

社会資本ストック整備効果計測に関する研究* —生産関数アプローチと応用一般均衡分析による理論的・実証的比較—

Comparison of production function approach and general equilibrium approach *

小池淳司**・上田孝行***・伊藤克彦****

By Atsushi KOIKE**, Takayuki UEDA*** and Katsuhiko ITO****

1. はじめに

社会資本整備の生産力効果計測手法としては、マクロ集計的な生産関数を用い、社会資本ストックが生産弾力性にどれほど寄与するかといった生産関数アプローチによる研究がなされている(吉野・中島 1999, 浅子ほか 1994, N. Yamano and T. Ohkawara 2000 など)。また、応用一般均衡 (CGE) 分析を用いればミクロ経済学的行動理論に整合的な形でこれら生産力効果の便益を把握することが可能である(森杉 1997 など)。しかし、CGE 分析には多大なデータと膨大な計算処理が必要となる事が知られている。本稿では生産関数アプローチによる効果計測と CGE 分析による便益計測を理論的・実証的に比較し、どのような条件のもとで生産関数アプローチによる便益計測が CGE による便益計測の近似値となるのかを明確にする。また、全国を対象とした実証分析でその精度を確認することを目的としている。

2. モデルの仮定

理論分析による比較のため、ベースとなる一般均衡モデルを以下のような仮定の下に構築する。

- (1) 社会経済は閉じられた一国あるいは一地域を対象とする。
- (2) 代表的家計、アクティビティベースの企業および政府が存在する。
- (3) それぞれの企業は生産要素を用いそれぞれの生産財を生産する。
- (4) 代表的家計は生産要素(労働・資本)を保有し、生産財を消費する。

- (5) 政府は社会資本整備を行い、社会資本ストックを蓄積する。

- (6) 社会資本ストックは直接的に生産効率を上げる。

- (7) 社会経済は完全競争下の長期的均衡状態にある。

3. 企業の行動モデル

生産財 $i \in \{1, \dots, I, \dots, I\}$ を生産する企業 i は中間財 $x_{ji} \in \{x_{j1}, \dots, x_{ji}, \dots, x_{jI}\}$ と生産要素である労働 l_i と資本 k_i をもちい、生産財 Q_i を生産する。その行動を生産技術制約つき利潤最大化行動として以下のように定式化する。

$$\begin{aligned} \pi_i &= \max P_i Q_i - P_r \cdot x_{ri} - w l_i - r k_i \\ \text{s.t. } Q_i &= Q_i(x_{ri}, l_i, k_i, S) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 π_i : 企業 i の利潤、 P_i : 生産財 i の価格、 P_r : 価格ベクトル、 w : 賃金、 r : 資本の価格、 S : 社会資本ストック量

上式を解くと、生産要素に関する需要関数、生産財の供給関数および利潤関数が以下のように導出できる。

$$x_{ri} = x_{ri}(P_i, w, r, S) \quad (2.a)$$

$$l_i = l_i(P_i, w, r, S) \quad (2.b)$$

$$k_i = k_i(P_i, w, r, S) \quad (2.c)$$

$$Q_i = Q_i(P_i, w, r, S) \quad (2.d)$$

$$\pi_i = \pi_i(P_i, w, r, S) \quad (2.e)$$

また、利潤関数の全微分形が以下ようになる。

$$d\pi_i = \frac{\partial \pi_i}{\partial P_i} dP_i + \frac{\partial \pi_i}{\partial P_r} dP_r + \frac{\partial \pi_i}{\partial w} dw + \frac{\partial \pi_i}{\partial r} dr + \frac{\partial \pi_i}{\partial S} dS \quad (3)$$

ホテリング(Hotelling)の補題を用いると以下のような利潤関数の全微分形が誘導される。

$$d\pi_i = Q_i dP_i - x_{ri} dP_r - l_i dw - k_i dr + P_i \frac{\partial Q_i}{\partial S} dS \quad (4)$$

4. 代表的家計の行動モデル

代表的家計は労働、資本および企業からの利潤配当 π_i から得られる所得から生産財 q_i を消費する。その行動を以下のように所得制約付きの効用最大化行動として定式化する。

*キーワード：社会資本ストック整備効果、生産関数アプローチ、応用一般均衡分析

**正員、工博、鳥取大学社会開発システム工学科
(鳥取市湖山町南 4-101, TEL:0857-31-5313, FAX:0857-31-0882)

***正員、工博、東京工業大学開発システム工学科
(東京都目黒区大岡山 2-12-2, TEL/FAX03-5734-3597)

****工修、(株) 東海総合研究所調査研究部
(名古屋市千種区錦 3 丁目 20 番 27 号, TEL:052-203-5322, FAX:052-201-1387)

$$V = \max U(q_1, \dots, q_I) \quad (5)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{q}_1 = wL + rK + \sum_{i=1}^I \pi_i$$

