

# インフラ会計の役割と方法論

## 動学マクロ経済モデルと会計指標

\*

### ROLES AND METHODOLOGIES OF INFRASTRUCTURE ACCOUNTING\*

小林潔司\*\*・横松宗太\*\*\*

by Kiyoshi KOBAYASHI\*\*, Muneta YOKOMATSU\*\*\*

#### 1. はじめに

現在、高度経済成長期に整備されたインフラストラクチャー（以下インフラと記す）の多くが老朽化している。今後、政府によるインフラ管理においては、かつて量的拡充が図られたインフラの維持、補修、更新戦略が大きな比重を占めるようになる。その一方で、我が国のインフラストックはいまだに量的に充足しておらず、さらなる新設に重点がおかれるべきだという主張も根強い。今後、高齢化の進展や景気の停滞に伴う財源難が予想される中で、ますます効率的な社会資本の整備とマネジメントが求められている。時点時点でインフラの新規投資と維持・補修・更新投資の効率的な組み合わせを実現する、総合的なインフラの管理方法が必要となる。

効率的なインフラの管理戦略を実行するためには、時々刻々のインフラのストック情報が管理者に把握されていなければならない。また、当該インフラ環境において、実行されるインフラの管理政策の有効性と妥当性に関して国民に対する説明責任（accountability）を果たしていくことが求められている。そのような目的を達成するための方法論の中で、会計の役割がひととき注目されている。しかし現行の公会計制度は、上述のインフラの効率的な管理に資するような、個々のインフラの生産性等のストック情報を提供するには適していない。現在、公的部門への企業会計的手法の導入についての議論が熱を帯び始めている。インフラの資産としての特殊性を捉え、政府のガバナンスに寄与しえるインフラ会計

の構築が急務である。

インフラ会計の目的は、インフラ整備やその維持管理において発生する膨大な情報を、意思決定に役立つ情報として「いかに効率的に体系化するか」、国民に対する accountability を達成するために「いかに判りやすい情報として整理するか」の2点にまとめられる。伝統的な会計学の分類に従うと、前者は管理会計、後者は財務会計が担うものとされる。しかしながら、伝統的な会計情報においては、組織の目的と時間軸上の最適な消費・投資行動に関する implication が明確ではない。その一方で、現在、社会資本のストック情報を用いてインフラの生産性を計測しようとする試みが始まっている。すなわち、インフラのストック情報と社会厚生とのミッシング・リングを繋ぐ作業への取り組みが開始されている。

一方、経済学にも”accounting”の分野が存在する。Aronsson et. al(1997)は基本的な Ramsey モデルを用いて、適切な社会厚生指標のあり方と市場データを利用した厚生指標の推計可能性を検討している。このような動学マクロ経済モデルを用いることにより、最適投資経路上でインフラの価値の構造を理論的に導出することが可能となる。しかしながら、既存の経済モデルではインフラの管理手法に関して新設・維持・補修・更新の間の区別が存在しない。原因は、動学モデルにおいて資本への投資に量的拡大と質的向上の区別がなされていない点にある。本研究ではインフラの水準を質×量の次元によって定式化する。そして Aronsson et. al(1997)により体系化された Green National Accounting の考え方に則って、政府によるインフラの新設、維持管理戦略と最適成長経路上のインフラの価値、そして社会厚生指標を導出するための枠組みを提案する。

\*キーワード：財源・制度論，リスク管理

\*\*フェロー員 工博 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻  
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL・FAX 075-753-5071)

\*\*\*正員 鳥取大学工学部社会開発システム工学科  
(〒680-8552 鳥取市湖山町南 4-101 TEL 0857-31-5311  
FAX 0857-31-0882)

## 2. インフラ投資を考慮した経済成長モデル

### (1) モデル

本研究ではインフラの物理的規模(量)と機能・性能(質)の相違を考慮した動的インフラ投資理論を導くフレームを定式化する。本研究では企業の生産性を向上させるインフラを対象とする。さらにその中でも道路、港湾、空港、橋脚等の物的インフラを対象とする。本研究では開放経済モデルを採用して、社会のインフラストックの価値や政府によるインフラ投資の経済効果の評価フレームを構築する。また、非市場財であるインフラはshadow priceによって評価される。そこで本研究ではインフラのshadow priceの構造を明らかにする。また時々刻々のshadow priceの値からインフラ投資の決定を導くための投資関数を導出することを目的とする。

