

下水道施設の効率性評価法*

PRODUCTIVE EFFICIENCY EVALUATION OF WASTE WATER DISPOSAL*

北濃洋一**・渡辺晴彦*** 小林潔司****

by Youichi KITANO**, Haruhiko WATANABE*** and Kiyoshi KOBAYASHI****

1. はじめに

下水道事業は、公営企業として事業運営の健全化・効率化を推進し、経営基盤の強化を図ることが望まれている。その中でも、下水道施設の整備が進むにつれて、既存の施設の維持補修の重要性が増してきており、限られた財源でいかに効率的に維持補修を行っていくかが今日では大きな課題となっている。しかし、国内の事業主体で、下水道事業が効率的に行われているかを定量的に評価する方法を持っているところは少なく、効率性に関して明確な指標を持たないまま、下水道の整備拡張、維持補修が行われている。そこで、今後、下水道施設の適切な維持補修を行うためには、その効率性を客観的に評価することができる指標が必要不可欠である。

下水道事業において、その効率性の評価を困難にしている原因として、下水道事業が管渠・ポンプ場・処理場など複数施設からなる複合的システムによって、下水処理サービスを提供していることがあげられる。そのため、それぞれの施設を独立に劣化や機能水準の低下を評価しても、どの施設の機能低下によりサービスの低下（費用の増加）がもたらされているのかを知ることはできない。また、管渠等は地下施設であるため、その性能性を容易に調査することができず、下水道施設の機能水準を計る指標も乏しい。さらに、各施設が都市の成長に合わせてそれ

ぞれ独自の基準や別々のタイミングで整備されてきたこともあり、もともと下水道システム全体として適切な整備がされこなかった可能性がある。そのため物理的な機能データからでは下水道システム全体の効率性を適切に評価することが難しいのである。

そこで、それぞれの施設の機能水準を表わす物理的データからではなく、事業主体の実際の維持管理の費用データから、下水道システム全体の効率性を評価するアプローチを考える。具体的に、下水道施設の効率性評価に確率的フロンティア分析¹⁾を導入することによって、下水道事業の cross-section データを利用した、下水道施設の生産効率性の定量的な評価手法を提案する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究の考え方

従来の下水道事業の経営分析では、経営分析指標として貸借対照表や損益計算書に基づいて算定される会計指標が用いられてきた。しかし、これらの経営指標からは、各下水道施設の効率性や、下水道システム全体に対してどの施設が非効率をもたらしているのかを分析することはできない。また、各指標が下水道事業の効率性に対してどのように関連しあっているのかが明確ではないため、下水道施設の効率性ばかりか経営改善策を示唆することも困難であり、指標そのものの有効性に課題があった。そこで、同種事業の cross-section データから効率性フロンティアを求めるデータ包絡分析 (Data Envelopment Analysis : DEA) の適用が考えられた。DEA による事業効率性指標は、事業による出力成果と入力資源にそれぞれ重みをかけ、その比率で与えられる。これにより、入力に対する出力の効率性を比較的柔軟に取り扱うことが可能となり、下水道事業における費用とサー

*キーワード: 確率的フロンティア分析, 下水道システム, 費用効率性

**学生員 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL・FAX 075-753-5072)

***正会員 工博 日水コン 環境事業部
(〒163-1122 東京都新宿区西新宿6-22-1 TEL 03-5323-6271 FAX 03-5323-6488)

****フェロー 工博 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL・FAX 075-753-5071)

ビスの効率性の分析を行うことがある程度可能となった。しかし、DEAは効率性フロンティアの推定において、事業主体が制御できない外的要因から生じる非効率性、もしくはノイズと技術的非効率性との分離が困難であるため、外的要因やノイズの影響によって効率性フロンティアが左右されやすい。つまり、特異なサンプルデータに大きく影響されるという問題を抱えている。

(2) 確率的生産性フロンティア

フロンティア分析にはノンパラメトリックな方法のDEAとパラメトリックな分析方法である、決定的フロンティア分析 (Deterministic Frontier Analysis) と確率的フロンティア分析 (Stochastic Frontier Analysis : SFA) がある。確率的フロンティア分析とは、所与の投入量に対して最大の産出量を生産フロンティアと定義するとき、そのフロンティアを確率的に変動するものとして統計的にフロンティア関数を推定する手法である。費用に関しても同様にして、所与の産出量に対して最小の費用を費用フロンティアと定義することができる。SFAは、DEA同様にフロンティアからの乖離度をもって非効率性とするものであるが、効率性の推計において統計的誤差と技術的非効率性との分離が可能である。そのため、特異なサンプルデータによって効率性フロンティアが大きく影響を受けてしまう、DEAの問題点を軽減できると考えられる。また、確率的費用フロンティア分析では、事業の非効率性を技術的非効率性と投入量の配分的非効率性との分離ことができ、投入要素が費用を最小化するように配分されていないことによって生じる非効率性を評価することが可能となる²⁾。