ここで、 $V(\cdot)$ ：間接効用関数、 $U(\cdot)$ ：直接効用関数

上式を解くと、消費財の需要関数及び間接効用関数を得る。

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_1(\mathbf{P}_1, w, r, \pi) \quad (6.a)$$

$$V = V(\mathbf{P}_1, w, r, \pi) \quad (6.b)$$

また、間接効用関数の全微分形は以下ようになる。

$$dV = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{P}_1} d\mathbf{P}_1 + \frac{\partial V}{\partial w} dw + \frac{\partial V}{\partial r} dr + \frac{\partial V}{\partial \pi} d\pi \quad (7)$$

上式に包絡線定理を用いて展開すると以下ようになる。

$$dV = -\lambda \mathbf{q}_1 d\mathbf{P}_1 + \lambda L dw + \lambda K dr + \lambda d\pi \quad (8)$$

5. 市場均衡条件

市場均衡条件は以下のように、財市場、労働市場、資本市場の均衡条件式として表現できる。

$$Q_i = \sum_{j=1}^I x_{ji} + q_i \quad (9.a)$$

$$L = \sum_{i=1}^I l_i \quad (9.b)$$

$$K = \sum_{i=1}^I k_i \quad (9.c)$$

ここで、未知数は $\mathbf{P}_1, w, r$ の $I+2$ 個であり、均衡条件式も同様に $I+2$ 個である。そのため、この方程式体系は閉じている。

6. 厚生分析による理論的比較

ここで、社会資本ストック S が変化した状態を想定し、その効用変化に等価的偏差 EV の概念を用いて帰着系に分離すると以下ようになる。なお、社会資本ストックの変化をパラメトリックに表現するため離散的な政策変数 σ を導入する。 σ は政策の有り無しに応じて離散的に $0 \rightarrow 1$ へと変化すると仮定する。

$$EV = \int_{A \rightarrow B} \frac{\partial e}{\partial V} dV \quad (10)$$

$$= \int_{0 \rightarrow 1} \frac{\partial e}{\partial V} \lambda(\sigma) \left[-\mathbf{q}_1(\sigma) \frac{d\mathbf{P}_1(\sigma)}{d\sigma} + L \frac{dw(\sigma)}{d\sigma} + K \frac{dr(\sigma)}{d\sigma} + \frac{d\pi(\sigma)}{d\sigma} \right] d\sigma$$

また、企業の利潤変化は以下ようになる

$$\int_{A \rightarrow B} d\pi_i = \int_{0 \rightarrow 1} \frac{d\pi_i}{d\sigma} d\sigma \quad (11)$$

$$= \int_{0 \rightarrow 1} \left[Q_i \frac{dP_i(\sigma)}{d\sigma} - \mathbf{x}_{i1}(\sigma) \frac{d\mathbf{P}_1(\sigma)}{d\sigma} - l_i(\sigma) \frac{dw(\sigma)}{d\sigma} - k_i(\sigma) \frac{dr(\sigma)}{d\sigma} + P_i \frac{\partial Q_i}{\partial S(\sigma)} \frac{\partial S(\sigma)}{\partial \sigma} \right] d\sigma$$

これらの、主体別・項目別帰着構造を知るため、便益帰着構成表(森杉 1997)の形にまとめると以下ようになる。

表-1 便益 帰着構成表

	企業 1	・ ・ ・	企業 I	世 帯	合 計
生産力効果	$P_1 \frac{\partial Q_1}{\partial S} dS$		$P_I \frac{\partial Q_I}{\partial S} dS$		$\sum_{i=1}^I P_i \frac{\partial Q_i}{\partial S} dS$
財価格変化	$Q_1 dP_1 - \mathbf{x}_{11} d\mathbf{P}_1$		$Q_I dP_I - \mathbf{x}_{I1} d\mathbf{P}_1$	$-\mathbf{q}_1 d\mathbf{P}_1$	0
賃金率変化	$-l_1 dw$		$-l_I dw$	$L dw$	0
利子率変化	$-k_1 dr$		$-k_I dr$	$K dr$	0
利潤変化	$-\Delta \pi_1$		$-\Delta \pi_I$	$d\pi$	0
合 計	0	0	0	EV	SNB

ここで、最終的な社会的総便益 SNB を積分形で表現すると、以下のように社会資本ストック変化の限界生産性のみとなる。なお、以上の議論は所得の限界効用が一定であることを仮定している。そのため、市場内での変化は相殺(キャンセルアウト)されるためである。

$$SNB = \sum_{i=1}^I \int_{0 \rightarrow 1} P_i(\sigma) \frac{\partial Q_i}{\partial S_i} \bigg|_{K_i(\sigma), L_i(\sigma)} dS_i(\sigma) \quad (12)$$

