【土木計画学研究・講演集 No.24 (2) 2001年11月】

多種流確率均衡モデルによる準動的配分*

Semi-dynamic Multi Classes Stochastic User Equilibrium Assignment Model

吉田禎雄**，原田昇***
by Yoshio YOSHIDA, Noboru HARATA

1. はじめに

高齢化，少子化が進む我が国では，既存の社会資本の有効活用や必要最小限の新規投資が求められつつあるなど，道路の整備環境が次第に厳しくなっている．このような背景の中で，TDM は既存の社会資本の有効活用という点で今後ますます必要性が高まるものと考えられる．TDM 施策は，P&R，C&R など公共交通への転換を促す1日を単位とした施策のほかに，HOV レーンやリバーシブルレーンなどの時間帯によって実施する施策や，大型車の流入規制といった車種別に施策を実施するものが多い．しかし，時間帯別や車種別に実施する TDM 施策を評価するために必要な需要予測手法として適したものがないのが現状である．本研究では，多種流確率均衡モデルと OD 修正法を結合することで，時間帯別車種別の準動的配分モデルについて加えた．

2. 既存モデルのレビュー

(1) 確率的多種流均衡モデル

確率的利用者均衡モデルによる車種別配分について直接扱った具体的事例は少ないが，分担・配分統合モデルのような形で示されているものが多い．その例として，Yang[1]，本田・溝上[2] らは多種流の確率均衡モデルを基にして ITS の効果分析を行っている．ここで使用されている多種流確率均衡モデル（MSUE）は，車種別に異なる分散パラメータを持った主体が同一リンクを共有しているとして定式化されたものであり，多種流が m 種あるとした場合，以下に示す数理最適化問題となっている．

$$\min Z(\mathbf{x},\mathbf{f}_1,\cdots,\mathbf{f}_m)$$
$$=\sum_{a\in A}\int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega+\sum_{g=1}^{m}\frac{1}{\theta_g}\sum_{rs}\sum_{k\in K} f_{g,k}^{rs}\ln\left(\frac{f_{g,k}^{rs}}{q_{rs}^{g}}\right) \quad (1)$$

制約条件：

$$\sum_{k\in K} f_{g,k}^{rs}=q_{rs}^{g},\quad \forall r\in R,\forall s\in S, g=1,\cdots,m \quad (2)$$

$$x_a=\sum_{rs}\sum_{k\in K_{rs}}\sum_{g=1}^{n} f_{g,k}^{rs}\delta_{a,k}^{rs},\quad a\in A \quad (3)$$

$$f_{g,k}^{rs}\geq 0,\quad \forall k\in K_{rs}, r\in R, s\in S, g=1,\cdots,m \quad (4)$$

ここで，x_a はリンク交通量，$f_{g,k}^{rs}$ は rs 間経路の g 別の第 k 経路交通量，q_{rs}^{g} は rs 間 g の OD 交通量，$t_z(x_z)$ はリンクコスト関数である．このモデルは，逐次平均法あるいは部分線形化法などによって解くことができる．なお，このモデルは，需要変動型の確率的分担配分統合モデルのようなモデルにおいて，分担率を一定としても導出できる．

(2) 時間帯配分モデル

時間帯配分という準動的交通配分は，河上・溝上・鈴木[3] によって始められ，隣り合う時間帯で交通流の保存条件をリンク交通量レベルで修正する方法が示された．続いて，藤田・松井・溝上[4] は，河上らのモデルを改良したリンク修正法と交通量の修正を OD 交通量で実施する OD 修正法を提案し，OD 修正法による時間均衡配分が数理最適化問題となることを始めて定式化した．その後，松井・藤田[5] らは有料道路を考慮したものに発展させている．OD 修正法は，次の目的関数を最小化するという数理最適化問題となっている．

$$\min Z=\sum_{\alpha\in \mathrm{A}}\int_0^{x_a^n} t_a(w)dw-\sum_{rs\in\Omega}\int_0^{g_{rs}^n}\frac{2T_w}{Q_{rs}^n}\left(q_{rs}^{n-1}+Q_{rs}^n-z\right)dz \quad (5)$$

