

ネットワーク上の交通行動 Behaviors in Network

羽藤英二
Eiji HATO

愛媛大学工学部, 松山市文京町3 〒790-8577 hato@en2.ehime-u.ac.jp
Transport Studies Unit, Ehime University, Bunkyo-cho 3, Matsuyama 790-8577 Japan.

1. はじめに

ネットワーク上の交通行動の諸相に着目し, そのモデル化と理論的展開および実際の適用範囲を示し, 当該分野における今後の研究の方向性を示すことが本論文の目的である。

私がネットワーク上の交通行動に関心が持つ理由は, 1)実空間上の交通行動の興味深い諸相, 2)こうした行動の諸相とシステムとして道路交通との強い関連性にある。

ネットワーク上の交通行動をモデルとして記述し, これを内包した上で, システムとしての道路ネットワークの交通混雑の振る舞いを予測・評価・制御するためのモデルが多く研究されてきた。

もっとも重要な視点は, 想定されたモデルと実際に現実のネットワークで起こっている現象との表面的な関係ではない。問題は次の点にある。モデルが分析可能なモノとなるために一定の仮定を我々は用いる。その上で, 我々が例えばBraessのパラドクスのような問題を考えるとき, その時点である特定の「人間」を前提としている。したがって, その「人間」を離れて議論することはできない。このとき, モデルは常に制約されることになる。重要な点は, そうした仮定を伴って十分に定義されてたてられた問題に対して, モデルが精密で適切な答えを与えるかどうかという点である。システムと個人の相互の本質的なインタラクションが内包されていることが必要である。

経済の諸現象をシステムの中で記述することを試みた多くのミクロ経済学上のモデルがあり, そこで得られた知識を我々の領域で試すことも可能である。実際, 経済学の歴史は古く, 諸経済に関する現象を記述するための豊潤な手法論やテーマそのものを有している。個人の意思決定理論は, 新古典派のミクロ経済学の理論体系の中において本質的な地位をすでに獲得している。或はシステムとの相互作用をある程度捨象してよいなら, 心理学の分野で, 個人の認知行動や意思決定行動に関して多くの知見が既に得られている。

こうした豊潤な経済学や心理学上の知見を踏まえつつも, 空間(ネットワーク)の記述と, その上での諸経済活動(交通行動)に関してきめ細かなモデル構造の検討と体系的なシステム評価が我々の研究領域で行われてきたと考える。本稿では, 当該分野で, ネットワーク上の行動原理説をどのように考え, どのようなモデルを我々が得てきたのかを以下整理した上で, その先を展望してみたい。まず第二章で, 交通行動モデル発展の経緯を整理する。次に第三章で, 行動モデルとの理論的整合性

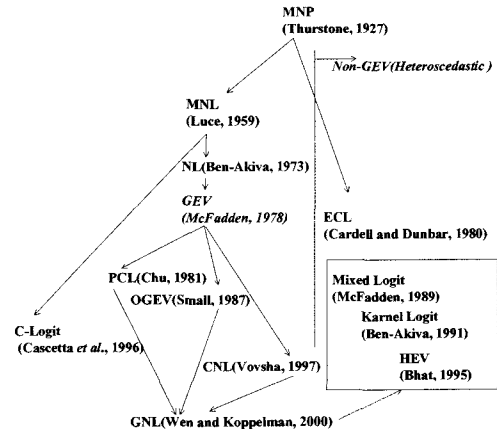


図-1 行動モデル発展の経緯

に留意して, 均衡配分理論の定式化と, 最適性条件, ローディングアルゴリズムについて整理する。最後に第四章で, 従来のモデルを下敷きに, 新たなモデルの枠組み構築に向けた課題と展望について触れる。

2. 交通行動モデル発展の経緯

ネットワーク上の交通行動のうち経路選択に絞って議論を行う。効用最大化理論を適用し, 誤差構造の仮説の緩和を行ってきた主要なモデルの枠組みとその発展の経緯を整理していく。

