【土木計画学研究･講演集　No.24（2）　2001年11月】

高速道路転換率を内生化した確率的利用者均衡配分モデルに関する研究*

Development of Stochastic User Equilibrium Assignment Model Including Expressways

雲林院康宏**・藤田素弘***・松井寛****

By Yasuhiro Ujii** , Motohiro Fujita*** and Hiroshi Matsui ****

1．はじめに

大都市圏内の広域道路網を対象とする交通量配分は、道路網の一部に高速道路を含むことが通例であるから、高速道路を含む道路網にも適用可能な利用者均衡配分モデルの開発が必要となる.

ところで、現実的に見られる利用者の経路選択の多様性や情報の不完全性に注目した均衡配分手法として確率的利用者均衡配分モデルが知られている.しかし,不完全情報下における経路選択のランダム性をネットワーク全体でのみ考慮するだけでは、高速道路を利用するか否かについての転換行動を表現できないものと思われる．すなわち、高速転換率モデルを確率的均衡配分に組み込んで分析する方法が実務上、有用であるといえよう.

よって本研究では、高速道路転換率内生型確率的均衡配分モデルの開発と実用化を目的とする．本研究の基本的なモデルは文献１）で紹介した．そこでは適用計算にあたって、高速転換率モデルで利用する平均コストと均衡配分モデルから定義される期待最小コスト及び一般道のみで構成される経路(一般道利用経路)と高速道を含む経路(高速道利用経路)で異なる分散パラメータとの関係が明らかにされていない．本モデルの実用化を図る上ではそれらの関係を明らかにしておくことが重要である.

よって、本研究の構成は次のようになる．2 章では、上記で述べた平均コスト、期待最小コスト及び分散パラメータについて考察し、本モデルで新たに考慮すべき事項についてまとめる．3 章では、２章での考察を受けて、文献(1)で定式化した高速道路転換率内生型確率的利用者均衡配分モデルを一部改良する．4 章では、Simplicial Decomposition 法を応用した計算アルゴリズムを分析する．5 章では本研究のまとめと今後の課題について述べる.

2．確率均衡配分モデルにおける分散パラメータ

(1)分散パラメータ、期待最小コスト及び平均コスト

確率均衡配分モデルにおける分散パラメータは、経路選択のバラツキを表すものであり、一般的にその値は実ネットワークの再現性の比較検討において決定されている．本研究では、分散パラメータを用いた経路選択モデルを、式(1), 式(2)のような一般道利用経路と高速道利用経路のそれぞれで成立するロジット型経路選択モデルを仮定している.

$$f_k^{rs} = (G_{rs} - g_{rs}^e)\frac{\exp(-\mu C_k^{rs})}{\sum_k \exp(-\mu C_k^{rs})} \tag{1}$$

$$f_k^{rs,e} = g_{rs}^e \frac{\exp(-\mu^e C_k^{rs,e})}{\sum_k \exp(-\mu^e C_k^{rs,e})} \tag{2}$$

f_k^{rs}:OD ペア rs 間の一般道利用経路 k の交通量
$f_k^{rs,e}$:OD ペア rs 間の高速道利用経路 k の交通量
g_{rs}: OD ペア rs 間の一般道利用の OD 交通量
g_{rs}^e:OD ペア rs 間の高速道利用の OD 交通量
G_{rs}:OD ペア rs 間の全 OD 交通量
μ:一般道利用経路の選択のバラツキを表すパラメータ
μ^e:高速道利用経路の選択のバラツキを表すパラメータ

さて先行研究[(1)]で定義した高速転換率モデルは、一般的な需要変動型確率均衡配分モデルの Kuhn-Tucker 条件から導出される式(3)のようなロジットモデルである．本モデルでは、高速道と一般道との

---

*キーワード：配分交通,経路選択
**学生会員,名古屋工業大学大学院工学研究科博士後期課程　都市循環システム工学専攻
名古屋市昭和区御器所町、　TEL 052-732-2111、
E-mail : ujii@keik1. ace. nitech. ac. jp
***正会員、工博、名古屋工業大学大学院都市循環システム工学専攻
**フェロー,工博,名古屋工業大学工学部社会開発工学科