ここで，x_a^n：n 時間帯のリンク a の交通量，T_w は演算の時間帯の幅，Q_{rs}^n は OD 交通量，q_{rs}^n は経路

---

* Keywords:配分交通，ネットワーク交通流，確率均衡配分
** 正会員 株式会社インテルテック研究所
(〒169-0075 東京都新宿区高田馬場 2-14-6
Tel：03-3203-9241，Fax:03-3203-9246
E-mail：yoshida@intel-tech.co.jp)
*** 正会員 工博 東京大学大学院新領域創成科学研究科環境学専攻

間の残留交通量の総和である．また，n 時間帯の OD ペアーrs 間の最短所要時間を c_{rs}^{n} とすれば残留交通量修正後の配分交通量 g_{rs}^{n} は式(6)で示されている．

$$g_{rs}^{n} = q_{rs}^{n-1} + Q_{rs}^{n} - \frac{c_{rs}^{n}}{2T_w} Q_{rs}^{n} \tag{6}$$

また，確率的モデルでは，赤松・牧野・高橋[6]らが利用者の時間帯選択行動と渋滞を内生化した確率的利用者均衡配分を等価な変分不等式問題として定式化した準動的交通量配分（UEQ/ED）を提案している．

これらの２つの代表的な時間帯均衡配分モデルは全て単一車種を対象とした定式化となっている．

3. 多種流時間帯均衡配分モデル

これまでの多種流均衡モデルと時間帯配分モデルを結合することで多種流時間帯均衡モデル（MTSUE）を構築する．なお，時間帯間の準動的な相互作用については，リバーシブルレーンのように時間帯によってネットワーク条件が変化する場合にも適用できるモデルを考えると，時系列的に配分計算が実行でき，実務的に扱い易い OD 修正法を応用することとした．

まず，OD 修正法と同様に①時間帯の幅 T_w は OD 間の最大旅行時間以上である②発生交通は時間帯内で一様に発生し，リンク上に一様に分布する，との仮定を置く．さらに，配分時間帯を n とし，リンク a を m 種の交通が利用するとき，車種 j のリンクコスト関数が交通量 $x_{j,a}^{(n)}$ に関係しない料金を時間評価値で時間換算した料金抵抗 $R_{j,a}$ を含めた式(9)で示されるとする．

$$t_a^j\left(\mathbf{x}_a^{(n)}\right) = t_0\left(1+\alpha\left(\frac{\sum_{j=1}^{m} x_{j,a}^{(n)}}{C_a}\right)^{\beta}\right) + R_{j,a} \tag{9}$$

また，n 時間帯における車種 j の OD ペアーrs 間の経路 k の料金抵抗を除いた所要時間を $c_{j,k}^{rs(n)}$，料金抵抗を含めた一般化費用を $C_{j,k}^{rs(n)}$，当該時間帯の OD 交通量（与条件）を $Q_{j,k}^{rs(n)}$，OD 修正法と同様の方法で残留交通量 $q_{j,k}^{rs(n-1)}$ による修正を行った場合に残留交通量の修正で得られる残留交通量修正後の交通量を $g_{j,k}^{rs(n)}$ とする．$g_{j,k}^{rs(n)}$ は経路のリンク順位に関係なくかつ車種 j の経路 k 毎に式(10)で示されるものとする(以下，変数集合範囲の表示は省略する)．

$$g_{j,k}^{rs(n)} = q_{j,k}^{rs(n-1)} + Q_{j,k}^{rs(n)} - \frac{c_{j,k}^{rs(n)}}{2T_w} Q_{j,k}^{rs(n)} \tag{10}$$

なお，車種 j について OD ペアーrs 間の全ての経路について次の保存則が成立する．

$$g_j^{rs(n)} = \sum_k g_{j,k}^{rs(n)} \tag{11a}$$

$$q_j^{rs(n)} = \sum_k q_{j,k}^{rs(n)} \tag{11b}$$

$$Q_j^{rs(n)} = \sum_k Q_{j,k}^{rs(n)} \tag{11c}$$

OD ペアーrs 間の経路 k の所要時間 $c_{j,k}^{rs(n)}$ を全ての経路交通量 $f_{j,k}^{rs(n)}$ で加重平均した平均所要時間 $\overline{c_j^{rs(n)}}$ は次式で得られる．平均料金抵抗 $\overline{R_j^{rs(n)}}$ も同様に求められる．

$$\overline{c_j^{rs(n)}} = \frac{\sum_k f_{j,k}^{rs(n)} \cdot c_{j,k}^{rs(n)}}{g_j^{rs(n)}} = \frac{\sum_a x_{j,a}^{rs(n)} \cdot \left(t_a\left(x_a^{(n)}\right) - R_{j,a}\right)}{g_j^{rs(n)}} \tag{12}$$