Ramsey モデルを用いて開放経済における一国政府のインフラ投資行動について分析する。家計は無限の将来に亘る視野をもつ。また家計は非弾力的に企業に1単位の労働を供給して賃金を得る。家計は毎期、消費  $c(t)$  により効用  $u(c(t))$  を獲得する。ただし  $u'(c) > 0$ ,  $u''(c) < 0$  を仮定する。'、'' は1変数関数における1階微分、2階微分を表す。また国内の家計数は1で変化しないと仮定する。一方、資本は自由に国境を越えて移動する。企業は完全競争的に操業するとする。世界市場の資本の収益率は  $r$  で一定とし、かつ代表的家計の時間選好率に等しいとする。生産関数は  $f(k(t), G(t))$  により表される。ただし  $k(t)$  は資本水準、 $G(t)$  はインフラ水準である。また生産関数は  $f_k > 0$ ,  $f_{kk} < 0$ ,  $f_G > 0$ ,  $f_{GG} < 0$ ,  $f_{kG} > 0$  を満足する。下付き文字は偏微分を表す。企業投資には調整費用がかからないとする。従って、いずれのケースでも完全競争市場において企業は利潤を留保せず、毎時刻、以下の均衡が成立している。

$$f_k(k(t), G(t)) = r, \quad y(t) = f(k(t), G(t)) - rk(t) \quad (1)$$

ただし、 $y(t)$  は家計の労働賃金である。上式より資本市場の均衡投資水準  $\tilde{k}(t) = \tilde{k}(r, G(t))$  を得る。

本研究ではインフラの機能水準が質  $\times$  量のスカラーで表されるという仮定の影響のみに焦点を限定するため、その他の点は極力簡略化する。そこでインフラ施設は全て同質と考え、社会のインフラの機能水

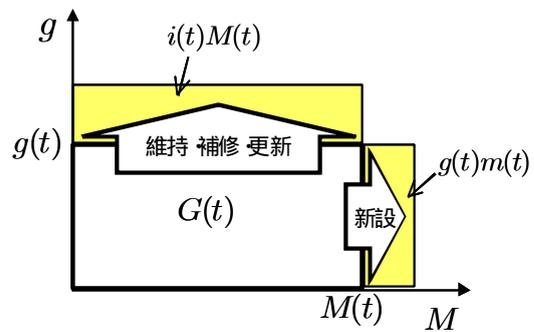


図-1 インフラの長方形モデル

準を図-1に示すように長方形の面積によって表すことにする。すなわちインフラの機能水準  $G(t)$  を、質を表す状態変数を  $g(t)$  と、量を表す状態変数を  $M(t)$  の積により表現する。

$$\dot{g}(t) = i(t) - \delta g(t) \quad (2a)$$

$$\dot{M}(t) = m(t) \quad (2b)$$

そして質的向上投資  $i(t)$  と量的拡充投資  $m(t)$  とでは費用の構造が異なると仮定する。質的向上への投資  $i$  には一単位あたり調整費用  $i \cdot \Phi(i/g)$  が掛かると仮定する。本研究ではHayashi(1982)による調整費用関数を採用することにする<sup>3)</sup>。質的向上に関する投資率を  $\sigma = i/g$  により表そう。関数  $\Phi(\sigma)$  は以下の性質を満足するものと仮定する。

$$\Phi(0) = 0, \quad \Phi'(\sigma) > 0 \quad (3a)$$

$$2\Phi'(\sigma) + \sigma\Phi''(\sigma) > 0 \quad (3b)$$

以上の仮定は調整費用  $i \cdot \Phi(i/g)$  が非負、凸、そして投資をしないときに最小値0をとることを表している。すなわち部分的に機能を除去する、すなわち当該施設の質を低下させる場合 ( $i < 0$ ) にも、正のコストが生じる。また調整費用は  $i$  と  $g$  に関して1次同次である。他方、量的拡大に関する用地獲得費用等の固定費用は  $\{1 + \Psi(M)\}$  により表されると仮定する。