転換行動を表現することから、高速道と一般道の経路の期待最小コストを変数としている.

$$g^e_{rs} = G_{rs} \frac{1}{\exp\{-\theta_{rs}(S_{rs} - S^e_{rs}) + \psi_{rs}\} + 1} \tag{3}$$

ただし、 $$S_{rs} = -\frac{1}{\mu} \ln \sum_k \exp\left[-\mu C^{rs}_k\right] \tag{4}$$

$$S^e_{rs} = -\frac{1}{\mu^e} \ln \sum_k \exp\left[-\mu^e C^{rs,e}_k\right] \tag{5}$$

C_{rs} ：一般道利用経路コスト（分）
C^e_{rs} ：高速道利用経路コスト（分）
(料金コストを含む)
S_{rs} ：一般道利用経路の期待最小コスト
S^e_{rs} ：高速道利用経路コストの期待最小コスト

しかし、適用において、高速転換率モデルがアンケートデータから構築されることを考えると、式(3)のコストには期待最小コストではなく、現実的な意味を持つ平均コストを扱うことが妥当であろう．よって、分散パラメータの値に対する期待最小コストと平均コストの基本的特性を確認するため、次節ではその基礎的分析をおこなう．

(2)分散パラメータの基礎的分析

ここでは、表―1 左端の列に示すように 10 本の経路について経路コストが 30 分から 39 分まで既に与えられている簡単なケースを考える．経路選択確率は、式(1),式(2)のようなロジットモデルを仮定している．期待最小コストは、式(4),式(5)のような分散パラメータ及び経路コストから得られるものであり、平均コストは、経路選択確率と経路コストの積を合計したものである．

表―1 は分散パラメータ(10,30,60,100,500)の値に対して各経路の経路選択確率の変化を見たものである．分散パラメータが１０のとき、経路選択確率５％以上である経路の経路コストは最短経路コスト（３０分）から+７分までである．しかし、分散パラメータが大きくなる（経路選択は確定的になる）と、経路選択確率５％以上である経路は最短経路コストの＋４分（分散３０）、+2 分（分散３０）、＋1 分以内（分散 60－500）の経路に絞られて、分散が大きくなるほど確定的な配分に近づくことがわかる．表―1 の結果は、選択可能な経路集合と経路コストのバラツキおよび、フローディペンデントな状態で考えると異なるといえるがおおよその傾向は読み取ることができる．

表―3 は表―1 と同じ 10 本の経路で 30 分から 39 分まで経路コストがばらついているネットワークにおいて、分散パラメータと期待最小コスト・平均コストの関係を見たものである．分散パラメータが７０以上のときは、期待最小コスト,平均コストともにほぼ最短経路コスト（30 分）で両者とも大きな違いはない．それらの差は分散パラメータが小さくなるにつれて広がり、期待最小コストは低い値になり、平均コストは高い値をとるようになる．平均コストは交通量が最短経路以外の経路に多く流れるようになうため、分散パラメータが小さくなると徐々に大きくなるのがわかる．一方、期待最小コストは分散２０以下から最短経路コストよりも大きく下回る値を示している．この結果から期待最小コストが選択可能な経路のどの経路よりも小さな値を示す特徴をもち、分散パラメータが小さくなるほどその傾向が強くなるという基本的特性を確認することができる．

表－1　分散パラメーターと各経路の選択確率の関係

分散パラメーター / 経路コスト(分)	10	30	60	100	500
30	0.1893	0.3961	0.6321	0.8111	0.9998
31	0.1602	0.2403	0.2326	0.1532	0.0002
32	0.1356	0.1457	0.0856	0.0289	0.0000
33	0.1148	0.0884	0.0315	0.0055	0.0000
34	0.0972	0.0536	0.0116	0.0010	0.0000
35	0.0823	0.0325	0.0043	0.0002	0.0000
36	0.0696	0.0197	0.0016	0.0000	0.0000
37	0.0589	0.0120	0.0006	0.0000	0.0000
38	0.0499	0.0073	0.0002	0.0000	0.0000
39	0.0422	0.0044	0.0001	0.0000	0.0000

