

ランダム効用理論と精神物理学からの動物選択行動研究への示唆*

Implications of Random Utility Theory and Psychophysics for Animal Choice Behavior Studies*

藤井聡**, 竹村 和久***

By Satoshi FUJII**, Kazuhisa TAKEMURA***

1. はじめに

選択行動研究における対応法則は, Autor(1969)によって提案されて以来, 種々の実験にてその経験的妥当性が確認されてきた. その中でBaum(1976)は並立強化スケジュールでの被験体の反応比 (R_1/R_2) は, 相対強化比 (r_1/r_2) と次のように対応しているとする一般対応法則を提案した.

$$R_1/R_2 = k(r_1/r_2)^a \quad (1)$$

ここに, k は一方の選択肢への反応の偏りを, a は相対強化比に対する反応の感度を意味する経験定数である.

一般対応法則の理論的背景については, 様々な検討がなされてきた. 例えば, 経済学的最大化理論との関連 (坂上, 1997), 微視的最大化理論との関連 (Shimp, 1966), ならびに, それらの諸理論同士の相互関連等が議論されてきている (平岡, 1997). 一方, 伊藤 (1997) が指摘するように, 認知的意思決定研究においても選択行動は重要な研究対象となっており, こうした研究と選択行動研究とを統合する研究がなされつつある (伊藤, 1995; 坂上, 1994).

本研究では, 認知的意思決定研究の中で多く適応され, また, 計量経済学において主要な経済行動分析の枠組みとして活用されてきたランダム効用理論 (Thurstone, 1927; McFadden, 1974) と, 古典的な精神物理法則であるフェヒナーの法則 (Fechner, 1860) の両者を基盤として, 一般対応法則の導出を図るものである. なお, この導出については 藤井・竹村 (2001, 2002) によって既に示されているが, 本稿ではそれをマクロな交通流動モデルに拡張するとともに, その理論的な含意を検討する.

2. 一般対応法則の理論的導出

フェヒナーの法則は, 感覚の大きさ(感覚強度)は物理刺激量の対数に比例するという法則である. この法則を, 並立強化スケジュールのそれぞれの強化子に適用すると, r_1, r_2 の感覚強度は $\ln(r_1), \ln(r_2)$ となる. 一方, 選択行動を記述する際に, 潜在的な心理量として “効用” を便宜的に指し, その最大化行動として選択を記述することがしばしばなされてきた (例えば, Bussey & Townsend, 1993; Greeno, 1968). こうした理論的枠組みは一般に効用理論と呼ばれる.

ここで, 並立強化スケジュールにおける, 被験体の一回一回の反応を, それぞれ個別の選択行動と捉えてみよう. この個々の選択行動を, 上述のフェヒナーの法則と効用理論の枠組みに基づいて理論的に説明するとするなら, 1) 選択肢1, 2の効用 U_1, U_2 がそれぞれ $\ln(r_1), \ln(r_2)$ であり, かつ, 2) 選択肢1, 2からの選択は, 効用 U_1, U_2 の最大化行動である, となる. この考え方に基づく (対数関数は単調増大関数であることから), 相対的強化率が大きな選択肢は常に選択されるということになる. しかし, この様な理想的な状況は, 現実的には考え難い. 特に, VIスケジュールや VRスケジュールを用いているなら, 強化子の確率的な量的変動に起因して, 強化に対する感覚強度, あるいは, 効用が確率変動するものと考えられる. それに加えて, 強化子以外の何らかのノイズ, 例えば, 環境上の些細な変化や被験体の生理的諸要因の変化に起因して, 個々の選択肢の効用が確率変動することも考えられる. これらの確率変動を考慮する方法として, 次のように確率変数として効用を定式化するのが, ランダム効用理論である.