ここで技術的非効率性とは、投入量に対して産出量が量的に効率的でないことを表わし、生産性が技術的によくないことを意味する。これは実際の投入量と等量曲線とからの乖離度で表現される。次に配分的非効率性とは、投入物の投入配分が費用最小化に関して効率的でないことを表わす。費用に関して、費用効率性を $CE = w^T x^* / w^T x$ 、技術的非効率性を $CT = w^T x' / w^T x$ 、配分的非効率性を $CA = w^T x^* / w^T x'$ とすると、技術的非効率性と配分的非効率性の関係は図-1のようになる。 $L(y)$ は生産量 y

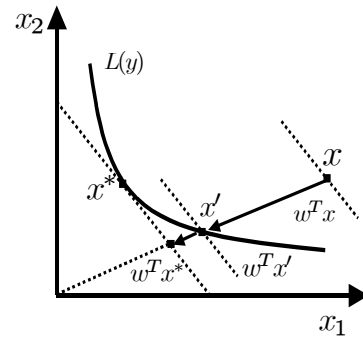


図-1 費用効率性の分解

を所与としたときの等量曲線である。さらに図から、技術的非効率性は費用効率性の必要条件ではあるが、十分条件ではないことがわかる。これは、実際の投入量が等量曲線上にあっても、費用最小化が図られていない場合があるからである。生産フロンティア関数の推定には、投入量と産出量の情報が必要であり、費用フロンティア関数の推定には、投入要素の単価、生産量、生産に費やした総支出額の情報が必要である。技術的非効率性と配分的非効率性の分離には、さらに投入量もしくは費用配分の情報が必要になる。

下水道システムの維持補修問題を考えたとき、各施設の物理的劣化を表わす指標評価のみで、その是非を判断することが充分であるとはいえない。なぜなら、それぞれの施設の効率性、劣化の状況が下水道システム全体としての効率性に影響を与えているからである。そこで、SFAを用いて、各施設の効率性を下水道システム全体の効率性に一元化して評価する。これにより、下水道システム全体としての効率性は生産・費用効率性で評価することができる。施設の劣化や機能低下は技術的非効率性によって評価でき、投入要素を限定することによって、単独施設についても同様の評価が可能である。また、配分的非効率性から、各施設間の機能水準・性能水準のアンバランスによるシステム全体の効率性の悪化も指摘することが可能となる。そして、下水道システムの維持補修問題に対して、どの施設をどの費用水準になるまで補修すればよいのか示唆することができる。

本研究では、下水道事業 cross-section データから、各維持管理費用を費用投入データとして用いて、確率費用フロンティア関数を推定し、下水道システム全体の効率性指標の導出を行う。

3. 効率性モデル

(1) 単一費用フロンティアモデル

下水道システムの費用フロンティアを次のように定式化する。

$$E_i \geq c(y_i, w_i, \beta), \quad i = 1, \dots, I \quad (1)$$

$E_i = \sum_n w_{ni} x_{ni}$ は支出額, $y_i = (y_{1i}, \dots, y_{ni})$ は事業主体 i の生産物ベクトル, w_{ni} は事業主体 i の投入要素 n の単位価格ベクトル, $c(y_i, w_i, \beta)$ は全ての事業主体に対して共通の費用フロンティア関数である。 β は各投入要素における技術パラメータベクトルである。ここで, 投入量 x_{ni} は必ずしもその観測値を必要としない。事業主体 i の費用効率性指標 CE_i を次のように定義する。

$$CE_i = \frac{c(y_i, w_i, \beta)}{E_i} \quad (2)$$

$c(y_i, w_i, \beta)$ は確定的な費用関数であり, 実現可能な最小の費用を表わし, E_i は実際に事業に使われた費用である。ここに事業主体によって制御できない外的要因による影響は含まれていない。そこで, 事業主体 i におけるランダムな外的要因による影響を確率項 $\exp\{\nu_i\}$ で表わすとすると, 確率費用フロンティアは次のように定式化できる。

$$E_i \geq c(y_i, w_i, \beta) \exp\{\nu_i\} \quad (3)$$

そして, 費用効率性指標は次式で表せる。

$$CE_i = \frac{c(y_i, w_i, \beta) \exp\{\nu_i\}}{E_i} \quad (4)$$

a) Translog 費用フロンティア

下水道事業を行う事業主体が複数の投入要素から複数の生産物 (下水処理サービス) を生産 (提供) する場合を考える。そこで, 複生産物 Translog 型の費用関数 $c(y_i, w_i, \beta)$ を考える。すると, 確率費用フロンティア関数は次のように定式化できる。

