バス事業における路線間費用配賦に関する研究*

Cost Sharing among Routes in Bus Transportation Service*

谷本圭志**　喜多秀行***　藤田康宏****

By Keishi TANIMOTO**・Hideyuki KITA***・Yasuhiro FUJITA****

１．はじめに

平成 14 年 2 月にバス事業の参入・撤退規制が緩和され，各地で路線の再編，維持・廃止の動きがより活発になると考えられる．これらを実施する際，路線バス事業者は，各路線ごとに要する費用を把握する必要が出てくる．その理由として，主に以下の二つの場面が想定されよう．一つは, 自治体への補助の要求である．地方部，特に過疎地域においては，赤字が生じることは必至であり，自治体への補助なしにバスを運行することは不可能といっても過言ではない．このため，運行補助の申請を行うことになるが，補助は路線単位で行うこととなった現在においては，各路線ごとに要する費用が補助を受けるための重要な情報となろう．また，路線を廃止する際には，住民にその旨の説明を行い，一定の理解を得る必要がある．その場合，廃止の対象となっている路線に要する費用の額が廃止を説明する重要な根拠となる．このように，各路線への費用の配賦は，バス事業者の経営において今後ますます重要な位置を占めてくると考えられる．

従来，費用の配賦方法そのものは存在している．その方法によると，すべての路線に要する費用を各路線の走行距離に基づいて比例計算することで各路線に費用を配賦している．この方法は容易に計算できるという長所を持ち，実務においては広く普及している．しかし，この方法によって得られた配賦費用の合理性が不明である．このため，上述のように，バス事業者が自治体に補助を要求したり，路線の撤退を住民に説明する場面において，各路線の費用の根拠を示すことができない．

*キーワーズ：路線バス，費用配賦，協力ゲーム，費用関数

**正員，工博，鳥取大学工学部社会開発システム工学科

***正員，工博，鳥取大学工学部社会開発システム工学科

****学生員，鳥取大学大学院社会開発システム工学専攻

(〒680-8552 鳥取市湖山町南 4-101　TEL :0857-31-5311 FAX:0857-31-0882)

費用配賦に関する理論的な研究が協力ゲーム理論において豊富に蓄積されている．協力ゲーム理論に基づいた方法は，それらが満たす公理が明らかにされており，導出される配賦費用の根拠が明確である．本研究では，協力ゲーム理論を用い，現行の実務的な配賦方法が満たしうる公理を明らかにするとともに，各地の費用関数を推計し，どの地域において現行の方法により多くの公理が満たされるのかを検討する．

２．費用配賦方法

路線バス事業における現行の費用配賦方法として，各路線の走行距離に比例して事業に要する全費用を各路線に配賦する方法が用いられている．しかし，その方法で得られた配賦費用がどのような意味で合理的かについては必ずしも明らかでない．一方で，配賦方法に求められる公理を想定し，それらを満たす方法を見出すアプローチに基づく研究が協力ゲーム理論においてなされている．その代表として Shapley value，Aumman-Shapley pricing method，Serial cost sharing の方法があり，それらが満たす公理は理論的に明らかにされている [1]．よって，導出された配賦費用がどのような意味で合理的かが明確である．しかし，計算方法が複雑であるため実務においての適用は見られない．

３．費用配賦方法の公理分析

ここで分析する公理として加法性(AD), ダミー(DUM), 需要単調性(DM), 単位不変性(SI), 同質財に関する同一平均費用(ACPH)，同質財に関する配賦費用の上限性(UBH)の 6 つを取り上げる [1)2)].

以下では, 協力ゲーム理論における記号体系を用いて議論するため，ここではそれらについて整理する．路線の集合を $N=\{1,2,\ldots,n\}$で表し, 任意の路線を i で表す．φ_i は路線 i の配賦費用であり，$\varphi=(\varphi_i)_{i\in N}$ である．各路線の産出量ベクトルを $q=(q_1, q_2, .. , q_n)$ で表し，q の集合を Q で表す．産出量ベクトルに対する費用関数を $C(q)$

で表す．ただし，$C(0) = 0$,　$p \le p' \Rightarrow C(p) \le C(p')$ ($\forall p, p' \in [0, q]$)である．限界費用を$\partial_i C(q)$で表す．路線 i の産出量の単位(scale)をλ倍することを「プレイヤーi のλスケール変換」と言い，これをτ^i_λで表す．つまり，路線 i を除いた産出量ベクトルを q_{-i} と表すとし，ベクトル q における要素 i を q_i からλq_i に入れ替えた場合のベクトルを$(q_{-i}, \lambda q_i)$で表すと，$\tau^i_\lambda(q)=(q_{-i}, \lambda q_i)$であり，任意の q に関して$\tau^i_\lambda(C)(q)=C(\tau^i_{1/\lambda}(q))$である．$C(q)= C^*(q_1+ q_2+..+ q_n)$を満たす産出量ベクトル q は同質なベクトルであると言い，C^*は同質な産出量ベクトルに対する費用関数である．

