

複数滑走路のライフ・サイクル・コストと最適維持・補修計画

竹林幹雄

正会員 工博 神戸大学工学部建設学科助教授 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

1. はじめに

本稿では滑走路の維持補修を社会的費用を考慮したライフサイクルコストの削減問題という視点から検討する。

空港管理者は空港運営においては、空港施設の維持・補修と、毎期の遅延など滑走路の混雑に起因する不効用 (disutility) を同時に考慮しなければならないと考えられよう。この場合、最適な維持・管理計画を立案するためには離発着数 (需要) の各滑走路への配分と滑走路の舗装劣化との間の相互作用に着目することが重要である。

従来、滑走路の維持・補修に関しては国内外で多くの研究がなされてきており、最近では航空需要、すなわち離発着数と滑走路の舗装劣化との関係に着目した滑走路補修に関する研究も見られるようになってきた¹⁾。しかし、その大半は力学的な側面からの検討であり、議論の多くは力学的強度に着目して舗装厚を決定する問題に焦点が絞られている³⁾。ゆえに、本稿が着目する離発着需要を考慮した維持・管理政策に関しては、ほとんど検討されてきていないというのが実情である。

本稿で着目する問題はいわゆる demand-quality interaction 問題に分類されるものであり、道路の維持・管理に関する研究では比較的早くから検討されてきた分野である。

demand-quality interaction の先駆的研究は Friesz and Fernandez²⁾³⁾ によってなされた。Friesz らは交通量と舗装状態という 2 種類の異なる状態変数を定義し、最大原理を援用して最適な補修政策のための条件を導出している。そして最適政策として、単純制御 (singular control) とバンバン制御 (bang-bang control) を取り上げ、その効果について検討を加えた。Friesz らの研究は極めて理論的であり、最適制御に関して非常に多くの示唆を与えるものである。しかし、Friesz らのモデルでは、道路のコンディションによって通過する交通量 (需要) が決定される構造になっており、本稿で対象とする「需要そのものを操作することによって最適な状態に導く」方法論とは大きく異なる。

補修の時期決定とその改善の程度、および総費用の関係について検討したものに Tsunokawa and Schofer⁴⁾ の研究を挙げることができる。彼らはマルチコフ過程を仮定し、舗装状態のみを状態変数として、定式化を行っている。ここではノコギリ歯モデル

(sawtooth model) を平滑化したトレンドモデルで近似解を求める手法を提案している。Tsunokawa らの提案した方法は実用に即したモデルであり、比較的容易に補修間隔、改善の程度、総費用を求めることができる。しかし彼らの取り扱った問題は需要を全く捨象したものであった。

本稿では、複数滑走路を有する空港における滑走路維持・補修の最適化問題を、demand-quality interaction 問題としてとらえ、需要制御を考慮した維持・補修政策の特徴について検討を加える。

まず、複数滑走路があった場合、各滑走路の整備時期が非同期の場合を取り上げ、定式化し、数値計算によりモデルの特性を示す。続いて、動機の場合を取り上げ、定式化・解法の違いを説明する。

2. モデル：非同期

ここでは滑走路の整備が非同期、すなわちバラバラに整備される場合について検討する。これは、近隣に退避用空港が存在せず、空港を一時的にも閉鎖し整備に充てることができない状況を想定したものである。

(1) 前提条件

複数滑走路の維持・補修問題を最適化問題として定式化を行うために、以下のような前提条件を設ける。

- 1) 対象とする現象は確定的であるとする。
- 2) 計画期間は無限期間として評価する。
- 3) 当該空港の総離発着数は与件であり、全ての期間を通じて一定であるとする。
- 4) 各滑走路は全て同じ規格で設計されており、離発着によって受ける滑走路の舗装の劣化も、同じ反応関数で表現できるものとする。
- 5) 全て同形式の航空機が利用するものとし、各フライトは同じ負荷を滑走路に与えるものとする。
- 6) 滑走路を補修する際は、当該滑走路は閉鎖され、その需要は他の滑走路に配分されるものとする。
- 7) 補修は速やかに行われ、補修後は直ちに供用されるものとする。
- 8) 補修単価は全期間を通じて一定であるとする。また、補修作業は毎回同じ手法で行われるものとする。

