

クロス・エントロピー法を用いた地域間産業連関表の推計*

Estimation of Interregional Input-Output table using cross entropy method

奥田隆明**・橋本浩良***

By Takaaki OKUDA and Hiroyoshi HASHIMOTO

1 はじめに

戦後、わが国では高速道路や新幹線の整備により国内各地域の相互依存関係は次第に密接なものとなった。また、近年の情報・通信技術の発達はこうした地域間の相互依存関係をさらに密接なものにする可能性を秘めている。地域間の経済的な取引関係を把握するための統計データとしては地域間産業連関表がある。わが国では1965年以来、経済産業省（旧通商産業省）が国内を9地域（沖縄復帰前は8地域）に分割した地域間産業連関表の推計を行ってきた。この地域間産業連関表は経済産業省の政策評価に用いられるだけでなく、これまでもこの地域間産業連関表を用いて国内各地域の経済的な相互依存関係を定量的に明らかにする研究が数多く行われてきた¹⁾。

また、近年、環境問題に対する意識の高まりから、経済的な取引関係を表す地域間産業連関表に加えて各地域の環境負荷データを整備し、経済的な相互依存関係を通して環境負荷の発生原因を明らかにする研究が行われている^{2), 3)}。さらに、最近、地域経済を対象とした応用一般均衡モデルが数多く提案され、土木計画の分野でもこれを用いて道路や新幹線、港湾等の交通社会資本の整備効果の計測が試みられている⁴⁾。地域経済を対象とした応用一般均衡モデルのキャリブレーションを行う上でも地域間産業連関表は必要不可欠なデータであり、こうした方面からも地域間産業連関表に対するニーズも高まっている。

ところが、前述した通りわが国では経済産業省が国内を9地域に分割した地域間産業連関表の推計を行っているものの、こうした経済ブロックを単位とした地域間産業連関表では地域単位が大きすぎ、詳細な分析

*キーワード：地域間産業連関表、エントロピー

**正員，博士(工学)，名古屋大学大学院都市環境学専攻

(〒464-8603 名古屋市千種区不老町

TEL:052-789-4654 TAX:052-789-1462

E-mail:okuda@genv.nagoya-u.ac.jp)

***正員，修士(工学)，国土交通省北海道開発局

ができない。他方で1990年にはすべての都道府県で地域産業連関表の推計が完了し、これらの産業連関表を用いて都道府県を単位とした地域間産業連関表を推計していくことが考えられる。また、都道府県をさらに小さな経済単位（例えば、地方生活圏）に分割した地域間産業連関表を推計していくことも考えられる。

そこで、本研究では、新たな大規模調査を実施しないで既存の統計データから比較的簡易に地域間産業連関表を推計する方法について提案するものである。2. では、これまで提案されてきた地域間産業連関表の推計方法について簡単に振り返り、本研究の位置づけについて述べる。また、3. では、エントロピー法を用いて競争移入型地域間産業連関表を推計する方法について述べ、この推計方法を用いて具体的な推計を行うための計算アルゴリズムについて説明する。

2 従来に関連研究

(1) 地域間産業連関表の推計

地域間産業連関表の推計については、これまでも数多くの方法が提案されてきている。これらのレビューについては、Round⁵⁾、安藤⁶⁾、Lahr⁷⁾等に詳しい。大規模調査を実施しないで既存の統計調査を用いて推計する方法は、Non Survey 法と呼ばれている。また、複数地域を対象とした地域間産業連関表の推計については、Leontief・Strout が重力モデルを用いた方法を提案して以来、多くの方法が提案されてきている⁸⁾。わが国では、柴田・安藤が中国における全国産業連関表から地域間産業連関表を推計する方法を提案し、これを用いて中国における地域経済の分析を行っている⁹⁾。

(2) エントロピー法

3. でも説明する通り、競争移入型の地域間産業連関表は、1) 地域産業連関表と、2) 地域間交易マトリクス分けることができる。地域間交易マトリクスの推計については、Wilson のエントロピー・モデルが有名である¹⁰⁾。Wilson はエントロピーの概念を用いることにより地域間交易マトリクスを推計する方法を提案してい