①加法性(AD)：路線の集合が N であるときに費用関数が C, 産出量ベクトルが q であるときの配賦費用ベクトルを$\varphi(N, C, q)$で表す．全体の費用を任意の費用に二分割した場合に，分割された費用を C^1，C^2 で表す．つまり，全費用は C^1+C^2 である．加法性は次式で表される．

$$\varphi(N, C^1, q) + \varphi(N, C^2, q) = \varphi(N, C^1+C^2, q) \tag{1}$$

加法性とは，同じプレイヤーの集合をもつゲームを考えるとき，和ゲームにおける配賦費用はその成分ゲームにおける配賦費用の和に等しいことである．つまり，全費用をどのように分割しても，当該の路線の配賦費用はその分割と独立に一定であることを表している．よって，バス事業者がある意図をもって特定の路線の配賦費用を増減させようとして全費用を恣意的に分割したとしても，その路線の配賦費用は不変である．

②需要単調性(DM)：路線 i の産出量 q_i を増加させたとき，路線 i の配賦費用$\varphi_i(N, C, q)$は非減少である．この公理が満たされない場合は，産出量を増加させた場合にその路線の配賦費用が減少するという直感的に奇異な配賦費用を与えてしまう．需要単調性を定式化すると次式を得る．

$$\forall q_i' \ge q_i \Rightarrow \varphi_i(N, C, (q_{-i}, q_i')) \ge \varphi_i(N, C, q) \tag{2}$$

③ダミー(DUM)：路線 i を加えるもしくは除いた場合に費用の変化がないとき，つまり限界費用が 0 である場合，路線 i はダミーであると言う．ダミーの公理は，ダミーの路線への配賦費用は 0 であることを要請している．つまり，路線 i がダミーであるとき次式が成立する．

$$\partial_i C(q) = 0\ (\forall q \in [0, Q]) \Rightarrow \varphi_i(N, C, q) = 0 \tag{3}$$

ダミーは，費用の増加に貢献しない路線への配賦費用 を 0 とするという意味で最低限の公平性に相当する公理である．

④単位不変性(SI)：路線 i の産出量の単位を変換しても，その路線の配賦費用は不変である．例えば，路線 i の産出量が走行距離であるとして，その値をキロメートル単位で測っているとする．その場合に算出される配賦費用は，メートル単位にしてもマイル単位にしても不変であることを意味している．以上より，この公理を定式化すると，次式のようになる．

$$\varphi(N, C, q) = \varphi(N, \tau^i_\lambda(C), \tau^i_\lambda(q))\ (\lambda>0) \tag{4}$$

⑤同質財に関する同一平均費用(ACPH)：この公理は，バス事業の産出量が全ての路線について同質であれば，各路線の配賦費用の産出量平均は全ての路線について等しいことを意味している．例えば二つの同質なバス路線を形式的に変更し，各路線の産出量を変更前と不変，つまり、実質的に何も変わらなくても，この公理が満たされない場合にはこれらのバス路線の配賦費用の産出量平均値は変化してしまう．この公理を定式化すると次式を得る．

$$C(q) = C^*(q_1+ q_2+..+ q_n) \Rightarrow$$
$$\varphi(N, C, q) = qC(q)/(q_1+ q_2+..+ q_n) \tag{5}$$

⑥同質財に関する配賦費用の上限性(UBH)：バス事業の産出量が全ての路線について同質である場合，路線 i の配賦費用は仮に全ての路線の産出量が路線 i のそれと等しいとして産出された全費用よりも小さい．この公理は，任意の路線に過大な配賦費用を与えないという公平性を表していると解釈できる．この公理を定式化すると，次式を得る．ただし，e=(1,1,..,1)である．

$$\varphi_i(N, C, q) \le C(q_i e)\ (\forall i \in N) \tag{6}$$

これらの公理を対象として，路線バス事業における

配賦方法が満たす公理を検討する．その結果を表 1 に整理する．この表よりダミー(DUM)，同質財に関する配賦費用の上限性(UBH)という公平性に関する公理が実務的な費用配賦方法に満たされないことがわかる．