$$U_1 = c \ln(r_1) + d + \varepsilon_1$$

$$U_2 = c \ln(r_2) + \varepsilon_2 \quad (2)$$

ここに, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は, 効用の変動を表現するために導入される確率変数としての誤差項である. また, c は強化の感覚強度と, 誤差項が意味する強化以外の種々の選択要因が選択に及ぼす強度との, 相対比を意味するパラメータであり, それが大きい程, 強化が主要な選択要因であることとなる. すなわち, 強化子への反応の感度である. 最後に d は強化以外の種々の要因によって生じる, 系統的な選択肢間の効用差である. ランダム効用理論では, こうしたパラメータ d は一般に定数項と呼

*キーワード: 交通行動分析, 分布モデル, 選択行動モデル

**博士(工学), 東京工業大学大学院理工学研究科土木工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1, Tel & Fax : 03-5734-2590 e-mail: fujii@plan.cv.titech.ac.jp)

***博士(学術), 早稲田大学文学部哲学科心理学専修 (〒162-8644 東京都新宿区戸山1-24-1, tel: 03-5286-3549, e-mail: kazupsy@mn.waseda.ac.jp)

ばれる．

さて、式(2)より選択肢1が選択される確率 $P(1)$ は次の様に定式化される．

$$P(1) = P(U_1 > U_2) = P(\text{cln}(r_1) - \text{cln}(r_2) + d > \varepsilon_2 - \varepsilon_1) \quad (3)$$

ここで、誤差項についての仮定を設けると、式(3)を解析的に定式化できる．この点について、ランダム効用理論では、次のような確率分布関数を持つガンベル分布に誤差項が従うと仮定することが頻繁になされる．この仮定に基づくランダム効用理論は、特にロジットモデルと言われる．

$$P(\varepsilon \leq x) = \exp[-\exp(-x)] \quad (4)$$

なお、ガンベル分布の誤差項は、その差(例えば、式(3)の $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$)がロジスティック分布となるという性質を持つ．

この仮定に基づくと、式(3)の選択肢1の選択確率は、

$$P(1) = \frac{\exp(\text{cln}(r_1) + d)}{\exp(\text{cln}(r_1) + d) + \exp(\text{cln}(r_2))} = e^d r_1^c / (e^d r_1^c + r_2^c) \quad (5)$$

となる．ここで N を被験体の全反応数とすると、

$$R_1 = NP(1) = N e^d r_1^c / (e^d r_1^c + r_2^c) \quad (6)$$

同様に、 R_2 を求めると、

$$R_2 = NP(2) = N r_2^c / (e^d r_1^c + r_2^c) \quad (7)$$

こうして得られた式(6)、(7)に基づいて、反応比を求めると、

$$R_1/R_2 = e^d r_1^c / r_2^c = e^d (r_1/r_2)^c \quad (8)$$

繰り返しになるが、式(8)は、ランダム効用理論とフェヒナーの法則に基づいて誘導された反応比である．この式と一般対応法則の式(1)を見比べると、ランダム効用理論における定数 d のべき乗とパラメータ c が、一般対応法則のパラメータ k と a にそれぞれ一致していることが分かる．各パラメータの意味も、それらの定義に着目すると、ランダム効用理論と一般対応法則とで共通している事が分かる．

3．重力モデルとの関連について

さて、以上に述べた、フェヒナーの法則とランダム効用理論に基づく一般対応法則の導出過程は、一般対応法則の

みならず、様々な顕示的現象を記述する数理モデルの理論的導出にも適用できる．

例えば、人文地理学にて提案され、交通需要予測の重要な手法として長く使用されてきた重力モデル（例えば、Cox & Golledge, 1981）は、人々の目的地の選択行動の集積として地域間の交通流動が規定されていると考えることで、以下の様にフェヒナーの法則とランダム効用理論から導出することができる．

