

# 道路容量のパラドクスに関する再考察

## Rethinking of Braesses paradox

羽藤英二\*, 村上公一\*\*

By Eiji HATO and Koichi MURAKAMI

### 1. はじめに

容量のパラドクスは交通容量の低い道路建設が結果としてネットワーク全体の混雑水準を悪化させるような状況を説明するために用いられる(Murchland,1970). 静的なネットワーク解析においてBraessにより示された容量のパラドクスはAkamatsu & Kuwahara(1999)が動的なネットワーク問題の場合に拡張しその存在を確認している.

交通量配分では, ネットワーク上の経路選択行動についてある種の原則を設けて, その原則を満たすように交通量を各経路に割り振る問題を解くことである. このため経路選択の原則やネットワークの形によって実現するネットワークの交通状態は異なる. 本研究の目的は, 道路交通容量のパラドクスに関して簡単な数値計算を行い, その発生メカニズムについて現実的な経路選択原則に基づいた再考察を行うことにある.

### 2. 定式化

本研究で用いる交通量配分の手法と経路選択原則について以下に整理する.

#### (1) 利用者均衡配分の定式化

Wardropの第1原則「利用される経路の旅行時間は皆等しく, 利用されない経路の旅行時間よりも小さいか, せいぜい等しい。」は, 利用者が自己の経路選択行動を最適化した結果到達する均衡状態を表すものであることから, 利用者均衡配分と呼ぶことができる. 以下に, 利用者均衡の定義と等価な数理最

キーワード: 配分交通, 経路選択

\*\* 正員, 博(工), 愛媛大学工学部環境建設工学科  
(〒790-8577 松山市文京町3, hato@en2.ehime-u.ac.jp)

\*\*\* 学生員, 愛媛大学大学院工学研究科  
(同上)

適化問題を示す.

$$\min Z(f) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(w) dw \quad (1)$$

subject to

$$x_a = \sum_{rs} \sum_k f_k^{rs} d_{a,k}^{rs} \quad \forall a \in A \quad (2)$$

$$q_{rs} = \sum_k f_k^{rs} \quad \forall rs \in W \quad (3)$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad \forall k \in K_{rs}, \forall rs \in W \quad (4)$$

ここで

$t_a(x_a)$ : リンクaのリンクコスト

$x_a$ : リンクaの交通量

$q_{rs}$ : ODペアrs間の交通量

$f_k^{rs}$ : ODペアrs間k番目経路の交通量

$d_{a,k}^{rs} = 1$ : ODペアrs間k番目経路がリンクaを  
含むとき

= 0: 含まないとき

#### (2) 確率的利用者均衡モデルの定式化

確率的利用者均衡配分は, 非集計行動モデルに用いられるランダム効用最大化理論に基づいた確率的選択モデルにより行われる. 確率的選択モデルは, 効用の誤差項に仮定する分布形により, いくつかのモデルが存在する. 本研究では誤差項の分布を互いに独立なガンベル分布と仮定した多項ロジット(MNL: Multi Nomial Logit)モデルを適用する. MNL型利用者均衡配分では, 経路の重複問題を記述できないことが指摘されている. 但し実際の交通量配分では重複経路に交通需要が集中することで重複率の高い経路の選択確率は低くなる.

以下に需要固定型のロジット型確率的利用者均衡の定義と等価な最適化問題を示す.

$$\min .Z(f) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(w)dw + \frac{1}{q} \sum_{rs} \sum_k f_k^{rs} \ln \frac{f_k^{rs}}{q_{rs}} \quad (5)$$

subject to : 利用者均衡配分と同様 .

### (3) LNL 型配分に基づく確率的利用者均衡

#### モデルの定式化

LNL(Link-Nested Logit)モデルは、MNLの重複経路問題を緩和するモデルである。リンクを上位にパスを下位に階層化した上で、リンクの下に関連するパスをネストする。LNL型利用者均衡配分では、道路混雑の有無に関係なくネットワークの構造に基づく選択肢の類似性を考慮した配分結果を導くことができる。以下にLNL型配分に基づく確率的利用者均衡の定義と等価な最適化問題を示す。

$$\min Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 \quad (6)$$

$$Z_1 = \sum_a \int_0^{x_a} C_a(w)dw \quad (7)$$

$$Z_2 = \frac{m}{q} \sum_{rs} \sum_m \sum_n f_{mn}^{rs} \ln \frac{f_{mn}^{rs}}{(a_{mn}^{rs})^{1/m}} \quad (8)$$

$$Z_3 = \frac{1-m}{q} \sum_{rs} \sum_m \left( \sum_n f_{mn}^{rs} \right) \ln \left( \sum_n f_{mn}^{rs} \right) \quad (9)$$