一方、生産関数アプローチにより定義される効果 ΔPQ は本モデルのフレームでは以下のように定式化できる。

$$\Delta PQ = \sum_{i=1}^I \int_{0 \rightarrow 1} P_i(0) \frac{\partial Q_i}{\partial S_i} \bigg|_{K_i(0), L_i(0)} dS_i(\sigma) \quad (13)$$

すなわち、生産関数アプローチによる効果と応用一般均衡モデルによる便益は、ちょうど、部分均衡分析と一般均衡分析にみられる比較静学の違いと同じような形式になる。すなわち、それぞれは社会資本ストック変化の限界生産性で定義されるが、生産関数の説明変数である資本と労働の水準がプロジェクト前後で変化するか、あるいは、変化しないかの違いである。また、それらの

関係を図にすると以下のような違いとなる。

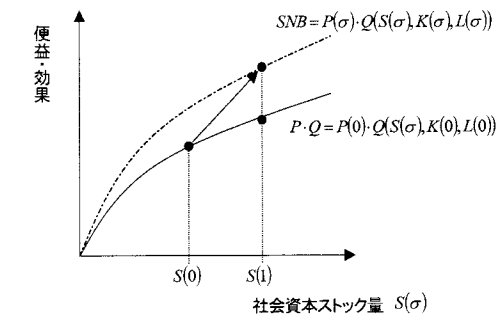


図-1 一般均衡分析と生産関数アプローチの違い

7. 実証分析による比較

次に、実証分析により応用一般均衡分析による便益と生産関数アプローチによる効果の違いを検討する。ここでのモデルフレームは理論分析で用いたモデルを採用する。なお、実証分析にあたってのデータセットは1965年から1990年までの5年おき6時点の全国産業連関表および社会資本ストックのデータを用いた。また、企業は第一次、第二次、第三次の3部門に統合した。以下、応用一般均衡モデルにおける企業の生産関数および世帯の効用関数の定式化を示す。

まず、企業の生産関数は以下のようなレオンチェフ技術を仮定する。

$$Q_i = \min \left(\frac{VA_i(S, K_i, L_i)}{a_{oi}}, \frac{x_{1i}}{a_{1i}}, \frac{x_{2i}}{a_{2i}}, \frac{x_{3i}}{a_{3i}} \right) \tag{14}$$

ここで、 VA_i ：企業*i*の付加価値関数、 $a_{oi}, a_{1i}, a_{2i}, a_{3i}$ ：中間投入係数

また、付加価値関数をコブダグラス型とし、以下のよう

$$VA_i(S, K_i, L_i) = \eta_i(S) K_i^{\alpha_i} L_i^{(1-\alpha_i)} \tag{15}$$

ここで、 α_i, η_i ：パラメータ(ただし、 $0 < \alpha_i < 1$)

さらに、付加価値関数の効率パラメータを社会資本ストックの関数として、以下のように仮定する。すなわち、このような付加価値関数の形は、Solow 以来の新古典派成長モデルにおける技術の進歩の考え方と同様であり、技術の進歩が社会資本ストックによって説明されると解釈することも可能である。

$$\eta_i(S) = \mu_i S^{\gamma_i} \tag{16}$$

ここで、 μ_i, γ_i ：パラメータ

なお、上記の定式化において、生産関数アプローチにおける生産関数 $PQ(\cdot)$ は以下のように対応する。すなわち、社会資本の役割が環境の創出(creation of atmosphere)の場合と同じ定式化であることいえる。これは、社会資本ストックが経済システム外部から提供されることを意味している。

$$PQ(S, K_i, L_i) = \mu_i S^{\gamma_i} K_i^{\alpha_i} L_i^{(1-\alpha_i)} \tag{17}$$

次に、世帯の効用関数は以下のようなCES型と仮定する。

$$U = \left[\sum_{i=1}^I \beta_i \bar{q}_i^{\frac{\rho-1}{\rho}} \right]^{\frac{\rho}{\rho-1}} \tag{18}$$

ここで、 β_i ：シェアパラメータ、 ρ ：代替弾力性パラメータ

各パラメータの決定は、次のように行った。まず、応用一般均衡分析におけるキャリブレーション手法により、生産関数のパラメータ群($a_{oi}, a_{1i}, a_{2i}, a_{3i}, \eta_i$)および効用関数のパラメータ群(β_i)を決定する。なお、効用関数の代替弾力性(ρ)は既存研究の値を用いた。ここで、式(16)の生産技術に関するパラメータ(μ_i, γ_i)は1965年から1990年の6時点のデータを用い、統計的に推定した。推定にあたってはキャリブレーション手法から求めた η_i を非説明変数とし、社会資本ストック量*S*を説明変数として時系列データにより推計した。推定結果は以下に示すとおりである。