ここに、重力モデルとは、二つの地理的に離れたゾーン $0, j$ を想定し、そのゾーン 0 からゾーン j への交通流動 Q_{0j} を、ゾーン間の距離 L_{0j} とゾーンの人口 M_0, M_j を用いて、次のような式により説明するモデルである．

$$Q_{0j} = K_0 \frac{M_0 M_j}{L_{0j}^b} \quad (9)$$

ここに、 K_0, b はパラメータである．この式は、交通流動 Q_{0j} はゾーン間の距離 L_{0j} の増加に伴い低下する一方、ゾーンの人口 M_0, M_j の増加に伴い増加すること意味している．

さて、ここで、ゾーン 0 の一人の居住者を考えてみよう．この居住者は、様々な場所を訪れるが、一回一回の来訪については複数のゾーンの選択肢中から訪れるゾーンを一つ選択しているものと見なしてみよう．そして、その選択における選択要因には、目的地の人口 M_j とゾーン間距離 L_{0j} の二つが存在するものと考えてみよう．

ここで、この居住者がフェヒナーの法則に基づいて人口 M_j とゾーン間距離 L_{0j} を知覚しているなら、それぞれの感覚強度は $\ln(M_j)$ と $\ln(L_{0j})$ に比例することとなる．さらに、この居住者の目的地の選択は、 $\ln(M_j)$ と $\ln(L_{0j})$ に影響を受ける一方で、これら以外の様々な選択要因からランダムな影響を受けるものと考えてみる．そして、複数の選択肢の中から、次のランダム効用が最大となる選択肢を選択しているものと仮定してみよう．

$$U_k = \ln M_k - b \ln L_{0k} + \varepsilon_{0k} \quad (10)$$

ここに、 $k = 1, 2, \dots, j, \dots, m$ であり、 m は目的地ゾーンの選択肢数である．また、 ε_k は誤差項である．さらにここで、 ε_{0k} が互いに独立なガンベル分布に従うものと仮定すると、この居住者がゾーン j を選択する確率 p_j は、次のようになる．

$$p_j = \frac{\exp(\ln M_j - b \ln L_{0j})}{\sum_{k=1}^m \exp(\ln M_k - b \ln L_{0k})} \quad (11)$$

ここで、ゾーン 0 の M_0 人の居住者が、一様に全員式(11)の選択確率 p_j であり、かつ、ゾーン 0 を起点とするトリップを

平均 a_0 回行くとすると、ゾーン0からゾーン j への交通流動 Q_{0j} は次のようになる。

$$Q_{0j} = p_j(a_0 M_0) \quad (12)$$

これに式(11)を代入して整理すると、

$$\begin{aligned} Q_{0j} &= M_0 a_0 \frac{\exp(\ln M_j - b \ln L_{0j})}{\sum_{k=1}^m \exp(\ln M_k - b \ln L_{0k})} \\ &= M_0 a_0 \frac{\frac{M_j}{L_{0j}^b}}{\sum_{k=1}^m \frac{M_k}{L_{0k}^b}} \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ここで、この式における

$$\frac{a_0}{\sum_{k=1}^m \frac{M_k}{L_{0k}^b}}$$

はゾーン0に固有の定数(パラメータ)となることから、これを K_0 とおけば、式(12)は、

$$Q_{0j} = K_0 \frac{M_0 M_j}{L_{0j}^b} \quad (13)$$

この式(13)は、式(9)に定義した重力モデルである。

さて、以上の導出にあたって設けた基本仮定は、前章で述べた対応法則の導出にあたって設けた基本仮定と同一である。すなわち、

- 1) 対応法則導出時には、動物の採餌行動の一つ一つを個別の選択とみなしたように、ここでも一人一人の一回一回の来訪行動を個別の選択行為とみなす。
- 2) こうして定義した個々の選択の要因を仮定し、その要因の感覚強度がフェヒナーの法則に従うと考える。
- 3) その要因以外の要因の影響を誤差項という形で考慮し、それがランダムに影響すると考える。そして、その誤差項の分布をガンベル分布とみなすことにより、個々の選択の選択確率を導き、それに基づいて誘導する。