subject to

$$x_a = \sum_{rs} \sum_m \sum_n f_{mn}^{rs} d_{a,k}^{rs} \quad \forall a \in A \quad (10)$$

$$q^{rs} = \sum_m \sum_n f_{mn}^{rs} \quad \forall rs \in W \quad (11)$$

$$f_{mn}^{rs} \geq 0 \quad \forall mn \in K_{rs}, \forall rs \in W \quad (12)$$

ここで

$f_{mn}^{rs}$ : OD( $r \rightarrow s$ ) ネストm、経路nの交通量

$q^{rs}$ : OD( $r \rightarrow s$ )の交通量

$t_a$ : リンクaのコスト

$a_{mn}^{rs}$ : OD( $r \rightarrow s$ ) ネストm、経路nの

アロケーションパラメータ

m: 非類似度パラメータ

### (4) システム最適化配分

Wardrop は交通量配分の第2原則「道路網における総走行時間が最小となるように配分する。」に基づ

くシステム最適化配分は、以下のような目的関数をもつ最適化問題である。

$$\min .Z(f) = \sum_a x_a t_a(x_a) \quad (13)$$

subject to : 利用者均衡配分と同様 .

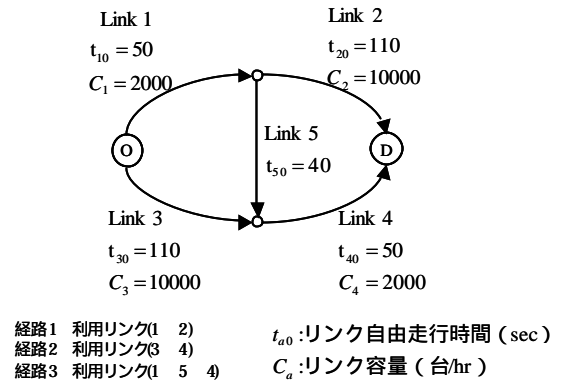


図-1 . 仮想ネットワーク

表-1 . OD 交通量パターン (単位: 台/h r)

	経路1	経路2	経路3
1	400	400	0
2	350	350	100
3	300	300	200
4	250	250	300
5	200	200	400
6	150	150	500
7	100	100	600
8	50	50	700
9	0	0	800

### 3 . Braess のパラドクスに関する基礎的分析

#### (1) 仮想ネットワークの概要

対象とするネットワークを図-1 に示す。1 OD3 経路のネットワークとする。リンク5 が新たに建設されるリンクと仮定する。リンクコストは以下のBPR関数を用いる。

$$t_a(x_a) = t_{a0} \left\{ 1 + a(x_a/C_a)^b \right\} \quad (14)$$

ここで  $a = 1.0$ ,  $b = 1.0$  とする。ネットワークパターンの設定は以下のとおりである。

- ・リンク5の容量を1000 2000 4000 10000 (台/hr) の4パターン。
- ・OD交通量は800 (台/hr) とする。配分パターンは表-1 に示す9パターン。

#### (2) 考察

図2-図5にリンク5の容量を変化させた場合のそれぞれの経路旅行時間と1台当たりの平均旅行時間を示す。リンク5が建設された場合、このリンクを

利用するドライバーが増加することで、経路1,経路2の負担が減る。このため平均旅行時間はSOが実現する交通量比までは減少する。次にSOの状態を越え、さらに新設リンクへの需要が増加すれば、平均旅行時間は増加に転ずる。UEにおける経路選択原則は「利用される経路の旅行時間は皆等しく、利用されない経路の旅行時間よりも小さいか、せいぜい等しい」である。このため、経路1,経路2,経路3の旅行時間線が交わる点がUEが実現する点となる。新設されるリンクの交通容量が少ないほど、SOの交通配分比とUEが実現する交通量配分比の差は小さい。容量のパラドクスは経路1,経路2の交通量がゼロの時の平均旅行時間を上回った場合に発生していることがわかる。新設リンク5の交通量の増加に伴い容量のパラドクスは発生するが、リンク5の容量が大きくなるにつれ、パラドクスが発生する領域は狭くなっている。しかし、いずれのケースにおいても現実的な配分原理と考えられるUEやSUEでパラドクスが発生していることから、なんらかの手立てによりSOの経路配分パターンに近づけることが重要であろう。また容量が少ない場合、経路選択の変化に対して平均旅行時間の感度が高く、時間帯や日々の需要の変動に対して不安定なネットワークとなっていることが伺える。