$$\Psi(0) = 0, \quad \Psi'(M) > 0, \quad \Psi''(M) > 0 \quad (4)$$

すなわち本研究ではインフラの拡充が進むにつれて地価が上昇するような状況を想定する。そして、そのような状況における地価関数  $\Psi(M)$  は所与、すなわち部分均衡的な枠組みを考えることとする。ファースト・ベストの問題は以下のように表される。

$$\max_{\gamma(t)} \int_0^{\infty} u(c) \exp(-rt) dt \quad (5a)$$

subject to

$$G = gM \quad (5b)$$

$$\dot{w} = rw + f(\tilde{k}, G) - r\tilde{k} - c - iM \left\{ 1 + \Phi \left( \frac{i}{g} \right) \right\} - m \{ 1 + \Psi(M) \} - gm \{ 1 + \Phi(1) \} \quad (5c)$$

$$\dot{g} = i - \delta g \quad (5d)$$

$$\dot{M} = m \quad (5e)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} w \exp(-rt) \geq 0 \quad (5f)$$

$w(t)$  は代表的家計の資産水準を表す．式(5c)の右辺1行目の第5項は既設のインフラへの機能向上の投資費用を表す．それに対して右辺2行目は新設投資に要する費用を表す．右辺2行目の第2項は，インフラ水準を  $G = gM$  の長方形モデルで取り扱う都合上，新設の施設に関しても  $g(t)$  の質を与えなければならないことによる補正項である．すなわち新設投資の1単位あたりの価格は  $\{1 + \Psi(M) + g + g\Phi(1)\}$  となる． $\gamma(t) = \{c(t), i(t), m(t)\}$  は制御変数ベクトルである．いま，現在期価値ハミルトニアンを導入する．ここで  $\dot{w}(t), \dot{g}(t), \dot{M}(t)$  に対応する随伴変数をそれぞれ  $\lambda(t) = \lambda^c(t) \exp(-rt)$ ,  $\nu(t) = M(t)q(t)\lambda^c(t) \exp(-rt)$ ,  $\mu(t) = z(t)\lambda^c(t) \exp(-rt)$  により定義する．すなわち  $q(t), z(t)$  がそれぞれ消費財の限界効用で図った当該期の1施設あたりのインフラの質，インフラの量の shadow price を意味する．

$$\begin{aligned} H(t) &= u(c(t)) \exp(-rt) + \lambda^c(t) \exp(-rt) \dot{w}(t) \\ &\quad + M(t)q(t)\lambda^c(t) \exp(-rt) \dot{g}(t) \\ &\quad + z(t)\lambda^c(t) \exp(-rt) \dot{M}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

1階の最適化条件として式(5c)-(5e)と次式を得る．

$$u'(c) = \lambda^c \quad (7a)$$

$$q = 1 + \Phi(\sigma) + \sigma\Phi'(\sigma) \quad (7b)$$

$$z = 1 + \Psi(M) + g + g\Phi(1) \quad (7c)$$

$$\lambda^c = 0 \quad (7d)$$

$$\begin{aligned} \dot{q} &= (r + \delta - \varepsilon)q - f_G \\ &\quad - \sigma^2\Phi'(\sigma) + \varepsilon\{1 + \Phi(1)\} \end{aligned} \quad (7e)$$

$$\begin{aligned} \dot{z} &= rz - f_{GG} + i\{1 + \Phi(\sigma)\} \\ &\quad + m\Psi'(M) - q(i - \delta g) \end{aligned} \quad (7f)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda^c \exp(-rt) \cdot w = 0 \quad (7g)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Mq\lambda^c \exp(-rt) \cdot g = 0 \quad (7h)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} zq\lambda^c \exp(-rt) \cdot M = 0 \quad (7i)$$

ただし  $\sigma = i/g$  は質的向上に関する投資率を， $\varepsilon = m/M$  は量的拡大に関する投資率を表す．式(7a)(7d)