表－3　分散パラメーターと期待最小コスト・平均コスト

分散パラメーター	期待最小コスト(A)	平均コスト(B)	コスト差（A－B）
1	−103.72	34.36	−138.09
5	6.53	33.82	−27.29
10	20.01	33.19	−13.17
20	26.33	32.16	−5.83
30	28.15	31.47	−3.33
40	28.92	31.04	−2.12
50	29.32	30.77	−1.45
60	29.54	30.58	−1.04
70	29.68	30.45	−0.77
80	29.77	30.36	−0.59
90	29.83	30.29	−0.46
100	29.87	30.23	−0.36
110	29.90	30.19	−0.29
120	29.93	30.16	−0.23
200	29.99	30.04	−0.05
500	30.00	30.00	0.00

(3)高速転換率モデル

先行研究[1]では平均コスト差ではなく期待最小コスト差に基づく高速転換率モデルを用いた．しかし、2章(2)で述べたような特性を持つ期待最小コストをそのまま平均コスト差に基づく高速転換率モデルに用いた場合、分散パラメータによる平均コストからの乖離が大きくなり、高速転換率モデルの構築段階での条件と異なることが十分予想できる．よって本研究では、期待最小コスト差を平均コスト差に近似的に変換するξの設定を導入し、先行研究[2]におけるモデルを一部改良した式(6)で示される高速道路転換率式を用いる．

$$g_{rs}^{e}=G_{rs}\frac{1}{\exp\{-\theta_{rs}(S_{rs}-S_{rs}^{e}-\xi_{rs})+\psi_{rs}\}+1} \tag{6}$$

ただし、$S_{rs}=-\frac{1}{\mu}\ln\sum_{k}\exp\left[-\mu C_{k}^{rs}\right]$

$$S_{rs}^{e}=-\frac{1}{\mu^{e}}\ln\sum_{k}\exp\left[-\mu^{e}C_{k}^{rs,e}\right]$$

$$\theta(L_{rs})=2.2008L_{rs}^{-0.9635} \tag{7}$$

$$\psi(L_{rs})=0.4415\ln(L_{rs})+0.5524 \tag{8}$$

L_{rs} ：OD ペア rs 間の距離(km)

ξ_{rs}:高速転換率モデルのパラメータ(定数)

3．高速道路転換率を内生化した確率的利用者均衡配分モデル

（1）モデルの構造

本研究で扱う高速道路転換率を内生化した確率的利用者均衡モデルは、各需要 OD 交通量を高速道路転換率を用いてあらかじめ高速道利用と一般道利用に分離し、その後にそれぞれの配分計算を行う方法である．このとき一般道利用 OD については料金を含まない経路コストについて確率的利用者均衡が成立し、高速道利用 OD については料金を含む一般化コストについて確率的利用者均衡が成立する．すなわち、本モデルでは、高速道路の転換行動と一般道利用の経路選択および高速道利用の経路選択がそれぞれ異なる分散を持って確率的に行われているものとしてモデルを構築する．

（2）Path 形式によるモデルの定式化

3章(1)の前提における高速道路転換率を内生化した確率的利用者均衡配分モデルは、経路交通量を未知変数（Path 形式）として次のような数理最適化問題として定式化できる．

$$\min Z=\sum_{a}\int_{0}^{x_a}t_a(y)dy$$

$$+\sum_{rs}\int_{0}^{g_{rs}^{e}}\left(\frac{1}{\theta(L_{rs})}\ln\frac{w}{G_{rs}-w}+\psi(L_{rs})+\theta(L_{rs})\xi_{rs}\right)dw$$

$$-\frac{1}{\mu}\sum_{rs}g_{rs}H_{rs}-\frac{1}{\mu^{e}}\sum_{rs}g_{rs}^{e}H_{rs}^{e} \tag{9}$$

