自動車・鉄道の分担を考慮したフレックスタイム制度下の最適通勤・始業時刻分布の分析*

Optimal Commuting and Work Start Time Distributions under Flexible Work Hours System considering Modal Split between Automobile and Railroad*

吉村　充功**・奥村　誠***

By Mitsunori YOSHIMURA**・Makoto OKUMURA***

1. はじめに

近年，通勤混雑の緩和策として，交通需要管理施策が着目されている．中でも通勤需要を時間的に分散させる施策の有効性が確かめられ，フレックスタイム制度は徐々に浸透しつつある．フレックスタイム制度の導入の際には，混雑の緩和効果だけでなく，労働時間帯のずれによる業務活動の効率低下への影響を考慮する必要がある．筆者らはこれまで，始業時刻変更による業務活動の効率低下の影響を考慮した通勤・始業時刻分布を分析できる理論モデルを構築し，フレックスタイムの経済評価を行った[1),2)]．しかしながら，これらの分析では大都市圏の通勤鉄道や地方都市の自動車通勤を念頭に置いた単一モードの下での分析にとどまっており，自動車と鉄道の機関分担が存在する大部分の地方中枢都市圏などへの直接的な適用ができない．

さらに，最近では交通需要を直接的に制御できる混雑料金施策の導入が日本でも検討されている．混雑料金施策の有効性は高く，今後，重要性はさらに高まると考えられるが，他のTDM施策と異なり，混雑料金を導入した場合には料金収入が発生する．この施策が自モードの交通需要を時間的に分散させるだけでなく，他モードへの転換も促すことを考慮すれば，料金収入を適切に配分し，機関分担を適切に制御できれば，より最適な状況が達成できると考えられる．

本研究では，フレックスタイム制度と混雑料金施策を組み合わせ，自動車と鉄道の双方を考慮した最適な通勤・始業時刻分布を分析できる理論モデルを構築する．さらに，各種の施策がなく一斉始業の基本ケースと比較することにより機関分担，効用がどのように変化するかを分析し，フレックスタイムと混雑料金施策を組み合わせた施策の効果を明らかにする．なお，筆者らの研究によるこれまでの知見に基づき，モデルの操作性を考え，企業の生産効率にかかる時間的集積の効果が小さな場合に最適な始業時刻分布となりうる，全員がフレックス始業を行う状況に限定した分析を行う．

2. 効用の定式化

(1) モデル化の仮定

図−1 のように1つのベッドタウンとCBDが平行する通勤道路と通勤鉄道で結ばれている都市を考える．通勤道路のCBDの直前にはボトルネック(以下，BN)が存在し，交通容量 k(台/分) を超える流入があれば，そこにpoint queueが発生する．また，追い越しは認められていないとする(First-In-First-Out原則)．

均質な N 人の通勤者が自動車か鉄道を用いて通勤を行う．なお，アクセス，イグレスは考えない．混雑料金は，BNの出口，もしくはCBD中心駅で時刻ごとに異なる所定の混雑料金を賦課する．

(2) 自動車通勤による不効用

自動車通勤者で q 番目に自宅を出発する通勤者の出勤時不効用 $U_a(q)$ は式(1)で表され，BNでの混雑待ち不効用(右辺1項)，自宅を早く出発することに関するスケジュールコスト（右辺2項），ガソリン代(右辺3項)および混雑料金 $\rho_a^m(q)$ からなるとする．

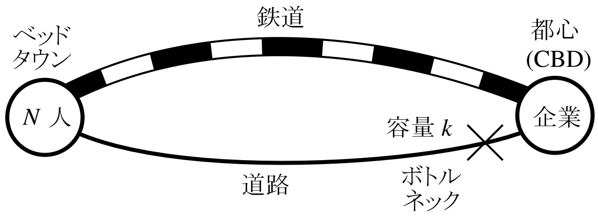
$$U_a(q) = -e\{m_a(q) - (a(q)+w)\} - c\{T - a(q)\} - \upsilon\{m_a(q) - a(q)\} - \rho_a^m(q) \quad (1)$$

---

* キーワード：TDM, 交通管理, 交通手段選択, 公共交通運用

** 学生員, 修(工), 広島大学大学院 工学研究科
(〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1, TEL&FAX : 0824-24-7849, E-mail : myoshimr@hiroshima-u.ac.jp)

*** 正会員, 博(工), 広島大学大学院 工学研究科
(〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1, TEL&FAX : 0824-24-7827, E-mail : mokmr@hiroshima-u.ac.jp)