より消費は時間を通じて一定となる．これは世界利子率と時間選好率を同一と仮定した開放経済モデルで通常導かれる帰結である．式(7b)と調整費用関数  $\Phi(\sigma)$  に関する仮定式(3a)(3b)より，質的向上に関する投資率  $\sigma$  について以下に示す逆関数が得られる．

$$\sigma = \phi(q), \quad \phi(1) = 0, \quad \phi'(q) > 0 \quad (8)$$

$\phi(q)$  は質的向上に関する投資関数であり，毎時刻， $q(t)$  が1より大きければ正の投資を行い，1より小さければ資本を切り崩すのが適切となる．すなわち  $q(t)$  は「Tobinの  $q$ 」に他ならない．そして  $g(t), M(t)$  が有限の値に収束することを仮定すると，式(7e)(7h)より  $q(t)$  は以下の構造をもつ．

$$\begin{aligned} q(t) &= \int_t^\infty [f_G + \sigma^2\Phi'(\sigma) - \varepsilon\{1 + \Phi(1)\} \\ &\quad + (\varepsilon - \delta)q] \exp\{-r(s-t)\} ds \end{aligned} \quad (9)$$

右辺の被積分関数の第1項はインフラの限界生産物である．また，

$$\frac{d}{dg} \left\{ i\Phi \left( \frac{i}{g} \right) \right\} = - \left( \frac{i}{g} \right)^2 \Phi' \left( \frac{i}{g} \right) \quad (10)$$

より，第2項ではある時刻に施設の機能を向上させることにより，将来の質的投資の限界コストが削減される効果が示されている．また第3項は，既存の施設の質的向上が将来の新設投資のコストを上昇させる負の効果を表す．すなわち長方形モデルを採用したことに伴う補正項である．右辺2行目の  $\varepsilon q$  については後述する．右辺2行目の  $(-\delta q)$  は機能の減耗に対応して shadow price も減価することを示す．時刻  $t$  における1施設あたりの(消費の限界効用で基準化した)当該期価値 shadow price は，以上の効果の無限の将来にわたる流列の時刻  $t$  における価値の和によって与えられる．

一方，新設投資に関しては，式(7c)に示すように，新設投資の費用が shadow price  $z(t)$  に等しくなるように投資水準が決められる．ここで  $z(t)$  は式(7f)(7i)より次式で表される．

$$\begin{aligned} z(t) &= \int_t^\infty [f_{GG} - i\{1 + \Phi(\sigma)\} \\ &\quad - m\Phi'(M) + q\dot{g}] \exp\{-r(s-t)\} ds \end{aligned} \quad (11)$$

被積分関数の第1項はインフラの限界生産物であり，第2項は増加させた施設について質的向上に要する

コストを表す。また右辺2行目の第1項は次の時刻の新設投資のコストの上昇の効果を表す。ここで、式(11)における $q\dot{q}$ と、式(9)における $\varepsilon q$ の存在に留意されたい。式(11)の右辺の $q$ が上昇すれば $z$ が上昇し、それによって新設投資率 $\varepsilon$ が増大すれば式(9)において $q$ が上昇する。

## (2) 社会厚生指標

最適経路上の現在期価値ハミルトニアン $H^*(t)$ を $t$ に関して微分してみよう。 $H^*(t)$ が全ての制御変数、状態変数、随伴変数、そして時刻 $t$ によって定義されていることに留意すると、

$$\begin{aligned} \frac{dH^*(t)}{dt} = & H_c^* \dot{c}^* + H_i^* \dot{i}^* + H_m^* \dot{m}^* \\ & + H_w^* \dot{w}^* + H_g^* \dot{g}^* + H_M^* \dot{M}^* \\ & + H_{\lambda c}^* \dot{\lambda}^* + H_q^* \dot{q}^* + H_z^* \dot{z}^* + H_t^* \end{aligned} \quad (12)$$

ただし $H^*$ の下の添え字は、現在期価値ハミルトニアンが当該変数による偏微分を被り、かつ偏微係数が最適解において評価されていることを意味する。1階の条件を考慮すると次式を得る。

$$\frac{dH^*(t)}{dt} = -\{ru(c^*) + q^* \lambda^{c^*} g^* \dot{M}^*\} \exp(-rt) \quad (13)$$