モデルの理論的枠組みの発展の経緯を図-1に整理する。大きく2つに分けられる。一つは, McFadden(1978)のGEV理論とその解法に基づくもの。多項ロジットモデル(MNL), Nested Logit(NL)モデル, C-logitモデル, Tree Logit (TL)モデル, Paired Combinatorial Logit (PCL)モデル, Cross-Nested Logit(CNL)モデル, Generalised Nested Logit(GNL)モデルである。

もう一つのモデルの流れは McFadden の GEV 理論から派生したものではない。定式化された効用関数の確率変動成分の不等分散性を考慮したモデルである。Kernel Logit モデル, Mixed Logit モデル, 多項プロビッ

ト(MNP) モデル, 不等分散極値(HEV)モデル, 誤差構成 (ECL) モデルなどがある。

2.1 ロジット型モデルとプロビット型モデル

Maher and Hughes (1998)は実際に用いられる確率的な配分は, MNL か MNP のどちらかに属することを述べている。双方のモデルは長い歴史を有する。Luce (1959)によって既に提案されていた MNL はその時点では理論的に未成熟であったが, McFadden (1973)によって, 効用最大化理論と理論的に矛盾なく合致したものとして示されることで, 大きく発展した。

一方 MNP モデルは 1927 年に Thurstone によって示されている。設定した誤差項の正規分布の確率密度関数に対して選択肢の数に比例した数の多重積分が必要であるためパラメータ推定が実際には困難であった。Daganzo(1979)により交通量配分の中で現実的な活用法が提案され, 近年では有効なパラメータ推定法が提案されている。

V_1 と V_2 で表される経路 1 と経路 2 の間の経路選択問題を考える。経路 1 が選択される確率は MNL モデルの一種である BNL モデルは以下の式で表される。

$$P_1 = \frac{e^{-\theta V_1}}{e^{-\theta V_1} + e^{-\theta V_2}} \quad (1)$$

確率的配分では θ は, 経路への需要のばらつきを示すパラメータと解釈できる。MNL モデルは, 各選択肢の誤差項が互いに独立である(IID) ことを仮定している。このとき, 選択肢間の無関係性(IIA)が導かれる。

ここで, 一般的なネットワークでは経路間に多くの共有リンクが存在する。したがって, 各々のリンクの属性間の関連のパターンは複雑となる。MNL をこのようなネットワークに適用するなら, 共有リンクのフローを過大推計してしまうことが Daganzo and Sheffi(1977)により指摘されている。

一方, MNP モデルでは, 効用の確率変動成分が式(2)で表される多変量正規分布であることを仮定する。

$$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \sim MVN(0, \Sigma) \quad (2)$$

Σ はいくつかのパラメータ化が可能である。ここで式(3)の関係式で ε_1 と ε_2 の共分散を記述すると, 最終的に経路の選択確率として以下のMNPモデルを得る。

$$\text{var}(\varepsilon_i) = \beta V_i (i=1,2), (\beta > 0), \quad \rho(-1 \leq \rho \leq 1) \quad (3)$$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \sim \text{Nor}(0, \beta V_1 + \beta V_2 - 2\rho\sqrt{\beta V_1}\sqrt{\beta V_2}) \quad (4)$$

$$P_1(V_1, V_2) = \Pr(V_1 + \varepsilon_1 \leq V_2 + \varepsilon_2) \quad (5)$$

$$P_1 = \phi \left(\frac{V_2 - V_1}{\sqrt{\beta(V_1 + V_2 - 2\rho\sqrt{V_1 V_2})}} \right) \quad (6)$$

ここで, ϕ は標準正規累積密度関数を示す。

MNP モデルは, こうした各選択肢効用間の相関を確率変動成分の共分散により記述する。理論的に優れている一方で, 多重積分の煩雑さから, 取り扱い上の制約があり, その適用は限られたものであった。Daganzo (1979)は解法の問題と積分計算コストの 2 つの問題をあげている。経路選択モデリングの実際的な側面で特に重要なことは, モデルで推定するパラメータ数の増加である。少ないパラメータ数で選択肢間の効用の関係を構造化し, パラメータ推定することが求められる。