ただし、もちろん、対応法則とここでの重力モデルの導出過程は全く同じではなく、相違点がある。その相違点とは、次の二点である。

- 1) 対応法則では1つの要因のみを考慮していたが、重力モデルでは複数(2つ)の要因を考慮している。
- 2) 対応法則は2肢選択を想定していたが、重力モデルで

は3つ以上の選択肢を想定する。

すなわち、数理的には、重力モデルは対応法則を要因数、選択肢数の双方の点から拡張したモデルと言えるのである。

4. フェヒナーの法則とカテゴリー焦点化仮説

さて、フェヒナーの法則はウェーバーの法則から演繹される。ウェーバーの法則とは、ある刺激について差異が識別できる最小単位(弁別閾) ΔS は、その刺激量 S に比例する、という法則である。すなわち、

$$\Delta S = KS \quad (14)$$

ここに、 K は定数である。ここで、弁別閾が感覚強度 R の一単位に対応し、かつ、刺激 S_u における感覚強度 $R(S_u)$ が、知覚可能な刺激の下限値 S_l から刺激 S_u までの単位感覚強度の総和であると仮定すれば、

$$\begin{aligned} R(S_u) &= \int_{S_l}^{S_u} \Delta S dS \\ &= \int_{S_l}^{S_u} K \frac{S}{S} dS \\ &= [K \ln S]_{S_l}^{S_u} \\ &= K \ln S_u - K \ln S_l \\ &= K \ln \left(\frac{S_u}{S_l} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

となり、フェヒナーの法則が導出される。

さらに、式(14)のウェーバーの法則そのものは、カテゴリー焦点化仮説より理論的に説明可能である(竹村・藤井, 2002)。カテゴリー焦点化仮説とは、弁別閾の大きさは、そのカテゴリーに向けられる注意量に反比例するという仮説であり、それを支持するいくつかの実験データも得られている(藤井・竹村, 2002; 唐沢・竹村・藤井, 2002)。この仮説に基づけば、「原点0の近傍に向けられる注意量が最大であり、原点から乖離するにしたがって注意量が反比例して低減していく」という仮定を設けることにより、式(14)のウェーバーの法則が説明される。

以上の議論をまとめると、原点に近づくほど大きな注意量を払うという認知的性質、弁別閾が注意量に反比例するというカテゴリー焦点化仮説、ならびに、明示化されている要因以外の効果がランダムに生ずるというランダム効用最大化仮説から、対応法則も重力モデルも演繹可能である、ということとなる。

5. おわりに

本稿では、まず、藤井・竹村(2001, 2002)に基づき、精神物理法則であるフェヒナーの法則とランダム効用理論に基づいて、動物の選択行動研究で知られている一般対応法則を数理的に導いた。ついで、その考え方を、交通モデルとして古くから適用されてきた重力モデルに適用し、重力モデルも、一般対応法則と同様にフェヒナーの法則とランダム効用理論を基礎仮定として誘導することができることを数理的に示した。さらに、フェヒナーの法則は、カテゴリー焦点化仮説から演繹可能であることを述べた。すなわち、個々の動物のミクロな行動を記述する一般対応法則もマクロな交通流動を記述する重力モデルも、各個体の認知的判断における注意の当て方(カテゴリー焦点化仮説)と、ランダムなノイズに埋もれた感覚強度に基づく微視的な最適化原理(ランダム効用最大化原理)によって理論的に説明可能なのである。

以上の議論は、交通計画上、次のような含意を持つ。

まず第一に、ランダム効用モデルを需要解析に応用する場合、効用関数に選択肢固有属性を導入する際には、線形関数ではなく、フェヒナーの法則に従い、対数関数を用いることの方が得策である、という点である。