(1)は滑走路の舗装劣化、フライト数に関しては確

率事象を一切含まないことを表す。(2)および(8)は維持・補修政策の特性を比較するために便宜的に導入した。(3)は、本稿で対象とする空港への需要は極めて大きいものの飽和状態であるとし、減少することはないという状態を想定するために設定した。(4)、(5)は、滑走路は全て同じ条件下で劣化するという等質性を表している。例えば、同じ地盤条件、舗装材、構造・デザインの滑走路で構成されていることを想定している。(6)、(7)は補修工事実施時点の条件を表しており、現実の状態を考慮したものである。

(2) 定式化

滑走路数 n で構成される空港について考える。滑走路 i ($i \in I$, I は滑走路の集合を表す) の劣化の状態の微小変化量 $dS_i(t)/dt$ は現在利用するフライト数 $f_i(t)$ と現在の滑走路の状態 $S_i(t)$ に依存すると仮定する。また各滑走路ではフライト数 $f_i(t)$ に応じた遅延が生じ、遅延によるエアライン、旅客が負担するコストの総計が $C(f_i(t))$ で表現されるものとする。毎期の総フライト数は F で一定であるとする。今、 $k-1$ 回目の補修が終了した時点 t_{k-1}^i から、次の補修時点 t_k^i までに滑走路 i で生じる総費用 J_k^i は

$$J_k^i = \int_{t_{k-1}^i}^{t_k^i} C(f_i(t))e^{-\gamma t} dt + M(w_k^i)e^{-\gamma t_k^i} \quad (1)$$

で表すことができる。ここで、 $M(w_k^i)$ は k 回目の滑走路 i における補修時の舗装厚 w_k^i に応じた費用である。また、 γ は割引率を表す。

右辺第1項は滑走路の混雑に起因するコストを表し、第2項は補修費用である。

空港管理者の目的は全ての滑走路で生じる費用の総計の最小化であるとする、空港管理者の直面する問題は、次のように定式化される。

〔問題 MP〕

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \sum_{i \in I} \int_{t_{k-1}^i}^{t_k^i} C(f_i(t))e^{-\gamma t} dt + M(w_k^i)e^{-\gamma t_k^i} \right\} \quad (2)$$

Sub. To

$$\frac{dS_i(t)}{dt} = g_i(f_i(t), S_i(t)) \text{ for } \forall i \in I \quad (3)$$

$$\Delta S_i = S_i(t_k^{i+}) - S_i(t_k^{i-}) = V(w_k^i, S_i(t_k^{i-})) \quad (4)$$

$$S_i(0) = S_i^{ini} \text{ for } \forall i \in I \quad (5)$$

$$\sum_i f_i(t) = F \text{ for } \forall t \quad (6a)$$

$$f_i(t_k^i) = 0, \quad i \in I \quad (6b)$$

$$f_i(t) \geq 0, \quad S_i(t_k^{i+}) > S_i(t_k^{i-}), \quad t_k^i - t_{k-1}^i > 0 \quad (7)$$

ここで、

$g_i(f_i(t), S_i(t))$: 滑走路の劣化を表す関数。

$\Delta S_i(t)$: 補修による滑走路の舗装状態の改善指数。

$S_i(t_k^i)$: k 回目の補修直前での滑走路 i の舗装粗度であり、滑走路の舗装劣化度を表す。

$S_i(t_k^{i+})$: k 回目の補修直後での滑走路 i の舗装粗度。

V : 補修による滑走路の舗装状態の改善程度を表す

関数で、補修時の舗装厚 w_k^i と補修直前の舗装粗度 $S_i(t_k^i)$ を変数とする。

S_i^{ini} : 滑走路 i の初期舗装粗度。

i : k 回目の補修時に補修を受ける滑走路を示す。

(2)は目的関数である。(3)は滑走路の舗装劣化の状態遷移を表す状態方程式である。(4)は補修時の舗装改善の程度は、補修直前と直後の舗装コンディションの差によって表され、それは舗装厚と補修直前の舗装粗度の関数で表現されることを意味する。(5)は舗装の初期状態を表す。(6a)は総フライト数が一定であることを表し、(6b)は補修時に滑走路が閉鎖されることを意味する。(7)は各操作変数に関する非負ないしは正であることを示す制約条件である。