る。また、Battenはこのエントロピーの概念を地域間産業連関表の推計に拡張した方法を提案している¹¹⁾。しかし、Battenは非競争移入型の地域間産業連関表を推計する方法を提案しているが、非競争移入型の地域間産業連関表は地域の数が増えるにつれ推計しなければならないデータが急速に増加するために、この方法を用いて現実の地域を対象とした地域間産業連関表を推計することは難しいと言わざるを得ない。

(3) マトリクス・バランス法

産業連関表や社会会計表(Social Accounting Matrix; SAM)等、マトリクスの行和、列和をバランスさせる方法はマトリクス・バランス法と呼ばれ、これまでも幾つかの方法が提案されてきている。これらレビューはLecomber¹²⁾等に詳しい。マトリクス・バランス法の中でも、距離法と呼ばれる方法はマトリクスの近接性の尺度を定義し、この距離が最も小さくなるように、マトリクスを推計する方法である。この近接性の尺度として、エントロピーを用いる方法も提案されている。また、近接性の尺度としてエントロピーを用いると、その一階の最適化条件としてRAS法に用いられる方程式が導出されることもわかっている¹³⁾。

(4) 本研究の位置づけ

本研究では、現実の地域間産業連関表を推計するために、競争移入型の地域間産業連関表を推計する方法について考える。このとき、マトリクスの近接性の尺度としてエントロピーを定義し、地域間産業連関表としてのバランスを保ちながら、エントロピーを最小化する問題を提案する。そして、この最適化問題の一階の最適化条件を導出すると、RAS法と両側制約エントロピー・モデルを組合せた最適化条件が導出されることを示す。また、実際の地域間産業連関表の推計を行うためには、この最適化条件を満たすような解を求める必要がある。そこで、数値計算によりこの解を具体的に計算する方法についても提案する。

3 推計方法の提案

(1) 基本的考え方

本研究では、競争移入型地域間産業連関表の推計を行う方法を提案する。競争移入型産業連関表の推計は、1)地域産業連関表(表1)の推計と、2)地域間交易マトリクス(表2)の推計に分けることができる。

表1 地域産業連関表

地域 S	産業 j	最終需要	地域内需要
	\vdots	\vdots	\vdots
産業 i	$\cdots X_{ij}^s \cdots$	F_i^s	Y_i^s
	\vdots	\vdots	\vdots
付加価値	$\cdots V_j^s \cdots$		
生産額	$\cdots X_j^s \cdots$		

表2 地域間交易マトリクス

地域 i	地域 S	最終需要	地域内需要
	\vdots	\vdots	\vdots
地域 r	$\cdots y_i^{rs} \cdots$	E_i^r	X_i^r
	\vdots	\vdots	\vdots
輸入	$\cdots M_i^s \cdots$		
地域内需要	$\cdots Y_i^s \cdots$		

地域産業連関表の推計にあたっては、産業連関表が与えられた地域を大地域、大地域をさらに小さく分割した地域を小地域と呼ぶことにする。また、小地域の生産額 X_j^s 、付加価値 V_j^s 、最終需要 F_i^s については既存の統計データからその値が与えられるものとし、小地域の間接投入 x_{ij}^s を推計するものとする。このとき、小地域の間接投入について何らかの情報が得られれば、これを用いて推計することが考えられるが、こうした情報が全くない場合には、大地域の産業連関表から投入係数を求め、これに小地域の生産額を乗じて小地域の間接投入 $\bar{x}_{ij}^s = a_{ij} X_j^s$ を推計することが考えられる。

また、地域間交易マトリクスについても、小地域の輸出入(または、大地域以外への移出入) E_i^r, M_i^s については既存の統計データからその値が与えられているものとし、小地域の地域間交易量 y_i^{rs} を推計するものとする。このとき、小地域の地域間交易量について