図－1 想定する都市

ただし，$a(q)$ は自宅出発時刻，$m_a(q)$ は出社 (BN 流出) 時刻，w は自由走行区間の所要時間 (分)(一定)，T はスケジュールコストの基準時刻，e は混雑不効用の時間価値 (円/分)，c はスケジュールコストの時間価値 (円/分) とする．ガソリン代は通勤所要時間に比例するとし，単位時間あたりのガソリン代 υ(円/分) はガソリン単価 (円/ℓ) / 燃費 (km/ℓ) × 法定分速 (km/分) で与えられるとする．

帰宅時も同様に考え，自動車通勤者 q の帰宅時不効用 $V_a(q)$ は次式で表されるとする．

$$V_a(q) = -e\{(b(q) - w) - l_a(q)\} - c\{b(q) - T\} - \upsilon\{b(q) - l_a(q)\} - \rho_a^e(q) \tag{2}$$

ただし，$b(q)$ は帰宅時刻，$l_a(q)$ は退社 (BN 流入) 時刻，$\rho_a^e(q)$ は帰宅時混雑料金とする．なお，簡単化のために出勤時と帰宅時の時間価値 c を等しくおく．

(3) 鉄道通勤による不効用

時刻 t_m に CBD に到着する鉄道通勤者の出勤時不効用 $U_r(t_m)$ は式 (3) で表され，列車内混雑 (右辺 1 項)，自宅を早く出発することに関するスケジュールコスト (右辺 2 項)，運賃 RC^m および混雑料金 $\rho_r^m(t_m)$ からなるとする．

$$U_r(t_m) = -s(t_m)^\eta - c\{T - (t_m - \kappa)\} - RC^m - \rho_r^m(t_m) \tag{3}$$

ただし，$s(t_m)$ は時刻 t_m に CBD に到着列車の混雑度を表し，$s(t_m) = 1$ のとき定員輸送を意味する．η は混雑度の弾力値，κ は通勤時間 (分)(一定) である．また，運賃は混雑料金とは区別し，後述する出勤時総輸送費用 TR^m を総括原価方式に従い，鉄道通勤者数 N_r で除した金額とする．

鉄道の出勤時の時刻別輸送力を $u(t_m)$，時刻 t_m までに CBD に到着する累積鉄道通勤者数を $m_r(t_m)$ とすれば，時刻別鉄道通勤者数 $\dot{m}_r(t_m)$ は混雑度と輸送力の積として表される．

$$\dot{m}_r(t_m) = s(t_m)u(t_m) \tag{4}$$

総輸送費用 TR^m は鉄道通勤時間帯 $[T_r^m, T_f^m]$ について，時刻別輸送力 $u(t_m)$ の関数を積み上げたものとして表されると仮定する．

$$TR^m = \int_{T_r^m}^{T_f^m} u(t)^\iota \mathrm{d}t_m \tag{5}$$

ただし，ι は輸送費用の弾力値を表す．

帰宅時も同様に考え，時刻 t_e に CBD を出発する鉄道通勤者の帰宅時不効用 $V_r(t_e)$ を次式で表す．

$$V_r(t_e) = -r(t_e)^\eta - c\{(t_e + \kappa) - T\} - RC^e - \rho_r^e(t_e) \tag{6}$$

ただし，$r(t_e)$ は時刻 t に CBD を出発する列車の混雑度，RC^e は帰宅時運賃，$\rho_r^e(t_e)$ は帰宅時混雑料金である．

鉄道の帰宅時の時刻別輸送力を $v(t_e)$，時刻 t_e までに CBD に到着する累積鉄道通勤者数を $l_r(t_e)$ とすれば，次式が成立する．

$$\dot{l}_r(t_e) = r(t_e)v(t_e) \tag{7}$$

帰宅総輸送費用 TR^e は鉄道通勤時間帯 $[T_r^e, T_f^e]$ について，時刻別輸送力 $v(t_e)$ の関数を積み上げたものとして表されると仮定する．

$$TR^e = \int_{T_r^e}^{T_f^e} v(t)^\iota \mathrm{d}t_e \tag{8}$$

(4) 一般企業の生産活動の定式化

本研究では，Henderson[3] に倣い，各時点における都市内で労働している従業者数を取り入れた瞬間的な生産関数を定義し，時間的に変動する集積の効果を考慮する．1 従業者あたりの 1 日の生産額が，この従業者の 1 日の賃金に等しいとすると，時刻 t_w に始業する従業者の 1 日の賃金 $Y(t_w)$ は，1 従業者あたりの瞬間的な生産関数 $\rho(\tau)^\alpha$ を用いて次式のように定義できる．