(3) 解法

問題 MP の最適解を求めるために、まず Li and Madanat⁷⁾ に倣い、定常状態を仮定した維持・補修計画について検討する。定常状態が実現することを仮定しているため、同じ補修パターンが繰り返されることになる。

問題 MP は操作変数にフライト数を含んでいるため、動学最適化問題の標準的解法である Pontryagin の最大原理を応用することを考える。

最大原理を用いて維持・補修の動学最適化問題を解く場合、以下のような手順を踏む。

- 1) $f_i(t)$ の最適トラジェクトリ、 $S_i(t_k^{i-})$ (ないしは $S_i(t_k^{i+})$) の最適、および最適整備間隔 τ を $S_i(t_k^{i+})$ (ないしは $S_i(t_k^{i-})$) を与件として求める。
- 2) $S_i(0)$ を与件とし、 $S_i(t_k^{i+})$ (ないしは $S_i(t_k^{i-})$) に対応する最適な最初の補修時点 t_1 およびその際の $f_i(t)$ の最適トラジェクトリを求める。
- 3) 1), 2) より無限期間での総コストを確定し、最適な $S_i(t_k^{i+})$ (ないしは $S_i(t_k^{i-})$) を決定する。

2) に示されるように、最初の補修までのコストは初期条件に依存する。このため、総コスト自体は初期条件に依存する。しかし、本稿で対象とする 1) の過程、すなわち定常状態下では、各時点のフライト数の制御および補修方法のみに依存し、初期条件に依存しない。本稿では、問題の本質であるフライト数の制御と補修方法との関係に焦点を絞るため、以降 1) の過程に関してのみ検討を加えることとする。

前述のように、滑走路数 n のもとの定常状態下では、補修は同一のパターンを繰り返すことになる。1 サイクルの期間長を τ で表すと、 τ は期間長 η に含まれる同じパターンを n 回繰り返すことになる。図-1 は $n=3$ での定常状態下での滑走路の舗装劣化の関係を図化したものである。

図-1 に表された定常状態では初期の滑走路の舗装粗度 S_0 (ないしは終端の舗装粗度 S_r)、整備間隔 τ として各滑走路への配分フライト数 $f_i(t)$ が操作変数である。しかし、問題の特徴に着目すれば、より単純な最適化問題に帰着することを以下に示す。

今、 S_0 および τ を与件とし、 $f_i(t)$ を操作変数として定常状態に関する定式化を考える。この場合、問

題 MP を期間に τ 関して解き，無限期間で割り引くことになる．さて，一見すると問題 MP は「自由端問題」として取り扱うべき問題のように受け取られる．実際，終端点の S_i は未知数である．しかし，実際には次のような等式が成立する． $i=1, \dots, n$ とすると

$$S_{i-1}(\eta) = S_i(0), \quad i \geq 2 \quad (8)$$

である．ただし $\eta = t/n$ である．

#1 の滑走路が次に補修を受ける場合を考えよう．この場合，#n の滑走路は補修を受けた直後になる．現在価値 Hamiltonian は以下ようになる．

$$H_1 = \left\{ \sum_{i=1}^n C(f_i(t))e^{-\eta t} + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i(t) \{g_i(f_i(t), S_i(t))\} \right\} \quad (9)$$

ここで， $\lambda_i(t)$ は Lagrange 乗数である．KKT 条件を導出すると，以下を得る．

$$\frac{dH_1}{df_i(t)} = 0 \quad \text{for } \forall i \quad (10a)$$

$$\frac{d\lambda_i(t)}{dt} = -\frac{\partial H_1}{\partial S_i(t)} \quad \text{for } \forall i \quad (10b)$$

$$\frac{dH_1}{d\lambda_i(t)} = g_i(f_i(t), S_i(t)) \quad \text{for } \forall i \quad (10c)$$