は地域間距離 d^{rs} が長くなるに従って交易量が減少するものと考え、品目毎に異なる減衰係数 γ_i を持つ重力モデル $(d^{rs})^{-\gamma_i}$ でその値を推計する。

ところが、こうして求めた地域産業連関表及び地域間交易マトリクスの一次推計値は地域間産業連関表としてのバランスを保っていない。そこで、地域間産業連関表としてのバランスを保つという条件の下で、一次推計値に最も近い地域間産業連関表を推計することを考える。

(2) 近接性の尺度

このとき、近接性の尺度として以下のエントロピーを定義する。

$$\sum_s \sum_i \sum_j x_{ij}^s \left(\ln \frac{x_{ij}^s}{\bar{x}_{ij}^s} - 1 \right) + \sum_i \sum_r \sum_s y_i^{rs} \left(\ln \frac{y_i^{rs}}{(d^{rs})^{-\gamma_i}} - 1 \right) \quad (1)$$

ここで、第1項は地域産業連関表に関するエントロピー、第2項は地域間交易マトリクスに関するエントロピーを表している。

(3) 制約条件

地域産業連関表の列方向の合計は地域生産額 X_j^s に一致しなければならない。したがって、地域産業連関表は次の条件を満たす必要がある。

$$\sum_i x_{ij}^s + V_j^s = X_j^s \quad (2)$$

また、地域産業連関表の行方向の合計は地域内需要 Y_i^s に一致しなければならない。したがって、地域産業連関表は次の条件を満たす必要がある。

$$\sum_j x_{ij}^s + F_i^s = Y_i^s \quad (3)$$

次に、地域間交易マトリクスの列方向の合計は地域内需要 Y_i^s に一致しなければならない。したがって、移出入マトリクスは次の条件を満たす必要がある。

$$\sum_r y_i^{rs} + M_i^s = Y_i^s \quad (4)$$

さらに、地域間交易マトリクスの行方向の合計は地

域生産額 X_i^r に一致しなければならない。したがって、地域間交易マトリクスは次の条件を満たす必要がある。

$$\sum_s y_i^{rs} + E_i^r = X_i^r \quad (5)$$

(4) 最適化問題

したがって、式(2)～(5)を満たしながら、式(1)のエントロピーをできる限り小さくするような地域産業連関表、地域間交易マトリクスを推計するためには、次の最適化問題を解けばよいことになる。

$$\sum_s \sum_i \sum_j x_{ij}^s \left(\ln \frac{x_{ij}^s}{\bar{x}_{ij}^s} - 1 \right) + \sum_i \sum_r \sum_s y_i^{rs} \left(\ln \frac{y_i^{rs}}{(d^{rs})^{-\gamma_i}} - 1 \right) \rightarrow \min \quad (6)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_i x_{ij}^s + V_j^s = X_j^s$$

$$\sum_j x_{ij}^s + F_i^s = Y_i^s$$

$$\sum_r y_i^{rs} + M_i^s = Y_i^s$$

$$\sum_s y_i^{rs} + E_i^r = X_i^r$$

$$x_{ij}^s, Y_i^s, y_i^{rs} \geq 0$$

(5) 一階の最適化条件

式(6)の最適化問題の解を求めると、次のような条件式が得られる。

$$x_{ij}^s = R_i^s \bar{x}_{ij}^s S_j^s \quad (7)$$

$$\sum_i x_{ij}^s + V_j^s = X_j^s \quad (8)$$

$$\sum_j x_{ij}^s + F_i^s = Y_i^s \quad (9)$$

$$y_i^{rs} = A_i^r B_i^s (d^{rs})^{-\gamma_i} \quad (10)$$

$$\sum_r y_i^{rs} + M_i^s = Y_i^s \quad (11)$$

$$\sum_s y_i^{rs} + E_i^r = X_i^r \quad (12)$$

$$R_i^s = \frac{1}{A_i^s} \quad (13)$$

式(7)～(9)は、RAS法を用いて収束計算を行った場合、収束状態で成立する条件を示している。また、式(10)～式(12)は、両側制約付きエントロピー・モデルを表している。そして、これらの2つの方程式群は式(13)で結合していることがわかる。