【証明】

①加法性

全費用の任意の分割を C^1, C^2 で表すと次式が明らかに成立する．

$$C^1(q)\, L_i/\Sigma_j L_j + C^2(q)\, L_i/\Sigma_j L_j = (C^1(q)+C^2(q))\, L_i/\Sigma_j L_j \ (\forall i\in N)$$
$$\Rightarrow \varphi_i(N, C^1, q) + \varphi_i(N, C^2, q) = \varphi_i(N, C^1+C^2, q) \ (\forall i\in N) \qquad (7)$$

よって，加法性が成立する．

②ダミー

ダミーが成立しない例を示す. 二つの路線をもつバス事業者を想定し，その費用関数が $C(q_1, q_2) = q_1$ の場合，$\partial_2 C(q)=0$ であるが路線 2 への配賦費用 φ_2 は $q_1 q_2/(q_1+q_2)>0$ である．しかし，産出量が同質である場合には，そもそも全ての路線がダミーもしくはダミーが一路線も存在しないかのいずれかであり，前者の場合には $C(q)=0$ となり費用を発生させずに路線バス事業を行っているという非現実的な状況になることから，費用を発生させて路線バス事業を行い，かつ産出量が同質であれば，ダミーの公理の成否はもとより問題にならないことに留意する必要がある．

③需要単調性

公理の定義により, φ_i を q_i で微分した導関数が非負であれば，需要単調性は満たされる．

(i) $q_i\neq L_i$ の場合，明らかに $\partial\varphi_i/\partial q_i=0$ である．

(ii) $q_i= L_i$ の場合，$p \le p' \Rightarrow C(p) \le C(p')$ $(\forall p, p'\in[0, q])$の仮定より，$\partial C(q)/\partial L_i\geq 0$ であることに留意すると，次式を得る．

$$\frac{\partial\varphi_i}{\partial q_i} = \frac{\partial\varphi_i}{\partial L_i} = \frac{(L_1+\cdots+L_n)-L_i}{(L_1+\cdots+L_n)^2}C(q) + \frac{L_i}{L_1+\cdots+L_n}\frac{\partial C(q)}{\partial L_i} \geq 0 \qquad (8)$$

よって需要単調性は成立する．

④単位不変性

全費用は当然のことながら, 産出量の単位を変えてもその値は不変である. つまり, $C(q)=\tau^i_\lambda(C)(q)$が成立する．

(i) $q_i\neq L_i$ の場合，q_i は配賦費用と無関係であるから，単位不変性は成立する．

表 1 各配賦方法が満たす公理

配賦方法	AD	DUM	DM	SI	ACP	UBH
Aumman Shapley pricing	○	○	×	○	○	×
Serial Cost Sharing	○	○	○	×	×	○
Shapley Value	○	○	○	○	×	×
路線バス事業	○	×	○	○	○	×

○：満たす　×：一般に満たさない

(ii) $q_i= L_i$ の場合，次式が成立することから，単位不変性が成立する．

$$\varphi_i = \frac{L_i}{L_1+\cdots+L_n}C(q) = \frac{\lambda L_i}{\lambda L_i+\cdots+\lambda L_n}\tau^i_\lambda[C](q) \qquad (9)$$

⑤同質財に関する同一平均費用

路線 i の配賦費用の平均費用は $C(q)L_i/q_i(L_1+L_2+\ldots+L_n)$ で与えられる．

(i) $q_i\neq L_i$ の場合，平均費用は路線によって異なる．

(ii) $q_i= L_i$ の場合，任意の路線の平均費用は $C(q)/(L_1+L_2+\ldots+L_n)$で同一である．よって，$q_i= L_i$ の場合においてのみ，この公理は成立する．

⑥同質財に関する配賦費用の上限性

(i) $q_i\neq L_i$ の場合に，この公理が成立しない例を示す．二つの路線をもつバス事業者を想定する．一般性を損なわずに $q_1\geq q_2$ とすることができる．すると，$C(q_1, q_2) \geq C(q_2, q_2)$が成立することから，次式が成り立つ．よって，同質財に関する配賦費用の上限性は $q_1=q_2$ の場合についてのみ成立する．

$$\varphi_2 = \frac{L_i}{L_1+L_2}C(q) \geq \frac{L_1}{L_1+L_2}C(q_2 e) \qquad (10)$$

(ii) $q_i= L_i$ の場合, 同質財に関する配賦費用の上限性が成立しているとすれば，次式が成立する．

$$\varphi_i = \frac{L_i}{\sum_{j=1}^{n} L_j}C^*\Big(\sum_{j=1}^{n} L_j\Big) \leq \frac{L_i}{nL_i}C^*(nL_i) \quad (\forall i\in N) \qquad (11)$$