残余価値関数を $\Phi = M(w_n)$ とすれば，横断条件は次のように与えられる．

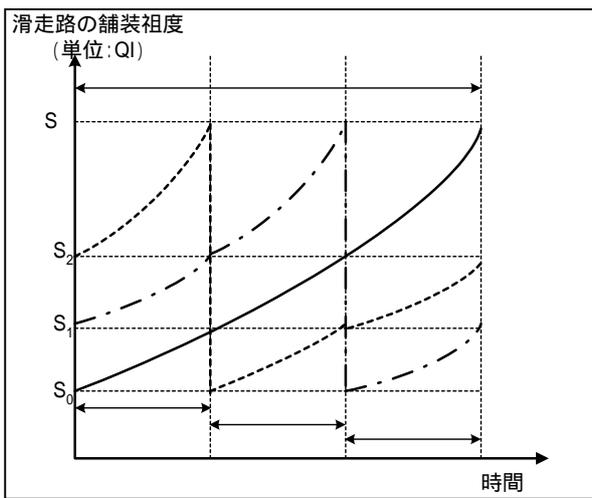
$$\lambda_i(\eta) = \frac{d\Phi}{dS_i(\eta)}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (10d)$$

あるいは(10d)の条件は(10e)のように表現することもできる．

$$\lambda_i(\eta) = \frac{d\Phi}{dS_i}, \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \quad \text{and} \quad f_1(\eta) = 0 \quad (10e)$$

ここで， Φ は $S_i(\eta)$ の関数で表現できるが，明示的には $S_\tau = S_i(\eta)$ のみの関数である点に注意が必要である．(10a)-(10c)および終端条件(10d)あるいは(10e)により， $f_i(t)$ の軌道は (S_0, S_τ, η) の関数として示される．

さて $S_i(t)$ は，(3)の微分方程式の解として求められる．ゆえに， $S_i(t)$ を解析解として求めることができる場合， $S_i(t)$ は適当な積分定数 B_i を用いて，Lagrange 乗数 $\lambda_i(t)$ の関数として表現される．積分定数 B_i は(8)および初期条件 $S_n(0) = S_0$ から決定される．このため， $S_i(t)$ も $\lambda_i(t)$ の関数として表される．方程式の数は $4(i-1)+1$ である．未知数は $S_i(t)$ が $i-1$ 個，積分定数 B_i が i 個， $f_i(t)$ が $i-1$ 個， $\lambda_i(t)$ が $i-1$ 個であり，方程式の数と未知数の数が一致するため，解を確定すること



ができる．ここで， $S_i(\eta) = S_\tau$ を考慮すると， S_τ は (S_0, η) の関数として表現できる．同様に $\lambda_i(t)$ および $f_i(t)$ も同様に (S_0, η) の関数として表される．ゆえに全ての未知数は (S_0, η) の関数として求めることが可能

図-1 定常状態における滑走路コンディションと補修方法の関係 ($n=3$)

となる．すなわち，以下のような形式で表現することができる．

$$S_\tau = \Gamma_{S_\tau}(S_0, \eta) \quad (11a)$$

$$\lambda_i(t) = \Gamma_{\lambda_i}(S_0, \eta) \quad (11b)$$

$$f_i(t) = \Gamma_{f_i}(S_0, \eta) \quad (11c)$$

ここで $\Gamma_i(\cdot)$ は関数である．

最後に，最初の補修終了後の定常状態における現在割引価値としての総ライフサイクル費用（以降，TDLC と表記する） J_1 は，1 サイクルあたりの費用を j_1 とすると，

$$J_1(S_0, \eta) = \frac{j_1}{1 - e^{-\eta n}} \quad (12)$$

である．

3. 数値計算

本章では，数値計算を通してモデルの挙動特性を把握する．

(1) 関数およびパラメータの特定

モデルで導入した関数を以下の形に特定する．

$$C(f_i(t)) = c(f_i(t))^2 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n \quad (13a)$$

$$g_i(f_i(t), S_i(t)) = a_1 f_i(t) + a_2 S_i(t) \quad (13b)$$

$$M(w_n) = m_1 w_n + m_2 \quad (13c)$$

$$V(\Delta S) = g_1 \sqrt{w_n} + g_2 S_\tau + g_3 \quad (13d)$$

表-1 パラメーター一覧

パラメータ	値	パラメータ	値
C	50	F	5
a_1	0.01	a_2	0.01
m_1	12000	m_2	600000
g_1	5	g_2	0.78
g_3	-66		