(6) 均衡解の求め方

地域間産業連関表を推計するためには、式(6)の最適化問題を解いても、式(7)～(13)の連立方程式を解いてもよいことになる。しかし、実際の地域間産業連関表を推計しようとする、式(6)の最適化問題は求めるべき変数が多く、計算効率が悪い。そのため、式(7)～(13)の連立方程式から、さらに変数を消去し、地域間産業連関表を推計する方法を考える。

式(7)と式(8)より、

$$S_j^s = \frac{X_j^s - V_j^s}{\sum_i R_i^s \bar{x}_{ij}^s} \quad (14)$$

また、式(10)、(12)、(13)より、

$$B_i^s = \frac{X_i^r - E_i^r}{\sum_r \frac{(d^{rs})^{-\gamma_i}}{R_i^r}} \quad (15)$$

式(9)、(11)より Y_i^s を消去し、式(14)、(15)を代入すると、次の連立方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \sum_j (X_j^s - V_j^s) \frac{R_j^s \bar{x}_{ij}^s}{\sum_i R_i^s \bar{x}_{ij}^s} + F_i^s \\ = \sum_r (X_i^r - E_i^r) \frac{R_i^r}{\sum_s \frac{(d^{rs})^{-\gamma_i}}{R_i^s}} + M_i^s \end{aligned} \quad (16)$$

この連立方程式を解くことによって変数 R_i^s を求めることができる。そして、変数 R_i^s を決めることができれば、式(13)より変数 A_i^s 、式(14)より変数 S_j^s より、式(15)より変数 B_i^s 、式(7)より変数 x_{ij}^s 、式(10)より変数

y_i^{rs} 、式(9)より変数 Y_i^s を順に求めることができる。

参考文献

- 1) 井原健雄(1996): 地域の経済分析、中央経済社
- 2) 盛岡通・吉田登・庵原一水(1998): 産業廃棄物の地域間相互誘発構造からみた処分量抑制と費用負担に関する研究、環境システム研究、Vol. 26、pp. 103-109.
- 3) 阿部宏史・谷口守・中川拓哉(2000), 地域間産業連関表データを用いた資源・エネルギー消費構造変化の分析、地域学研究、第30巻、第1号、pp. 251-265.
- 4) 土木計画学研究委員会: 応用一般均衡モデルの公共投資評価への適用
- 5) Round, J. I. (1983): Non-survey techniques: A critical review of the theory and the evidence, International regional science review, Vol.8, No.3, pp.189-212.
- 6) 安藤朝夫、堺美智雄(1989): 産業連関表の都市圏への適用のためのノン・サーベイ改訂について、土木学会論文集、No. 10、p. 33~p. 40
- 7) Lahr, M. L. (1993): A review of the literature supporting the hybrid approach to constructing regional input-output models, Economic systems research, Vol.5, pp.277-293.
- 8) Leontief, W. and Strout, A (1963): Multiregional input-output analysis, in Barna, T: Structural interdependence and economic development, London.
- 9) 柴田・安藤(1989): 中国の開放経済政策と都市化-産業連関表の地域展開による分析-、都市計画論文集、第401号、pp. 33-40.
- 10) Wilson, A. G. (1970): Interregional commodity flows: entropy maximizing approaches, Geographical analysis, No.2, pp.255-282.
- 11) Batten, D. F. (1982): The interregional linkages between national and regional input-output models, international regional science review, Vol.7, No.1, pp.53-67.
- 12) Lecomber, J. (1975): A critique of methods of adjusting, updating and projecting matrices, in Allen, R., Estimating and projecting input-output coefficients, Input-output publishing: London, pp2-26.
- 13) Schneider, M. and Zenios, S. (1990): A comparative study of algorithms for matrix balancing, Operations research, Vol.38, No.3, pp.439-455.