#### 4. 環状線におけるケーススタディー

##### (1) 環状線を想定した仮想ネットワークの概要

対象とするネットワークを図-6に示す。周辺のノードを出発地として、中心セントロイドを目的地にとる。この際、環状線の整備を考える。新設リンクをリンク1,2,4,6とする。リンクコストは式(14)のBPR関数を用いる。

ここで  $a = 1.0$ ,  $b = 3.0$  とする。数値計算の設定は以下のとおりである。

- ・リンク3,5,7,8の容量1000(台/hr)に固定。リンク1,2,4,6の容量を1000,2000(台/hr)の組み合わせの16パターン。
- ・ノード1,2,3,4から発生するOD交通量は1000,2000(台/hr)の組み合わせの16パターン。
- ・リンク3,5,7,8の距離を10(km)に固定。リンク1,2,4,6の距離を1~10,15,20(km)の12パターン。
- ・スケールパラメータは  $q = 0.1$

- ・MNL型確率利用者均衡配分とLNL型確率利用者均衡配分計算結果を比較。

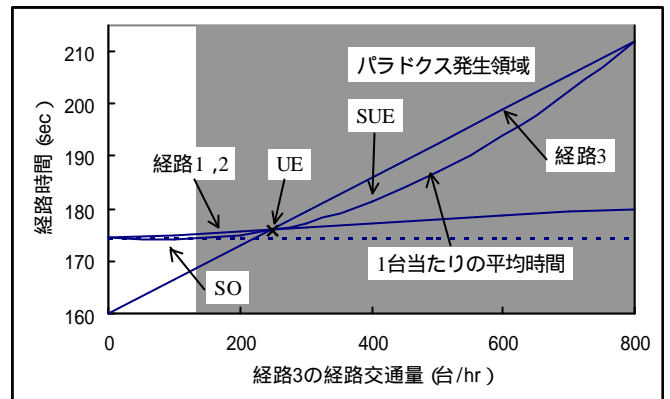


図-2. 容量 1000 台/hr の時の経路時間

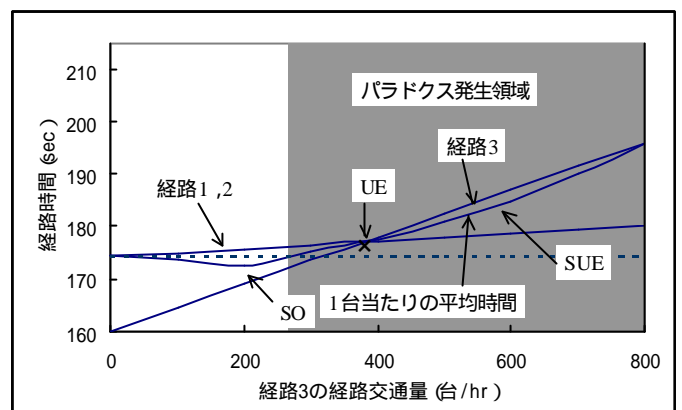


図-3. 容量 2000 台/hr の時の経路時間

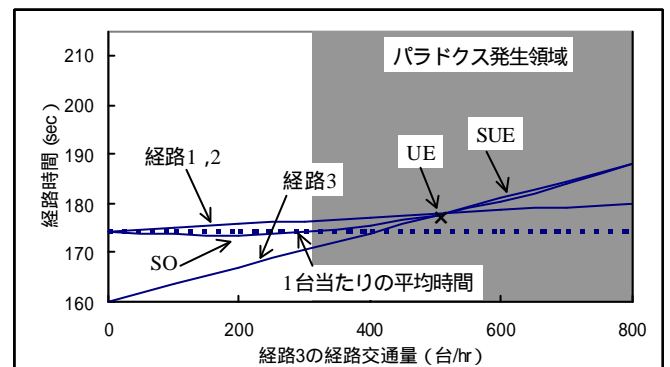


図-4. 容量 4000 台/hr の時の経路時間

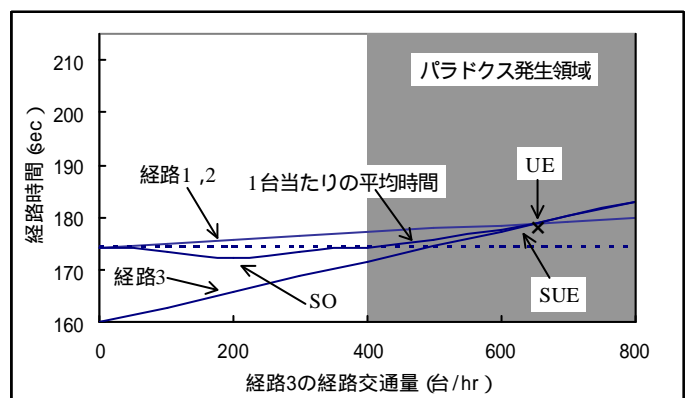


図-5. 容量 10000 台/hr の時の経路時間

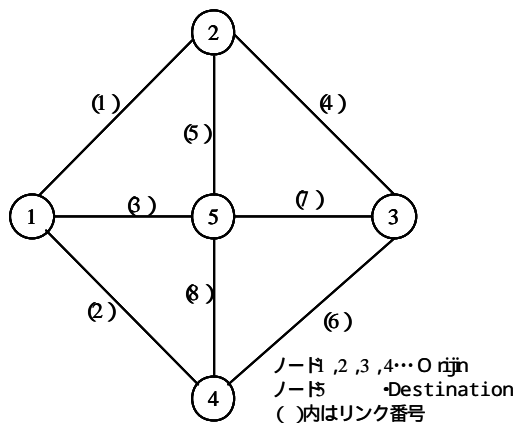


図-6．環状線を想定した仮想ネットワーク

表-2．パラドクス発生数

	パラドクス発生数	発生確率
MNL	1911	0.622
LNL ( $\mu=0.9$ )	1878	0.611
LNL ( $\mu=0.1$ )	961	0.313

## (2) 数値計算結果

表-2 に MNL を前提とした確率的利用者均衡モデル, LNL を前提とした  $m$  (非類似度パラメータ) が 0.1, 0.9 の時の確率的利用者均衡モデルでのパラドクス発生数を示す。

MNL, LNL を前提としたモデルともに各ノードから発生する OD 交通量が等しければ容量, 距離に関係なくパラドクスは発生する。LNL を前提としたモデルで  $m$  が 0.1 の場合を考える。リンク 1,2,4,6 の容量が 1000 台/hr で, 距離が 7km 以上では, OD 交通量が 2000 台程度でパラドクスが発生している。距離が 15km 以上では, 全ての OD 交通量パターンでパラドクスが発生する。