(13a)のコスト関数は非線形挙動を示す単純な例である．無論，これ以外の形式を導入することは可能であるが，問題の本質を簡便に理解するために，2次形式を採用した．(13b)は Friesz and Fernandes⁴⁾ で採用された舗装の状態方程式である．(13c)および(13d)は Tsunokawa and Schofer⁶⁾ で採用された補修のコスト関数と補修厚と補修改善度の関係を表したものである．(13b)~(13d)はいずれも道路の舗装に関する関数である．しかし，空港に関する既存研究がほとんど存在しないこと，および問題の本質には影響しないことを考慮し，ここではこれらの関数を採用することとした．

次にパラメータに関しては表-1 のように定めた．

m_1, m_2, g_1, g_2 および g_3 の値は Tsunokawa and Schofer⁶⁾で採用された値を用いた。また、 a_1, a_2 および c は計算のために試行錯誤的に調整した値である。

(2) 計算結果および考察

図-2 は最初の補修終了後の定常状態における整備間隔 η 、舗装厚 w および TDLC の関係を表したものである。ここでは、 $S_0=20$ の場合を記す。フライト数の最適制御を行った場合、TDLC は整備間隔 η が長くなるに従って減少する傾向にあることがわかる。一方、舗装厚 w は増加する傾向にある。ここから、舗装厚が許容可能な範囲であれば、できるだけ整備間隔を長期化した方が望ましいといえる。例として、 $\eta=50$ の場合に着目しよう。この場合、 $\eta=10$ の場合と比較すると、約 50%TDLC を抑制することができる。このように、整備間隔が長くなるほど TDLC は単調に減少する。しかし、舗装厚は η が 60 を超えるあたりから極端に増加する。 $\eta=60$ において $w=250\text{mm}$ に達する。TDLC の最小値は $\eta=85$ で得られるが、これ以上の期間では実行可能解は得られなかった。

次に、各滑走路の舗装劣化指数を比較する。図-3 は #1~#3 の各滑走路の 1 サイクル終了時点での舗装劣化の程度と整備間隔 η の関係を表したものである。サイクル終了時に整備される #1 の舗装粗度 $S_1(\eta)$ は η が増加するに従い、大幅に増加する。一方、整備直後の #3 に関しては $S_3(\eta)$ は大きく変化しないことがわかる。また、 η が増加するに従い、各滑走路間の終点での舗装のコンディションに大きな差を生じることが認められる。これは、整備間隔が長くなるに従い、フライト数配分比率が大きく変化していることを示唆するものである。

次に、最適フライト数配分について検討する。図-4 および 5 は $\eta=30$ および $\eta=75$ の各滑走路への最適フライト数配分のトラジェクトリを表している。

$\eta=30$ の場合、#2 が主として利用される滑走路であることがわかる。そして、次に補修される #1 および補修直後の #3 はほぼ同じ挙動を示していることがわかる。初期の配分率の差は約 0.6 であるが、その差は時間を経るに従って増加し、#3 はその終点での配分率はほぼゼロとなる。時間を経るごとに #2 への集中の度合いが強調される方法であることがわかる。

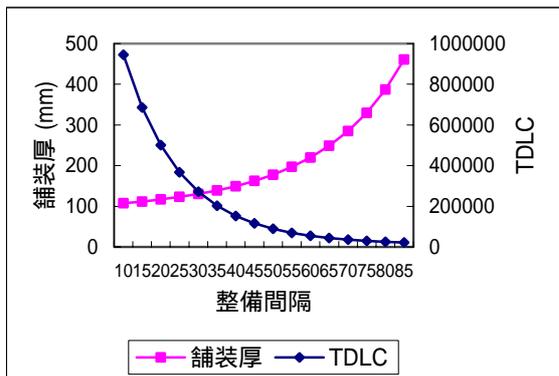


図-2 η, w と総費用の関係($S_0=20QI$)