OD ペアーrs 間の残留交通量の修正で得られる残留交通量修正後の配分交通量 $g_j^{rs(n)}$ は次式となる．

$$g_j^{rs(n)} = q_j^{rs(n-1)} + Q_j^{rs(n)} - \frac{\overline{c_j^{rs(n)}}}{2T_w} Q_j^{rs(n)} \tag{13}$$

この残留交通量修正後の配分交通量は車種別に成立するため，車種別に需要変動型の確率的利用者均衡条件が成立しているとし，車種別に分散係数を与えて定式化すると以下のとおりである．

$$f_{j,k}^{rs(n)} = g_j^{rs(n)} \frac{\exp\left[-\theta_j C_{j,k}^{rs(n)}\right]}{\sum_k \exp\left[-\theta_j C_{j,k}^{rs(n)}\right]} \tag{14}$$

$$x_a^{(n)} = \sum_{j=1}^{m} \sum_k \sum_{rs} \delta_{j,a,k}^{rs(n)} f_{j,k}^{rs(n)} \tag{15a}$$

$$c_{j,k}^{rs(n)} = \sum_a t_a^{j(n)}\left(x_a^{(n)}\right) \delta_{j,a,k}^{rs(n)} \tag{15b}$$

$$\sum_k f_{j,k}^{rs(n)} - g_j^{rs(n)} = 0 \tag{16}$$

$$C_j^{rs(n)} = \frac{2T_w}{Q_j^{rs(n)}}\left(q_j^{rs(n-1)} + Q_j^{rs(n)} + \frac{Q_j^{rs(n)} \cdot \overline{R_j^{rs(n)}}}{2T_w} - g_j^{rs(n)}\right) \tag{17}$$

$$f_{j,k}^{rs(n)} \geq 0, \quad g_j^{rs(n)} \geq 0, \quad x_{j,a}^{(n)} \geq 0 \tag{18}$$

このように定式化されたモデルは，リンクコスト関数については次式が成り立つため対称である．

$$\frac{\partial t_a^j\left(x_a^{(n)}\right)}{\partial x_{i,a}^{(n)}}=\frac{\partial t_a^i\left(x_a^{(n)}\right)}{\partial x_{j,a}^{(n)}} \tag{19}$$

多種流交通は 1 本のリンクを共有するとすれば，MSUE と同様に次の等価な数理最適化問題となる．

$$\begin{aligned}\min .Z&\left(\mathbf{x},\mathbf{f}_1,\cdots,\mathbf{f}_m,\mathbf{g}_1,\cdots,\mathbf{g}_m\right)\\&=\sum_{j=1}^{m}\sum_{a\in A}\int_0^{x_{j,a}^{(n)}}t_a(\omega)d\omega\\&+\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{\theta_j}\sum_{rs}\sum_{k\in K}f_{j,k}^{rs(n)}\ln\left(\frac{f_{j,k}^{rs(n)}}{g_j^{rs(n)}}\right)\\&-\sum_{j=1}^{m}\sum_{rs}\int_0^{g_j^{rs(n)}}\frac{2T_w}{Q_j^{rs(n)}}\left(q_j^{rs(n)}+Q_j^{rs(n)}+\frac{Q_j^{rs(n)}\overline{R_j^{rs(n)}}}{2T_w}-z\right)dz\end{aligned} \tag{20}$$

ここで，ODペアー rs 間の車種 j に特有の Lagrangian 乗数 $\lambda_j^{rs(n)}$ を導入して次の Lagrangian 関数に書き換える．

$$\begin{aligned}L(\mathbf{f},\mathbf{g},\lambda)&=Z(\mathbf{f},\mathbf{g})\\&-\sum_{j=1}^{m}\sum_{rs\in\Omega}\lambda_j^{rs(n)}\left(\sum_{k\in K}f_{j,k}^{rs(n)}-g_j^{rs(n)}\right)\end{aligned} \tag{21}$$