$$Y(t_w) = \int_{t_w}^{t_w+H} \rho(\tau)^\alpha \mathrm{d}\tau \tag{9}$$

ここで，H (分) は労働時間で始業時刻に関係なく一定とする．α は時間的集積の経済性の大きさを表すパラメータであり，1 つの都市内では一定値をとるとする．$\rho(\tau)$ は時点 τ に都心全体で業務を行っている従業者数を表す．

ここで，時刻 t_w において，自動車通勤者の累積始業者数を $n_a(t_w)$，鉄道通勤者の累積始業者数を $n_r(t_w)$

とする．このとき，労働時間 H が十分に長く全員が労働する時間が存在すると，式 (9) は次式で書き換えられる．

$$Y(t_w) = \int_{t_w}^{T_f} (n_a(\tau) + n_r(\tau))^\alpha \, \mathrm{d}\tau + \left(T_r + H - T_f\right) N^\alpha + \int_{T_r}^{t_w} (N - n_a(\tau) - n_r(\tau))^\alpha \, \mathrm{d}\tau \tag{10}$$

ただし，T_r, T_f は最も早く (遅く) 始業する通勤者の始業時刻を表す.

(5) 通勤者の効用

自動車通勤者 q が最終的に獲得する 1 日の効用 $W_a(q)$ は，以下のように表すことができる．

$$W_a(q) = Y(n_a^{-1}(q)) + U_a(q) + V_a(q) \tag{11}$$

ここで，$n_a^{-1}(q)$ は $t_w = n_a^{-1}(q)$ であり，$n_a(t_w)$ の逆関数である．

一方，鉄道通勤者 i が最終的に獲得する 1 日の効用 $W_r(i)$ は，以下のように表すことができる．

$$W_r(i) = Y(n_r^{-1}(i)) + U_r(m_r^{-1}(i)) + V_r(l_r^{-1}(i)) \tag{12}$$

ここで，$n_r^{-1}(i), m_r^{-1}(i), l_r^{-1}(i)$ はそれぞれ，$t_w = n^{-1}(i)$, $t_m = m^{-1}(i), t_e = l_r^{-1}(i)$ であり，$n_r(t_w), m_r(t_m), l_r(t_e)$ の逆関数である．

(6) 社会的厚生水準の定式化

政府の目的はすべての一般企業の総生産額と自動車・鉄道の各通勤者の出勤・帰宅時不効用，鉄道企業の輸送費用，混雑料金収入からなる社会的厚生水準を最大にすることにある．社会的厚生水準 SW は次式により定義できる．

$$SW = \int_{T_r}^{T_f} \Big[(\dot{n}_a(t) + \dot{n}_r(t))\, Y(t) + \dot{m}_r(t)\, (U_r(t) + \rho_r^m(t)) - u(t)^\iota + \dot{l}_r(t)\, (V_r(t) + \rho_r^e(t)) - v(t)^\iota\Big]\, \mathrm{d}t + \int_0^{N_a} [U_a(q) + V_a(q)]\, \mathrm{d}q \tag{13}$$

ただし，N_a は自動車通勤者数を表し，$N_a = N - N_r$ である．

3. 最適通勤・始業時刻分布，機関分担決定問題

時刻別鉄道輸送力 $u(t), v(t)$，および混雑料金 $\rho_a^m(q)$, $\rho_a^e(q), \rho_r^m(t), \rho_r^e(t)$ を制御して，前節で定式化した社会的厚生水準 (13) を最大化することを考えよう．この問題において，時間的集積の経済性の大きさを表す α が小さい場合，既往の研究より全員がフレックス始業を行うパターンが最適となり，$m_a(q) = n_a^{-1}(q) = l_a(q) - H$，$m_r(t) = n_r(t) = l_r(t + H)$ が成立する．そこで，ここではこのパターンについて，最適な混雑料金，時刻別鉄道輸送力，を求める．なお，以後，システム全体の分布に影響を与えないため，通勤所要時間 w, κ を 0 として扱う．