リンク 1,2,4,6 の容量が 2000 台/hr, 距離が 15km 以上では, 3 つ以上のノードから発生する OD 交通量が 2000 台でパラドクスが発生する。距離が 20km では全ての OD 交通量パターンでパラドクスが発生する。このことから、環状線は、リンク 3,5,7,8 と同じ容量の場合には、比較的最短経路で建設する必要があるといえよう。一方建設する環状線の容量が大きくなれば、容量のパラドクスが発生しないための距離の制約条件は緩和される。

LNL 型の確率利用者均衡配分では、ネットワークの構造に基づく経路選択肢の重複の影響をゼロフロー時において記述可能である。こうしたモデルを用いた場合、道路を建設することで渋滞が悪化する容

量のパラドクスの発生確率が MNL 型配分に比べ減少していることがわかる。MNL 型利用者均衡配分では、選択肢の重複の影響を重複リンクの所要時間増加でしか記述できないためと考えられる。しかも重複の影響が考慮できるのは環状線の容量に対して過大な交通需要が発生した場合に限られており、現実のネットワークで起こりうる IIA 特性の影響を十分に記述できているといえない。このため MNL 型配分では、重複リンクに過大な需要が集中し、これによって見かけ上道路建設によって交通渋滞が悪化する計算ケースが多く見られる。

## 5. まとめと今後の課題

本研究では、道路交通容量のパラドクスに関して簡単な数値計算を行い、その発生のメカニズムについて現実的な経路選択原則に基づいた検討を行った。交通容量のパラドクスは容量の低いリンクを新たに建設することで発生し、そのリンクの利用率がある一定の値までは渋滞が緩和することに寄与するが、SO が実現する経路分担率を超えて、新規建設リンクが利用される場合、逆に渋滞が悪化することを確認した。またこうした容量のパラドクスは経路の重複が著しい環状線を建設する際に顕著にみられるが、この場合経路の重複の影響が記述可能な LNL 型配分モデルと MNL 型配分ではパラドクスの発生確率に大きな違いがあることを確認した。

今後は SO の経路配分パターンを目安として、容量のパラドクスを発生させないための方策について現実的な行動モデルを組み込んだ配分モデルによって検討していく。

## 参考文献

- Akamatsu, T. and Kuwahara M. (1999), "A Capacity Increasing Paradox for a Dynamic Traffic Assignment with Departure Time Choice", *Selected Papers of the 14th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pp.301-324.
- Murchland, J.D.(1970) Braess Pradox of traffic flow, *Transportation Research*, Vol.4, pp.391-394.