この式(21)の f_j と g_j を独立変数と考えた場合について Kuhn-Tucker 条件を調べることにより，各車種別に式(14)の経路交通量及び式(13)または式(17)による残留交通量修正後の交通量を得ることができる．しかし，目的関数を車種別交通量で偏微分して得られる Hessian 行列は正定値とならず，車種比率についての一意性は保証されない。このモデルは需要変動型の確率的利用者均衡モデルであり部分線形化法を適用して解くことができる．なお，部分線形化法では，式(20)の第 1 項及び第 3 項を線形近似してステップサイズの探索を実施すればよい．解法アルゴリズムを簡単に示すと以下のとおりである．

Step1

交通量の最も少ない時間帯を時刻の原点とし，n=1，$q_j^{rs(n-1)}=0$ とする．リンク交通量がゼロの場合の最短経路を車種別に探索し，仮の OD 間所要時間及び料金 $\overline{c_j^{rs(n)(0)}}$，$\overline{R_j^{rs(n)(0)}}$ を求め式(13)に代入して残留交通量修正後の OD 交通量 $\mathbf{g}^{rs(n)(0)}$ を求める．

Step2 初期実行可能解

m=0 として初期の実行可能解 $\mathbf{g}^{rs(n)(0)}$，$\mathbf{x}_a^{(n)(0)}$ を Dial のアルゴリズムなどによる確率的均衡配分で求める．m=1 とする．

Step3 リンクコストの更新

リンク a の全車種交通量 $\mathbf{x}_a^{(n)(m-1)}$ に対する所要時間 $t_a(\mathbf{x}_a^{n(m-1)})$ を求める．

Step4 残留交通量修正後の OD 交通量

式(12)によって車種別の OD 間平均所要時間及び料金 $\overline{c_j^{rs(n)(m-1)}}$，$\overline{R_j^{rs(n)(m-1)}}$ を求め，式(13)に代入して残留交通量修正後の OD 交通量 $\mathbf{h}^{rs(n)(m)}$ を求める．

Step5 実行可能解

$\mathbf{h}^{rs(n)(m)}$ を車種別に Dial のアルゴリズムなどによる確率的均衡配分によりリンク交通量 $\mathbf{y}_a^{(n)(m)}$ を求める．

Step6 ステップサイズの算定

次の一次元探索問題を解きステップサイズα（0 ≦α≦1）を求める．

$$\min .Z\ \left(\mathbf{x}+a(\mathbf{y}-\mathbf{x}),\mathbf{g}+a(\mathbf{h}-\mathbf{g})\right)$$

ここで，Z は式(20)の目的関数であり，求めたαを用いて全ての車種 j の交通量，OD 交通量を更新する．

$$x_{j,a}^{(n)(m)}=x_{j,a}^{(n)(m-1)}+\alpha\left(y_{j,a}^{(n)(m)}-x_{j,a}^{(n)(m-1)}\right)$$

$$g_j^{rs(n)(m)}=g_j^{rs(n)(m-1)}+\alpha\left(h_j^{rs(n)(m)}-g_j^{rs(n)(m-1)}\right)$$

Step8 収束判定

設定した収束判定条件を満足すれば，計算を終了．そうでなければ，m=m+1 とおいて Step3 に戻る．

Step9 配分時間帯終了判定

全時間帯の計算ができたら終了．そうでなければ残留交通量 $q_j^{rs(n)}$ を求め，n=n+1 として Step 2 に．

4. 数値計算による検討

まず，図-1 に示すネットワークを用いた 2 車種の計算を実施した．演算時間間隔は 1 時間とし，2 時間の計算で共に同じ OD 交通量を用い，残留交通量の影響が少ない 2 時間目の結果により検討した．MSUE の結果と，今回提案する MTSUE の計算結果は完全に一致した．

また，この MTSUE モデルは，1 本のリンクにおける車種別交通量比率について，解の一意性は保証されていない．そのため，車種別交通量について検討するため，1 車種目を経路 B に，2 車種目を経路

Cに配分したものを初期値として計算を実施した．確定的均衡配分では，この初期値が均衡解であるため，直ちに計算が終了するケースであるが，提案モデルでは先に求めた均衡解に収束した．

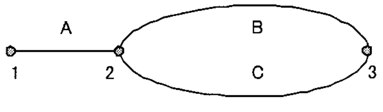

図-1 検討ネット(その1)