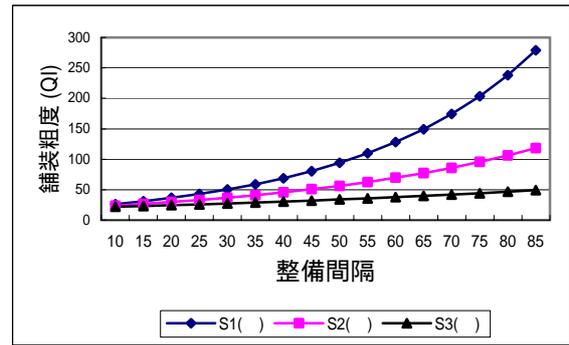


図-3 滑走路の舗装状態($S_0=20QI$)

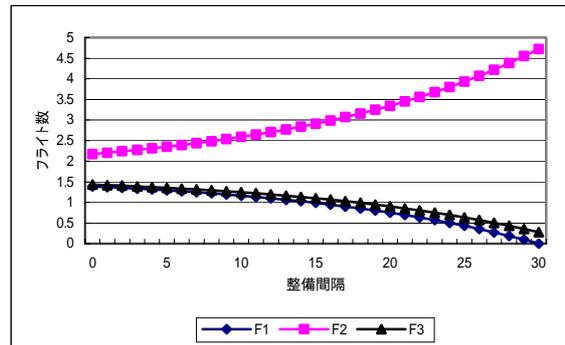


図-4 滑走路別最適フライト数の軌道($\eta=30$)

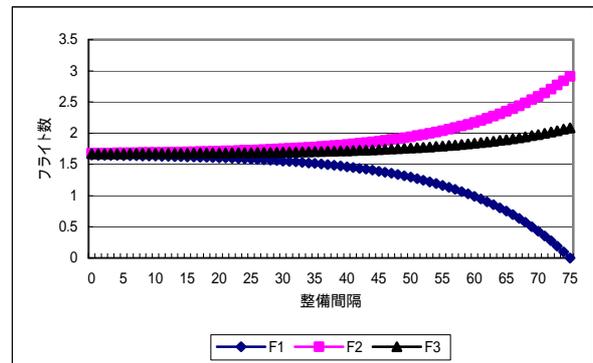


図-5 滑走路別最適フライト数の軌道($\eta=75$)

しかし $\eta=75$ の場合、全く異なった挙動を示すことが図-5 からわかる。#2 は依然として、主として利用される滑走路ではあるが、#3 も #2 と同様に、時間を経るごとに、フライト数配分率が上昇している。このため、終点においては $\eta=30$ の場合、#2 への配分が全体の 97.5% に達するという極端な配分の集中が生じているものの、 $\eta=75$ の場合ではそのような集中は生じることなく、#2 と #3 の比率はほぼ 3:2 である。さらに、10 期を経るまでは各滑走路ともほぼ等しい配分率であることが認められる。このような「等配分」が生じるのは $\eta=72$ 以上になった場合であることが図-6 から理解される。また、 $\eta=72$ 以上の場合、#3 への配分フライト数 $f_3(t)$ は全期間を通じて非減少となる。このような挙動変化を与える点(この場合 $\eta=72$) をシフトポイントと呼ぶことにする。

このような挙動の変化が生じた理由を考えてみよう。フライト数の最適制御は終端条件 $S_i(\eta) = S_{i-1}(0)$ ($i > 1$) を満足しなければならない。しかし、整備間隔が短すぎた場合、 $S_i(\eta)$ の差をできるだけ小さくする以外、上記の条件を満足する解がないと考えられる。すなわち、特定の滑走路にのみ集中的に配分し、次の期間には別の滑走路に集中配分を切り替えるという、「集中配分」型の制御方式を採用すると考えられる。

一方、整備間隔が十分長い場合、滑走路における混雑に起因する費用 $C(f(t))$ は、各滑走路の配分数を等しくすることにより最小化することが可能である。このため、できるだけ長期間「等配分」を行うことが最適であるという結果に結びついたと考えられる。以上のように、毎期の空港での混雑による費用上昇の点から考えれば、長期間の整備間隔が可能な場合、「等配分」が実現できることから、できるだけ長期の整備間隔が望ましいことがわかる。