上式を変形すると，次式を得る．

$$\frac{C^*\big(\sum_{j=1}^{n} L_j\big)}{\sum_{j=1}^{n} L_j} \leq \frac{C^*(nL_i)}{nL_i} \quad (\forall i\in N) \qquad (12)$$

上式の両辺は平均費用であることから, 上式が一般に

成り立つことは，任意の費用関数に関して平均費用が常に$\Sigma_j L_j$で極小となっていることである．当然のことながら，これは成り立たない．【証明終】

しかし，表1における×印は，一般に満たされないことを示しているものの，ある特別な費用関数形が成立する場合には，満たされる可能性がある．そこで，次章では，都市部と地方部での費用関数を推計し，既存の路線バス事業における方法の公理分析をさらに進めて検討する．

4．事例分析

以下では，実際のバス事業の費用関数を推計し，各方法が満たす公理を分析する．中島ら[3)]は, 鉄道事業が, 路線アクティビティ，列車運行アクティビティ，輸送アクティビティの基本事業から構成される垂直分業によって生産を行うものとして，生産性・効率性分析を行っている．本研究では，中島の研究に倣い，路線バスサービスを車両運行アクティビティと旅客輸送アクティビティによる垂直分業であると考え，前者の生産財はバスの走行距離(単位：車両キロ)に，後者は輸送距離(単位：人キロ)で測ることとする．よって，路線バス事業における費用関数は，走行距離と輸送距離を説明変数とする関数として推計できる．

以下では，車両運行アクティビティによって発生する費用を営業費用，乗客輸送アクティビティにおけるそれを一般管理費用として費用関数を推計する．全体の費用は，営業費用と一般管理費用の和で与えられる．費用のデータは，H10～12 年度の乗合バス標準原価表を用いた．また，輸送距離のデータが入手できなかったため，それを輸送人員(単位：人)で代用する．

(1)都市部(関東，中部，近畿)

営業費用：$\ln C=1.2734\times\ln L$　($R^2=0.98$)

(t 値：575.60^*) *: 1%の有意水準

一般管理費用：$\ln C=0.6955\times\ln G+4.4957$ ($R^2=0.99$)

(t 値：31.45^*, 15.22^*)

(2)地方部(北海道，東北，新潟，中国，四国，九州)

営業費用：$\ln C=1.036\times\ln L+2.6675$　($R^2=0.99$)

(t 値：35.71^*, 7.69^*)

一般管理費用：$\ln C=1.1431\times\ln L-1.2888$ ($R^2=0.97$)

(t 値：23.05^*, -2.17^*)

(C：各費用，L：走行キロ，G：輸送人員)

表 2　想定する路線

	走行距離(キロ)	輸送人員(人)
路線 1	10	25
路線 2	20	30
路線 3	30	40

表 3 都市部での費用配賦の結果(単位：千円)

配賦方法	路線 1	路線 2	路線 3
Aumman Shapley pricing	590.62	733.25	987.87
Serial Cost Sharing	627.13	744.07	940.55
Shapley Value	607.16	738.54	966.04
路線バス事業	385.29	770.58	1155.87

表 4 地方部での費用配賦の結果(単位：千円)

配賦方法	路線 1	路線 2	路線 3
Aumman Shapley pricing	172.00	344.01	516.01
Serial Cost Sharing	167.40	343.24	521.38
Shapley Value	170.78	343.71	517.53
路線バス事業	172.00	344.01	516.01

地方部では，営業，一般管理費用の双方が走行キロによってのみ説明されており，この場合には路線バス事業における方法にもダミーが成立し，配賦費用は Aumman-Shapley pricing method と一致する．しかし，都市部ではそのような性質は見られない．それを例示するため，表 2 に示す路線を想定した場合の費用配賦の結果を表 3, 4 に示す．表 3 に示すように, 都市部では, 路線バス事業における方法と協力ゲームに基づく方法による配賦費用は著しく異なることが明らかとなった．

5．おわりに

今後は地域ごとにデータを分析し，地域ごとに費用配賦方法の分析を行いたい．

参考文献

1) E. Friedman and H. Moulin: Three Methods Share Joint Costs or Surplus：Journal of Economic Theory 87, pp.275-312, 1999.

2) H. Moulin: Handbook of Social Choice and Welfare Volume1, North-Holland, pp.289-375, 2002.

3) 中島隆信：日本経済の生産性分析, 日本経済新聞社, pp.155-170，2001.