(1) 自動車通勤の最適通勤・始業時刻分布

スケジュールコスト，賃金の性質より，通勤者が合理的に行動する限り，自動車通勤者がいる時間帯には BN 流出率は常に k(台/分) となり，流出が連続的になる．最適な状況を作り出すには BN 流出率が k で維持され，さらに BN での混雑が発生しないように混雑料金 $\rho_a^m(q), \rho_a^e(q)$ を設定すればよい．このとき，社会的には混雑料金収入分だけの厚生水準の節約が可能である．以上をまとめると，自動車通勤者の通勤・始業時刻分布 $a(q), m_a(q), n_a(q), l_a(q), b(q)$ は，自動車通勤者数 N_a を用いて次式で表される．

$$a(q; N_a) = m_a(q; N_a) = n_a^{-1}(q; N_a) = q/k + (T_{a_f} - N_a/k) \tag{14}$$

$$l_a(q; N_a) = b(q; N_a) = q/k + (T_{a_r} + H) \tag{15}$$

ただし，T_{a_r}，T_{a_f} はそれぞれ自動車通勤者の最早，最遅始業時刻を表し，$T_{a_r} = T_{a_f} - N_a/k$ である． 自動車通勤の最適通勤・始業時刻分布は出勤時と帰宅時で等しく，$((T_{a_f} + T_{a_r})/2, N_a/2)$ で点対称となる．

(2) 機関分担を考慮した最適通勤・始業時刻分布決定問題

時間価値の同一性と生産関数の性質より，鉄道通勤・始業時刻分布も，出勤時と帰宅時で $((T_f + T_r)/2, N_r/2)$ に対して点対称な同一の分布をとる．そこで，$(T_{a_f} + T_{a_r})/2 = (T_f + T_r)/2 = 0$ とし，さらに，帰宅時の通勤時刻分布 $l_r(t), l_a(q), b(t)$ をそれぞれ $-H$(分) ずらして考える．

以上の操作により，社会的厚生水準 (13) は (16) で書き換えられる．社会的厚生水準最大化問題は，時刻別鉄道始業 (出社，退社) 者数 $\dot{n}_r(t)$ と時刻別賃金

$\dot{Y}(t)$ に関する制約を条件に持ち，時刻別混雑度 $s(t)$, 輸送力 $u(t)$ 制御変数とする最適制御問題となる．

$$\max_{s(t),u(t)} SW = \int_{-T_f}^{T_f} [(\dot{n}_a(t) + \dot{n}_r(t))\,Y(t) - 2\dot{n}_r(t)s(t)^{\eta} - 2u(t)^{\iota}]\,\mathrm{d}t \quad (16)$$

$$\text{s.t.} \quad \dot{n}_r(t) = \begin{cases} s(t)u(t) & \text{if } t \in [-T_f^m, T_f^m] \\ 0 & \text{if } t \notin [-T_f^m, T_f^m] \end{cases} \quad (17)$$

$$\dot{Y}(t) = \{N - n_a(t) - n_r(t)\}^{\alpha} - \{n_a(t) + n_r(t)\}^{\alpha} \quad (18)$$

なお，自動車通勤者の累積始業時刻者数 $n_a(t)$ は (14) より，次式で求められる．

$$\dot{n}_a(t) = \begin{cases} k & \text{if } t \in [-N_a/(2k), N_a/(2k)] \\ 0 & \text{if } t \notin [-N_a/(2k), N_a/(2k)] \end{cases} \quad (19)$$

$$n_a(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < -N_a/(2k) \\ kt + N_a/2 & \text{if } -N_a/(2k) < t < N_a/(2k) \\ N_a & \text{if } t > N_a/(2k) \end{cases} \quad (20)$$

以上の問題は最適制御理論を用いることにより求解でき，自動車・鉄道の両者が始業する時間帯 $t \in [-N_a/(2k), N_a/(2k)]$ かつ $t \in [-T_f^m, T_f^m]$ については，以下のような3元連立微分方程式として求められる(他の区間はこれらの式の特殊形として同様に求められる).

$$\dot{n}_r(t) = \left(\frac{\eta}{\iota}\right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{Y(t) + \xi_1(t)}{2(1+\eta)}\right)^{\phi-1} \quad (21)$$

$$\dot{\xi}_1(t) = -\alpha\left(kt + n_r(t) - \frac{N_r}{2}\right) \left[\{N - n_a(t) - n_r(t)\}^{\alpha-1} + \{n_a(t) + n_r(t)\}^{\alpha-1}\right] \quad (22)$$

$$\dot{Y}(t) = \left\{N - \left(kt + \frac{N_a}{2}\right) - n_r(t)\right\}^{\alpha} - \left\{\left(kt + \frac{N_a}{2}\right) + n_r(t)\right\}^{\alpha} \quad (23)$$

