, C. and Stidham, S. : The Underlying Markov Decision Process in the Single-Leg Airline Yield-Management Problem , Transportation Science Vol.33 , No.2 , pp.136-146 , 1999 .
- 7) Littlewood, K.: Forecasting and control of passenger booking, AGIFORS Symposium Proc., 12, 95-117, 1972.
- 8) Yu, Gan et. al.: Operations Research in Airline Industry, Kluwer Publisher.
- 9) 黒沢直紀：航空旅客輸送における最適スケジュール調整手法に関する基礎的研究，神戸大学卒業論文，2003.