続いて，図-2に示す一部に有料道路を含むネットワークに2車種のOD交通量を配分する計算を実施した．リンクコスト関数のパラメータを$\alpha=0.48$, $\beta=2.82$とし，第2車種のPUCを2.0とした．料金抵抗は車種別相違が大きく現れるように第2車種の料金抵抗を第1車種の約5倍となるように設定した．分散パラメータは2車種とも0.1とした．

全車種を単一車種として配分した場合と2車種に分けて配分した場合の結果を示すと表-1のとおりであり，車種別配分では，車種別料金抵抗の相違が結果に反映されていることが分かる．また，このネットの場合も，初期値として実行可能解の一部を変更したものを与えた場合でも表-1の解に概ね収束することを確認した．なお，様々な初期状態について検討した結果，初期値が実行可能解であれば解に収束するが，逆にOD交通量から見てあり得ないような実行可能解でない初期値を与えた場合には先の解とは一致しなかった．これらの数値計算例から，初期値が実行可能解であれば車種別比率についても解が一意に求められる可能性が高いと判断できる．

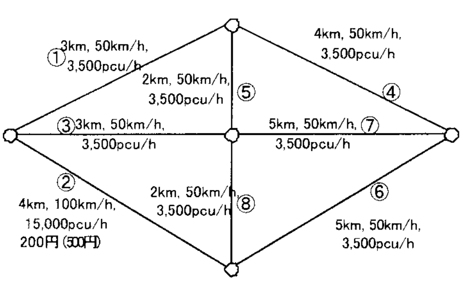

図-1 検討対象ネットワーク

5. まとめ

提案する車種別均衡配分モデルは，車種間の相互作用がないものとして定式化されているため，リンク交通量の車種間比率の一意性については保証されていない．しかし，モデルの妥当性を数値計算によって検討した結果，車種間比率についても一意に求められる可能性があることが確認でき，実務での利用可能性が高いことが判明した．今後は，実際の大規模ネットワークを用いた収束状況や予測精度の検討が課題である．また，本モデルは，実行可能解を求める時にDialのアルゴリズムを用いているため，実務で必要となる方向別交通量，OD内訳といった経路関連情報を得ることが困難である．経路を明示的に取り扱ったSimplicial Decomposition法[7]の適用による経路情報の獲得方法や，演算時間の短縮化を得るなど，提案モデルを実務的で利用するためには今後検討すべき課題も多い．

表-1 リンク別配分結果(車種別)

リンク	単一車種		2車種	
	Q	R	Q	R
1	7,407	28.0	7,812	30.7
2	17,043	23.0	16,781	17.9
3	5,637	24.9	6,449	23.0
4	7,501	25.0	7,278	25.9
5	9,415	26.2	8,525	27.7
6	8,834	26.8	8,748	23.0
7	7,357	25.2	6,720	24.6
8	6,588	25.8	6,982	26.9

注)Q：交通量(PCU)，R：大型車混入率(%)

参考文献

1) Yang,H: Multiple Equilibrium Behaviors and Advanced Travelar Information Systems with Endogenous Market Penetration, Transportation Research, 32B(3), pp.205-218, 1998
2) 本田秀太，溝上章志：多種流確率均衡モデルに基づいたVICS情報の利用率予測と便益評価，土木計画学研究・講演集No.23(2)，pp759-762，2000
3) 河上省吾，溝上章志，鈴木稔幸：交通量の時間変動を考慮した道路交通配分手法に関する研究，交通工学，Vol20，No.6，pp17-25，1985
4) 藤田素弘，松井寛，溝上章志：時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究，土木学会論文集，No,389，pp111-119，1988
5) 松井寛，藤田素弘：大都市圏道路網を対象とした拡張型利用者均衡配分モデルの開発とその実用化，土木計画学研究・講演集No.22(2)，pp1-14，1999
6) 赤松隆，牧野幸雄，高橋栄行：時間帯別OD需要とリンクでの渋滞を内生化した準動的交通配分，土木計画学研究・論文集，No.15，pp535-545，1998
7) Damberg, O.J.T.Lundgren, and M.Patricksson: An Algorithm for the Stochastic User Equilibrium Problem, Transportation Research, 30, pp115-131, 1996