$$\begin{aligned} \ln E_i &= \beta_0 + \sum_m \alpha_m \ln y_{mi} + \sum_n \beta_n \ln w_{ni} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_m \sum_j \alpha_{mj} \ln y_{mi} \ln y_{ji} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_n \sum_k \beta_{nk} \ln w_{ni} \ln w_{ki} \\ &+ \sum_n \sum_m \gamma_{nm} \ln w_{ni} \ln y_{mi} + \nu_i + u_i \end{aligned} \quad (5)$$

ただし, $\alpha_{nk} = \alpha_{kn}$, $\beta_{mj} = \beta_{jm}$. また $\sum_n \beta_n = 1$, $\sum_n \beta_{nk} = 0 \quad \forall k$, $\sum_n \gamma_{nm} = 0 \quad \forall m$ である。ここで, $\beta_k = 1 - \sum_{n \neq k} \beta_n$ である。 ν_i はノイズ要素, u_i

は非負で下水道システムの非効率性を表わす要素であり, 次のように仮定する。

$$\nu_i \sim iidN(0, \sigma_\nu^2) \quad (6)$$

$$u_i \sim iidN^+(0, \sigma_u^2) \quad (7)$$

u_i は非負切断正規分布であり, ν_i とは互いに独立である。また, (4) 式より費用効率性指標は次式で表せる。

$$CE_i = \exp\{-u_i\} \quad (8)$$

ここで, 確率 Translog 費用フロンティアを推計するために最尤推定法を用いることにする。

$\nu_i, u_i \geq 0$ の確率密度関数はそれぞれ次式で表わされる。

$$f(\nu) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_\nu} \exp\left\{-\frac{\nu^2}{2\sigma_\nu^2}\right\} \quad (9)$$

$$f(u) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \exp\left\{-\frac{u^2}{2\sigma_u^2}\right\} \quad (10)$$

そして, $\varepsilon = \nu + u$ の周辺確率密度関数は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &= \int_0^\infty f(u, \varepsilon) du \\ &= \int_0^\infty \frac{2}{2\pi\sigma_u\sigma_\nu} \exp\left\{-\frac{u^2}{2\sigma_u^2} - \frac{(\varepsilon - u)^2}{2\sigma_\nu^2}\right\} du \\ &= \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right) \end{aligned} \quad (11)$$

ただし, $\sigma = (\sigma_u^2 + \sigma_\nu^2)^{-\frac{1}{2}}$, $\lambda = \sigma_u/\sigma_\nu$, そして $\phi(\cdot), \Phi(\cdot)$ はそれぞれ標準正規確率密度関数, 分布関数を表す。 $f(\varepsilon)$ は次のような平均と分散を持つ非対称分布である。

$$E(\varepsilon) = \sigma_u \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad (12)$$

$$Var(\varepsilon) = \frac{\pi - 2}{\pi} \sigma_u^2 + \sigma_\nu^2 \quad (13)$$

(11) 式より, 対数尤度関数は次のようになる。

$$\ln L = const - I \ln \sigma + \sum_i \ln \Phi\left(\frac{\varepsilon_i \lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_i \varepsilon_i^2 \quad (14)$$

各パラメータの最尤推定値を得るためには, この対数尤度関数を最大にするようなパラメータをとればよい。

次に, 個々の事業主体の費用効率性指標を求めるために JLMS 手順を用いる。ここで $u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2)$ の場合, ε が得られた上での u の条件付き確率密度関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} f(u|\varepsilon) &= \frac{f(u, \varepsilon)}{f(\varepsilon)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*} \exp\left\{-\frac{(u - \mu_*)^2}{2\sigma_*^2}\right\} / \left[1 - \Phi\left(\frac{-\mu_*}{\sigma_*}\right)\right] \end{aligned} \quad (15)$$

ここで, $\mu_* = \varepsilon\sigma_u^2/\sigma^2$, $\sigma_*^2 = \sigma_u^2\sigma_\nu/\sigma^2$ である。条件

付き確率密度関数 $f(u|\varepsilon)$ は $N^+(\mu_*, \sigma_*^2)$ に従う。そして、平均は次のようになる。

$$E(u_i|\varepsilon_i) = \mu_{*i} + \sigma_* \left[\frac{\phi(-\mu_{*i}/\sigma_*)}{1 - \Phi(-\mu_{*i}/\sigma_*)} \right] \quad (16)$$

$$= \sigma_* \left[\frac{\phi(\varepsilon_i \lambda / \sigma)}{1 - \Phi(-\varepsilon_i \lambda / \sigma)} + \left(\frac{\varepsilon_i \lambda}{\sigma} \right) \right] \quad (17)$$