ただし、

$$H_{rs}=-\sum_{k}\frac{f_k^{rs}}{g_{rs}}\ln\frac{f_k^{rs}}{g_{rs}}$$

$$H_{rs}^{e}=-\sum_{k}\frac{f_k^{rs,e}}{g_{rs}^{e}}\ln\frac{f_k^{rs,e}}{g_{rs}^{e}}$$

S. T.

$$\sum_{k}f_k^{rs}-g_{rs}=0 \tag{10}$$

$$\sum_{k}f_k^{rs,e}-g_{rs}^{e}=0 \tag{11}$$

$$g_{rs}+g_{rs}^{e}=G_{rs} \tag{12}$$

$$x_a=\sum_{rs}\delta_{rs,k,a}f_k^{rs}+\sum_{rs}\delta_{rs,k,a}^{e}f_k^{rs,e} \tag{13}$$

$$f_k^{rs}\geq 0,\ f_k^{rs,e}\geq 0,\ g_{rs}\geq 0,\ g_{rs}^{e}\geq 0,\ x_{ij}\geq 0 \tag{14}$$

ここに

x_a:リンク a のリンク交通量

$\delta_{rs,k,a}$:(1:リンク a が一般道利用経路 k に含まれるとき，0:そうでないとき)

$\delta_{rs,k,a}^{e}$:(1:リンク a が高速道利用経路 k に含まれるとき，0:そうでないとき)

$t_a(\bullet)$:リンク a のリンクコスト関数

$\theta(L_{rs}),\psi(L_{rs})$：OD 間距離 L_{rs} の関数形で定式化されたパラメータ

目的関数式(9)の最適化条件は、制約条件を取り込んだ Lagrange 関数を定義することにより導出できる．まず、Lagrange 関数の f_k^{rs}，$f_k^{rs,e}$ に関する Kuhn-Tucker 条件より、経路選択モデル式(1)，式(2)のような最適性条件が得られる．次に、Lagrange 関数の g_{rs}，g_{rs}^{e} に関する Kuhn-Tucker 条件より、高速転換率モデル式(6)のような最適性条件が得られる．

解の一意性について述べるにあたり、文献(3)を紹介する．文献(3)で HAI YANG は，ATIS(Advanced Traveler Information Systems)の市場への浸透モデルを、各 OD 間において ATIS を使用するか否かで生じる平均コスト差に基づいたロジットモデルで示した．さらに、それを内生化した確率的利用者均衡配分モデルを開発したが、その均衡解は常に収束

する保証が無いことを示した．本研究では HAI YANG とは異なり、ξを用いて、期待最小コストを平均コストに近似するモデル形式を提案した．しかし、ξの設定方法や、ξを含めた、本モデルの解の一意性に関しては、適用計算を通しての検討が更に必要である．

5．計算アルゴリズム

高速道路転換率を内生化した確率均衡配分モデルの計算アルゴリズムとして、経路交通量を未知変数とする Simplicial Decomposition 法を応用する．ただし、一般道利用経路の集合及び高速道利用経路の集合の分散パラメータ (μ, μ_e) が異なるため、それらの経路は別々に探索する必要がある．その点を含め、計算アルゴリズムを以下に示す．

Step0.　初期設定

収束回数をm＝0 として、初期一般道利用経路集合 K_{rs}^{m} を初期高速道利用経路集合 K_{rs}^{em} 設定し、K_{rs}^{m}, K_{rs}^{em} に対して、初期実行可能解となる経路交通量 $f_k^{rs(m)}$, $f_k^{ers(m)}$ を設定

Step 1.　親問題フェイズ

Step1. 0.　初期設定

収束回数を n =0 として、初期経路交通量パターンとそれに対応するリンク交通量を設定

$$f_k^{rs(n)} = f_k^{rs(m)}, f_k^{ers(n)} = f_k^{ers(m)}$$
$$x_a^{(n)} = \sum_{k \in K_{rs}^{m}, K_{rs}^{em}} \sum_{rs} (\delta_{ak}^{e,rs(n)} f_k^{ers(n)} + \delta_{ak}^{rs,(n)} f_k^{rs(n)})$$

m があらかじめ設定した計算回数に達すれば、

$\xi_{rs} = (S_{rs} - S_{rs}^{e}) - (\overline{f_k^{rs(m)}} - \overline{f_k^{ers(m)}})$ とし、以後、定数として設定