上式を $t$ によって積分する。そして境界条件として $\lim_{t \rightarrow \infty} H^*(t) = 0$ を用い、両辺に $\exp(rt)$ を乗じると次の関係を得る。

$$\begin{aligned} r \int_t^\infty u(c^*) \exp\{-r(s-t)\} ds \\ = H^{c^*}(t) - \int_t^\infty q^* \lambda^{c^*} g^* \dot{M}^* \exp\{-r(s-t)\} ds \end{aligned} \quad (14)$$

理論的に社会が保有する資本の価値に関する最も適切な表現は

$$\begin{aligned} V(w(t), g(t), M(t)) \\ = \int_t^\infty u(c^*(s)) \exp\{-r(s-t)\} ds \end{aligned} \quad (15)$$

により定義される最適値関数の値と考えられる。それに対して、伝統的な経済厚生指標はNet National Product (NNP)の概念を基礎としている。いま、効用関数を最適経路上で線形化すると、NNPと当該期価値ハミルトニアンを以下のように関係付けられる。

$$\begin{aligned} H^{c^*}(t) = & \lambda^{c^*}(t) \{c^*(t) + \dot{w}^*(t) \\ & + q^*(t) M^*(t) \dot{g}^*(t) + z^*(t) \dot{M}^*(t)\} \\ = & \lambda^{c^*}(t) \cdot \text{NNP} \end{aligned} \quad (16)$$

すなわちNNPは上式1行目の中括弧の中の右辺の消費、ネットの貯蓄+民間投資(本開放経済モデルにおいて両者は無差別)、そして2行目のインフラ整備に関する公共投資の和によって構成される。従って、効用関数を線形化すると、 $H^{c^*}(t)$ は効用タームで表現したNNPに一致する。

そして、引き続き最適経路上の効用水準を $u(c^*(t)) = \lambda^{c^*} c^*(t)$ , ( $\lambda^{c^*} = \text{const.}$ )に近似すると、式(14)(15)(16)の関係について次式を得る。

$$\begin{aligned} r \cdot V(w(t), g(t), M(t)) \\ = H^{c^*}(t) - \int_t^\infty q^* \lambda^{c^*} g^* \dot{M}^* \exp\{-r(s-t)\} ds \\ = \lambda^{c^*} \left[ \text{NNP} - \int_t^\infty q^* g^* \dot{M}^* \exp\{-r(s-t)\} ds \right] \end{aligned} \quad (17)$$

左辺は資産価値の利子に相当する。上式より、理論的に適切な資産の価値である $V(\cdot)$ と伝統的NNPは比例関係にないことがわかる。NNPは社会厚生を過大推計する可能性がある。

## 3. おわりに

本研究では維持・補修・更新・新設投資を最適に組み合わせたインフラ管理戦略を体系化するための第一歩として、インフラの維持・補修・更新に対応する質的向上投資と、新設投資に対応する量的拡大投資のshadow priceの構造について分析した。shadow price  $q(t)$ ,  $z(t)$ の推計には将来に亘る最適投資経路に関する情報が必要となる。また、本モデルにおいて、質的向上投資と量的拡大投資の相違は調整費用関数形で与えられている。前者については、Hayashi(1982)の調整費用関数によって、機能の向上がさらなる機能向上のための投資費用を低減する効果が含まれている。一方、後者については空間的な資源の希少性によって、投資するほどコストが上昇するという仮定がおかれている。いずれの仮定も両投資の性格の相違を極端な形で表現するためのものである。今後、現実的な会計指標を得るためには現実の調整費用関数に関するデータが必要となる。

## 参考文献

- 1) 山本清：政府会計の改革，中央経済社，2001。
- 2) Aronsson, T., P.-O. Johansson, and K.-G. Löfgren : Welfare Measurement, Sustainability and Green National Accounting, *Edward Elgar*, 1997.
- 3) Hayashi, F. : Tobin's Marginal q and Average q : A Neoclassical Interpretation, *Econometrica* 50, pp.213-224, 1982.