しかし、何らかの事情で整備間隔を短期間に設定しなければならない場合、最適制御としては「等配分」は実現できない。換言すると、集中配分を行う場合には、滑走路数は2本でも十分機能すると考えられる。

4. モデル：同期

さて、ここまでは滑走路ごとに整備が非同期の場合を取り上げてきたが、同期する方式も無論採用することが可能である。この場合、まず整備される時刻の全需要は他の空港に移転でき、その移転コストについては、当該空港は勘案しない、という枠組みが必要である。すなわち、周辺空港でも十分当該空港の需要を処理できるという条件が必要なのである。

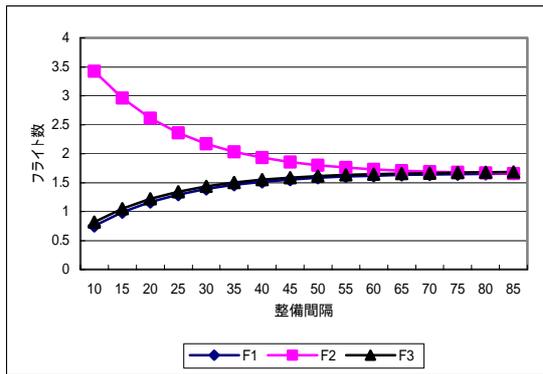


図-6 初期フライト数の比較($S_0=20Q1$)

このとき、需要の配分は一定となる。すなわち、整備される滑走路の数を m とすると、 $C(F/n)$ だけ毎期混雑が生じる。これは次のように定式化される。簡単のため、1回に1本の滑走路が整備される場合を取り上げた。

〔問題 MP-C〕

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \{ C(F/n) \int_{t_{k-1}}^{t_k} \sum_i e^{-\eta t} dt + M(w_k^i) e^{-\eta t_k} \} \quad (2')$$

Sub. to (3)-(7)

(2')では整備時に生じる混雑を残余価値関数に取り込む形式となる。このとき、現在価値 Hamiltonian は終端での混雑を別途定義することになるので、

$$H_1 = \{ C(F/n) e^{-\eta t} + \sum_{i=1}^{n-2} \lambda_i(t) \{ g_i(f_i(t), S_i(t)) \} \} \quad (14)$$

と書くことができる。

さて、式(14)の右辺第1項は定数であることは自明である。また $f_i(t)$ は定数なので、(14)式の最大化に関係するのは Lagrange 乗数 $\lambda_i(t)$ および状態変数 $S_i(t)$ のみである。しかし、状態変数 $S_i(t)$ は初期状態が決定されていれば、毎期の負荷は一定なので終端での状態も予測可能である。同時に残余価値関数に含まれる整備時の混雑は定数であり、かつ整備費用 M も滑走路の終端での状態に依存する。

これらから、本問題は状態変数 $S_i(t)$ の初期状態ないしは終端状態のみで構成される問題であることがわかる。これは Li and Madanat⁹⁾が提案した方法論をそのまま適用できる好例である。すなわち、初期状態 S_0 から得られる終端状態 S_T 、および終端状態 S_T から得られる初期状態 S_0 を繰り返し計算することで、その収束解として最適な初期状態・終端状態を得るというものである。Li and Madanat の示した例では、最初の補修費用を組み込んだライフサイクルコストは時間に関して単調減少する場合を取り上げているので、1回の繰り返し計算で解を得ることができる。求解方法は以下ようになる。

(1) 計画開始後、最初に修繕を実施する際に投入する費用を評価時点 t_1 で組み込んだライフサイクルコスト Z_1 を最小化する。

まず、評価時点 t_1 で評価した1サイクル τ の総コストを z_1 とする。これは最初の修繕費用が時間による割引がない状態で組み込まれる。このため、1サイクルにかかる費用は

$$z_1 = m_1 w + m_2 + c(F/n)^2 \int_0^{\tau} e^{-\eta t} dt \quad (15)$$

となる。

ここで $F/n = \text{const.}$ であることに着目すると、初期の状態 S_0 と終端の状態 S_{τ} の関係は一意に以下のように表現できる。

$$S_{\tau} = e^{-a_1 \tau} \left(S_0 - \frac{a_1 F}{a_2 n} \right) + \frac{a_1 F}{a_2 n} \quad (16a)$$