ただし，$\theta = \iota - 1, \phi = (1+\theta)(1+\eta)/(\theta\eta)$ であり，$\xi_1(t)$ は (17) の随伴変数である．このとき，鉄道混雑度 $s(t)$, 輸送力 $u(t)$ は次式で求められる．

$$s(t) = \left(\frac{Y(t) + \xi_1(t)}{2(1+\eta)}\right)^{\frac{1}{\eta}} \quad (24)$$

$$u(t) = \left(\frac{\eta}{\iota}\right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{Y(t) + \xi_1(t)}{2(1+\eta)}\right)^{\frac{1+\eta}{\eta\theta}} \quad (25)$$

以上の数値解を式(16)に入れ，積分すれば $SW(N_a)$ を求めることができる．その最大値を求めることにより，最適な機関分担率が求められる．このときの，通勤・始業時刻分布パターンは自動車通勤者の始業時間帯と鉄道通勤者の始業時間帯の長さにより，**図**-2 もしくは**図**-3 に分類される．

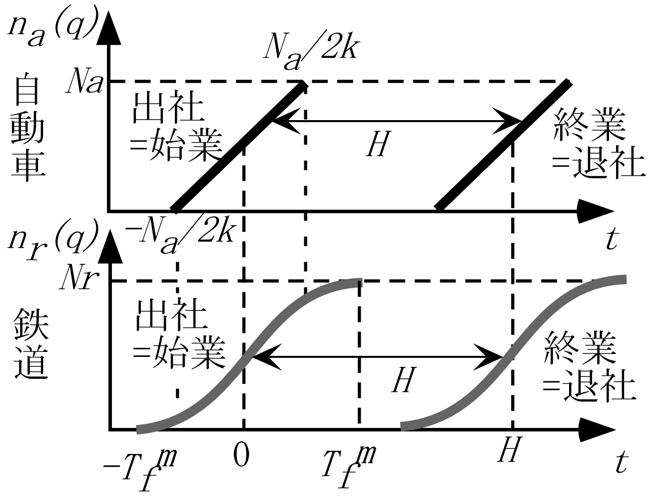


図 – 2 **最適通勤・始業時刻分布** (**パターン** 1)

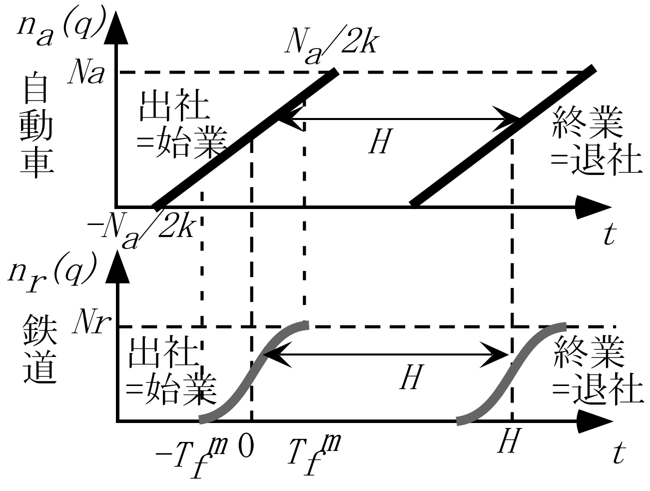


図 – 3 **最適通勤・始業時刻分布** (**パターン** 2)

4. おわりに

本研究では，全員がフレックス始業を行うフレックスタイム制度と混雑料金制度を組み合わせ，自動車と鉄道の機関分担が存在するときの最適な通勤・始業時刻分布，機関分担率を分析できる理論的なモデルを提案した．このモデルと一斉始業下での最適解を比較することにより，フレックスタイム制度の効果を分析できる．これらの数値計算結果は当日発表する．

参考文献

1) 吉村 充功・奥村 誠：鉄道通勤における最適フレックスタイムパターンの研究, 土木計画学研究・論文集, Vol.18, No.5, pp.779-786, 2001.

2) Yoshimura, M. and Okumura, M. : Optimal commuting and work start time distribution under flexible work hours system on motor commuting, Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies, Vol.3, No.2, pp.455-469, 2001.

3) Henderson,J.V. : The economics of staggered work hours, Journal of Urban Economics, Vol.9, pp.349-364, 1981.