第二に、ランダム効用モデルは、行動と説明変数との間の関係を記述するだけの単なる統計モデルとは必ずしも言えない、ということである。特定の条件さえ整えば、ランダム効用モデルが想定する意思決定プロセス、すなわち、ランダム効用を最大化することで選択意思決定を行う、という局面は、ヒトのみならず、動物においてすらあり得るのである。しかしながら、あくまでも、数多くの意思決定と判断の研究が明らかにしてきたように、人間は多くの場合、合理的にランダム効用の最大化を行うわけではない。実際、重力モデルの適合度が満足いくものではない場合が多いことは実務的には広く知られる事実であるし、一般対応法則に沿った結果が得られるのも、十分に注意深い厳密な実験設計ができた場合に限定されている。ただし、本稿の数理解析は、ランダム効用モデルは決して無用の長物ではないということを示すものであろう。

今後は、本稿に示した誘導過程における個々の仮定の経験的妥当性を確認するための実験や、この理論的枠組みに基づいて、選択行動研究の中で重ねられてきた種々の知見を説明すること等が必要である。しかし、本稿に示した理論的枠組みは、様々な行動現象を説明できる可能性があるものと期待できる。本稿に示したように、動物の選択行動や交通流動に限らず、動物生態学における昆虫の産卵行為やサカナの採餌行動の集散的性質、あるいは、アダムス・モデルが説明するヒトの公正感に裏打ちされた社会的行動等も、同様の数理的枠組みでの説明可能性が考えられる。

それらの説明可能性を検討することも、本研究の重要な今後の課題である。

参考文献

- Autor, S.M. (1969) The strength of conditioned reinforcers as a function of frequency and probability of reinforcement. In Hendry, D.P. (Ed.) *Conditioned reinforcement*. Dorsey Press.
- Busemeyer, R.B. and Townsend, J.T. (1993) Decision field theory: A dynamic-cognitive approach to decision making in an uncertain environment, *Psychological Review*, 100, pp. 432-459.
- Baum, W.M. (1976) Time-based and count-based measurement of preference. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 26, pp. 27-36.
- Cox, K.R. and Golledge, R.G. (1981) Behavioral problems in geography revisited, New York: Muthun & Co.
- Greeno, J.G. (1968) *Elementary Theoretical Psychology*. New York: Addison-Wesley.
- 藤井 聡, 竹村 和久(2002) カテゴリー判断における注意の効果:メンタル・ボックス・モデルの検証実験, 日本社会心理学会第43回大会論文講演集, (印刷中).
- 藤井 聡, 竹村和久(2001)フェヒナーの法則とランダム効用理論に基づく一般対応法則の理論的説明, 日本心理学会第65回大会, p. 580.
- 藤井 聡, 竹村和久(2002)フェヒナーの法則とランダム効用理論に基づく一般対応法則の理論的説明(2), 日本心理学会第65回大会, (印刷中)
- 平岡恭一(1977) 選択行動の巨視的理論と微視的理論, 行動分析学研究, 11 (1/2), pp. 109 - 129.
- 伊藤正人(1997) 選択行動研究の意義と将来, 行動分析学研究, 11 (1/2), pp. 2-8.
- 唐沢かおり, 竹村和久, 藤井 聡(2002) 内集団と外集団に対する経済的満足度の推定, 日本行動計量学会第30回大会発表論文抄録集, (印刷中) .
- McFadden, D.: Conditional logit analysis of qualitative choice behavior. In P. Zarembka (ed.) *Frontiers in Econometrics*, Academic press, pp. 105-142, 1973.
- 坂上貴之(1997) 行動経済学と選択理論, 行動分析学研究, 11 (1/2), pp. 88-108.
- Shimp, C.P. (1966) Probabilistically reinforced choice behavior in pigeons. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 9, pp. 443-455.
- 竹村 和久, 藤井 聡(2001) 社会的判断のカテゴリー焦点化仮説 -メンタル・ボックス・モデルによる説明 - , 日本社会心理学会第42回大会論文講演集, pp. 94-95 .
- Thurstone, L.L. (1927) A law of comparative judgment. *Psychological Review*, 34, pp. 273-286.