表-2 効率パラメータ推定の結果

	μ_i	γ_i
第一次産業	-0.610(-1.78)	0.448(6.47)
第二次産業	0.797(0.92)	0.847(4.85)
第三次産業	0.261(0.43)	0.912(7.50)

0内は*t*値を表す

以上の定式化およびパラメータを用い、応用一般均衡分析による便益と生産関数アプローチによる効果の比較を行う。比較にあたっては、1970年から1990年までの5年おき5時点において、それぞれ、社会資本ストック量が10%増加したという想定で計測を行った。その結果は以下ようになった

表-3 計算結果(単位：兆円)

年次	応用一般均衡分析による便益 SNB	生産関数アプローチによる効果 ΔPQ
1970	6.109	8.256
1975	13.389	9.344
1980	21.685	18.731
1985	28.599	28.485
1990	38.096	48.702

以下は、便益と効果の違い、効率パラメータの推定値と実測値の違い、CGE モデルの現況再現性をグラフにしたものである。

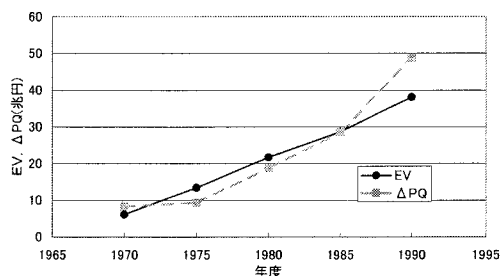


図-2 便 益と効果の比較

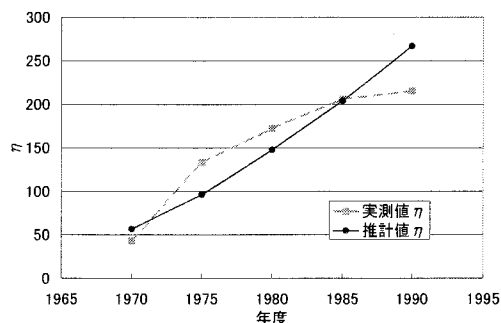


図-3 生 産関数の効率パラメータ η の推定結果

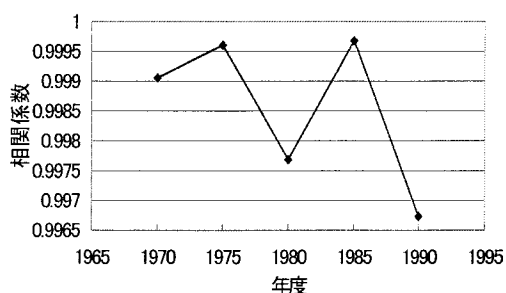


図-4 応 用一般均衡モデルの現況再現性

これらの計算結果から以下のことが言える。1985 年の計算結果のように、生産関数における効率パラメータの推定誤差が少なければ、CGE モデルの現況再現性が確保され、その状態では CGE モデルにおける便益計測結果と生産関数アプローチにおける便益計測結果にそれほどの違いが現れない。一方、1970 年、1990 年の計算

結果のように、生産関数の効率パラメータの推定誤差が大きい場合は、便益計測結果に大きな開きが現れる結果となった。これは、効率パラメータの推定誤差が CGE のワルラス法則を厳密には成り立たせないため、CGE モデルの現況再現性が低下したことに起因していると考えられる。

なお、理論分析でみられた違いは、1985 年時点で比較する限り、1 % 程度の誤差であることが解った。すなわち、生産関数アプローチによる便益計測結果は、CGE 分析のものとさほどの違いは見られないといえる。

8. おわりに

本研究の成果をまとめると以下ようになる。

- (1) 生産関数アプローチと CGE モデルによる便益計測を同一の理論フレームで比較した結果、CGE モデルに完全競争、長期均衡、所得の限界効用一定の仮定をしたばあいに限り、その違いを明確にすることができた。
- (2) 実証分析を行うことで、生産関数アプローチによる便益計測と CGE モデルによる便益計測の違いを計測し、その違いが、CGE モデルの現況再現性に多く起因していることを確認した。

【参考文献】

- 1) 吉野直行・中島隆信：公共投資の経済効果，日本評論社，1999。
- 2) Norihiko Yamano and Toru Ohkawara: The Regional Allocation of Public Investment: Efficiency or Equity?, Journal of Regional Science, Vol.40, No.2, pp.205-229, 2000.
- 3) 浅子和美・常木淳・福田慎一・照山博司・塚本隆・杉浦正典：社会資本の生産力効果と公共投資政策の経済厚生評価，経済分析，135 号，経済企画庁経済研究所，1994。
- 4) 森杉壽芳編著：社会資本整備の便益評価——一般均衡理論によるアプローチ——，勁草書房，1997。
- 5) Meade, James E.: External Economies and Diseconomies in a Competitive Situation, Economic Journal 62, 54-67.