そうでなければ、ξ_{rs}=0

Step1. 1.　補助問題（部分線形化問題）を解く

a) x_a^{n} に応じたリンクコストの更新

b) 一般道利用経路と高速道利用経路を別々に探索する最短経路探索を行い、$C_k^{rs(n)}$ $C_k^{ers(n)}$ の更新

c) 高速道路転換率式を用いて、高速道利用 OD 交通量 $g_{rs}^{e(n)}{}'$ 及び一般道利用 OD 交通量 $g_{rs}^{(n)}{}'$ を設定し、これらをすべて負荷する all-or-nothing 法により $x_a^{n}{}'$ を求める

d) ロジット式により経路集合 K_{rs}^{m}, K_{rs}^{em} に対して補助経路交通量 $f_k^{rs(n)}{}'$, $f_k^{e,rs(n)}{}'$ を設定

Step1. 2.　一次元探索

$$f_k^{rs(n+1)} = \alpha f_k^{rs(n)}{}' + (1-\alpha) f_k^{rs(n)}$$
$$f_k^{ers(n+1)} = \alpha f_k^{ers(n)}{}' + (1-\alpha) f_k^{ers(n)}$$
$$g_{rs}^{e(n+1)} = \alpha g_{rs}^{e,(n)}{}' + (1-\alpha) g_{rs}^{e(n)}$$
$$g_{rs}^{(n+1)} = \alpha g_{rs}^{(n)}{}' + (1-\alpha) g_{rs}^{(n)}$$
$$x_a^{n+1} = \alpha x_a^{n}{}' + (1-\alpha) x_a^{n}$$

とおき、一次元探索によって目的関数式を最小とするステップサイズ α を求める

Step1. 3.　**解の更新**

Step1. 4.　**収束判定**

収束していれば Step2 へ、そうでなければ n=n+1 として Step1. 1 へ

Step2.　経路生成フェイズ

経路集合 K_{rs}^{m}, K_{rs}^{em} を拡張する．もし、新たな経路が見つからなければ終了．そうでなければ、

$f_k^{rs(m+1)} = f_k^{rs(n)}, f_k^{ers(m+1)} = f_k^{ers(n)}$ 、 m=m+1 として Step1 へ

6. おわりに

本研究では、確率均衡配分モデルの分散パラメータの基礎的分析を行い、期待最小コストと平均コストの基本的特性を確認した．次に、期待最小コストを平均コストに近似する高速転換率モデルを設定するとともに、その高速転換率モデルを内生化した確率的利用者均衡配分モデルを改良した．最後に、経路交通量を未知変数とする Simplicial Decomposition 法を応用したアルゴリズムを考察した．しかし、定式化したモデルは、まだ実ネットワークに適用していないため、解の一意性及び計算アルゴリズムの実用面における検討がされていない．この検討結果ついては、講演会にて報告する予定である．

参考文献

1) 長澤秀春・松井寛・藤田素弘：大都市圏道路ネットワークにおける確率的利用者均衡配分の適用研究、土木計画学研究・講演集 No. 22(2)、pp195-199

2) 片桐充理：都市圏における高速転換率モデルの開発とその応用,名古屋工業大学修士論文, 2000.

3) HAI YANG：MULTIPLE EQUILIBRIUM BEHAVIORS AND ADVANCED TRAVELER INFORMATION SYSTEMS WITH ENDOGENOUS MARKET PENETRATION,Transp Res-B , Vol. 32,No. 3,pp205-218,1998

4) 赤松隆・松本嘉司：需要変動を考慮した交通ネットワーク確率的利用者均衡モデルとその解法、土木学会論文集、No.401.pp109-118