あるいは

$$S_0 = e^{a_1 \tau} \left(S_{\tau} - \frac{a_1 F}{a_2 n} \right) + \frac{a_1 F}{a_2 n} \quad (16b)$$

である。

式(16b)および式(4)から上式を満たす舗装厚 w^* は

$$w^* = \left(\frac{S_\tau (1 - e^{a_1\tau} - g_2) + (e^{a_1\tau} - 1) \frac{a_1 F}{a_2 n} - g_3}{g_1} \right)^2 \quad (17)$$

ゆえに、最初に修繕を実施する際に投入する費用を評価時点 t_1 で組み込んだライフサイクルコスト Z_1 は以下のように定められる。

$$Z_1 = \frac{m_1 w^* + m_2 + c(F/n)^2 \frac{1 - e^{-\gamma\tau}}{\gamma}}{1 - e^{-\gamma\tau}} \quad (18)$$

この Z_1 がある S_τ のもとで時間に対して単調減少ないしは下に凸の性質を有するのであれば、次のような手続きにより最適な初期状態 S_0 とその整備間隔 τ を定めることができる。

(2) 計画開始後、最初に修繕を実施する際に投入する費用を評価時点 t_1 で組み込まないライフサイクルコスト Z_2 を最小化する。

これは1サイクル終了時点で補修費用を組み込む形式となる。このとき、目的関数 z_2 は

$$z_2 = (m_1 w + m_2) e^{-\gamma\tau} + c(F/n)^2 \int_0^\tau e^{-\gamma t} dt \quad (19)$$

式(16a)および式(4)から上式を満たす舗装厚 w^{**} は

$$w^{**} = \left(\frac{S_0 (-1 + e^{-a_1\tau} - g_2 e^{-a_1\tau}) + (-e^{-a_1\tau} + 1) (1 - g_2) \frac{a_1 F}{a_2 n} - g_3}{g_1} \right)^2 \quad (20)$$

となる。ここから、

$$Z_2 = \frac{(m_1 w^{**} + m_2) e^{-\gamma\tau} + c(F/n)^2 \frac{1 - e^{-\gamma\tau}}{\gamma}}{1 - e^{-\gamma\tau}} \quad (21)$$

となる。この関数 Z_2 がある S_0 のもとで時間に対して下に凸ないしは単調減少であれば、最適な S_τ を定めることができる。

このように、Li and Madanat の方法は極めて簡便なものであり、定常状態を仮定する限り表計算ソフト程度で最適インターバルから最適舗装厚まで求めることが可能である。

4. おわりに

本稿では、複数滑走路を有する空港において配分フライト数と滑走路の舗装劣化状態間にある相互作用に着目し、滑走路維持・補修の最適化問題を demand-quality interaction 問題としてとらえ、定式化を行い、最適性条件を導出した。ここに示したように同期・非同期で解法は大きく異なる。一般に、同期化が可能であれば、費用は大幅に低下すると考え

られる。この拡張は、「どのような状態の滑走路」「どの部分」の補修を「他の滑走路・部分」と同期させるか、といったことになるであろう。このような拡張に関しては機会を改めて検討したい。

参考文献

- 1) Aircraft/pavement interaction, Proc. of Conference/ sponsored by the Airfield Pavement Committee, Air Transport Division, ASCE, 1991.
- 2) Friesz, T.L. and Fernandez, J.E.: A Model of Optimal Transport Maintenance with Demand Responsiveness, Transportation Research, Vol. 13B, 317-339, 1979.
- 3) Friesz, T.L. and Fernandez, J.E.: Influence of Demand-Quality Interrelationship on Optimal Policies for Stage Construction of Transportation Facilities, Transportation Science, Vol. 15, No.1, 16-31, 1981.
- 4) Tsunokawa, K. and Schofer, J.L.: Trend Curve Optimal Control Model for Highway Pavement Maintenance: Case Study and Evaluation, Transportation Research A, Vol. 28A, No.2, 151-166, 1994.
- 5) Li, Y. and Madanat, S.: A Steady State Solution for the Optimal Pavement Resurfacing Problem, Transportation Research A, 525-535, 2002.