この時、 CE_i の Battese and Coelli 点推定は

$$\begin{aligned} CE_i &= E[\exp\{-u_i\}|\varepsilon_i] \\ &= \left[\frac{1 - \Phi(\sigma_* - \mu_{*i}/\sigma_*)}{1 - \Phi(-\mu_{*i}/\sigma_*)} \right] \exp \left\{ -\mu_{*i} + \frac{1}{2} \sigma_*^2 \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

となり、各事業主体の費用効率性指標 CE_i を求めることができる。ここで、 $CE_i \leq 1$ であり、この値が 1 に近いほど下水道システムは効率的であるといえる。

(2) 同時方程式費用フロンティアモデル

単一費用フロンティアモデルでは、下水道システム全体の費用効率性を技術的非効率性と投入要素の配分的非効率性とを分離することができない。そこで、ここでは技術と配分の非効率性を分離するために、同時方程式費用フロンティアモデルを考える。ここで Translog 型の費用関数 $c(y_i, w_i, \beta)$ を考える。Translog 費用関数と費用配分方程式は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \ln E_i &= \beta_0 + \sum_m \alpha_m \ln y_{mi} + \sum_n \beta_n \ln w_{ni} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_m \sum_j \alpha_{mj} \ln y_{mi} \ln y_{ji} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_n \sum_k \beta_{nk} \ln w_{ni} \ln w_{ki} \\ &+ \sum_n \sum_m \gamma_{nm} \ln w_{ni} \ln y_{mi} + \nu_i + u_i \\ S_{ni} &= \beta_n + \sum_k \beta_{nk} \ln w_{ki} + \sum_m \gamma_{nm} \ln y_{mi} \\ &n = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (19)$$

Shephard's lemma より $S_{ni} = \partial \ln E_i / \partial \ln w_{ni} = w_{ni} x_{ni} / E_i$ である。次に、この Translog 生産関数と費用配分方程式は次のように、確率費用フロンティアの形に書き換えることができる³⁾。

$$\begin{aligned} \ln E_i &= \ln c(y_i, w_i; \beta) + \nu_i + u_i \\ S_{ni} &= S_{ni}(y_i, w_i; \beta) + \eta_{ni} \\ &n = 2, \dots, N \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、 η_n は投入要素 x_1 と x_n との配分的非効率性である。また、次のように仮定をおく。

$$\begin{aligned} \eta &\sim N(0, \Sigma) \\ u &= u_T + u_A, \quad u_T \sim N^+(0, \sigma_T^2) \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、 u_T 、 u_A はそれぞれ技術的非効率性と配分的

非効率性から生じるコストを表わす。ここで、 u_A を η の関数として、次のように定式化する。

$$u_A = \eta' A \eta \quad (22)$$

A は N 行 N 列の半正定符号行列である。さらに、 A は次式で表わされる。

$$A = D^{1/(N-1)} \Sigma^+ \quad (23)$$

ここで D は Σ のゼロでない固有値の積であり、 Σ^+ は Σ の逆行列である。以上の仮定を設け、 A を特定化することによって、最尤推定法から確率 Translog 費用フロンティアの各パラメータ、配分的非効率性、技術的非効率性と配分的非効率性から生じるコストを推定することができる。

4. おわりに

本研究では下水道施設の生産効率性の定量的な評価手法を提案した。紙面の制約上、本稿では現実のデータを用いた実証分析の結果やモデルの拡張に関する議論を割愛せざるを得ないが、その詳細は講演時に発表する。今後の課題としては、次のようなものがあげられる。施設は一律に劣化・機能低下するわけではなく、同時に全てを整備しているわけでもないため、同一の事業主体が管理する公共下水道施設でも、その劣化・機能低下の程度などにより、部分的な効率性には差が生じる。そこで、管渠などの構成単位を地域や区間に分割した効率性評価モデルへの拡張が必要である。また同時に、さらなるデータの蓄積と整理が必要となる。

参考文献

- 1) Aigner, D., C. Lovell and P. Schmidt : Formulation and estimation of stochastic frontier production function models, *J. Econometrics*, vol.6, pp.21-37, 1977.
- 2) P. Schmidt and C. Lovell : Estimation technical and allocative inefficiency relative to stochastic production and cost frontiers, *J. Econometrics*, vol.9, pp.343-366, 1979.
- 3) W. Bauer : Recent developments in the econometric estimation of frontiers, *J. Econometrics*, vol.46, pp.39-56, 1990.