2.2 C-logit モデル

MNP モデルによる実際のネットワーク配分計算は, モンテカルロシミュレーションを用いて計算される (Daganzo, 1979; Sheffi and Powell, 1981; Sheffi, 1985)。この際, 計算上の負荷の増大があるため, ロジット型の確率利用者配分をベースにしつつ, 経路重複問題を取り扱う手法が求められていた。こうした背景の下, C-logit (Cascetta *et al.*, 1996; 1998; Cascetta and Papola, 1997) は提案された。本モデルは, MNL をベースとしてネットワーク配分における経路の重複問題を効用関数の commonality factor と呼ばれる変数で表現し, その類似度を考慮するものである。C-logit モデルでは以下の式(7)で経路の選択確率を表す。

$$P_n = \frac{e^{V_n - cf_n}}{\sum_{n'} e^{V_{n'} - cf_{n'}}} \quad (7)$$

cf_n は, 経路 n の commonality factor を示し, Cascetta *et al.* (1996) は以下の式(8)で定義している。

$$cf_n = \delta \ln \sum_{n'} \left(\frac{L_{nn'}}{L_n^{1/2} L_{n'}^{1/2}} \right)^2 \quad (8)$$

ここで, $L_{nn'}$ 経路 n と経路 n' の共通リンクコスト, L_n , $L_{n'}$ は各経路の全経路コストを示す。C-logit はアド・ホックに選択肢の類似性を考慮したモデルで, Ben-Akiva and Bierlaire (1999) は同様なモデルとして Path size-logit モデルを提案している。

2.3 Nested Logit (NL)モデル

NL モデルは MIT の Ben-Akiva (1973)の PhD thesis の中で示された。McFadden が効用最大化理論により MNL モデルを再定義した時期に一致する。ただしこの時点で, 効用最大化理論に対する NL モデルの理論的な展開はなされていない。NL モデルの理論的な展開は Williams (1977)によって, また McFadden (1978)がGEV

モデルとNLモデルとの関連性を示した。

NLモデルの最大の功績はMNLに対するIIA特性の緩和である。NLモデルでは、ネストの中で同一のグループに所属する選択肢の類似性をツリー構造を用いて記述する。計算機能力の制約からMNPモデルについて現実的なパラメータ推定手法が限られていた当時の状況を考えるなら、MNLモデルにおけるIIA問題の緩和をもたらしたNLモデルの成果は小さくない。ここで経路 n の選択確率は以下の式で表される。

$$P_n = P_m P_{n|m} \quad (9)$$

$$P_m = \frac{\left(\sum_{n \in N_m} e^{V_n/\mu_m} \right)^{\mu_m}}{\sum_m \left(\sum_{n \in N_m} e^{V_n/\mu_m} \right)^{\mu_m}} \quad (10)$$

$$P_{n|m} = \frac{e^{V_n/\mu_m}}{\sum_{n \in N_m} e^{V_n/\mu_m}} \quad (11)$$

P_m はネスト m が選択される確率を示す。 N_m はネスト m の選択肢組を示す。 μ_m は、ネスト m の非類似度パラメータ。NLは、 $0 < \mu_m \leq 1$ で、 $\mu_m = 1$ ならMNLモデルと同じとなることが示されている。

選択肢数の限られた交通機関選択問題に対してNLモデルは有効なものであったが、ネットワークへの適用には課題を残した。経路重複パターンが複雑な都市ネットワークにおける経路選択肢のツリー構造をどのように定義するのかという問題である。

2. 4 Paired Combinatorial Logit (PCL)モデル

IIA特性の問題に対してNLモデルで一定の成果が上った後で、PCLモデルはChu (1981)により導出された。Gliebe *et al.* (1999)はパラメータの構造化に対して理論的な展開を示した。MNLは異なる選択肢間の共分散をゼロと仮定したもので、NLモデルは異なるネストの選択肢間の共分散がゼロであり、共通ネストの中の選択肢間の共分散が等しいことを仮定している。

これに対してPCLモデルは、選択肢組ごとに異なる共分散を求める方法を採用した。選択肢 n が選ばれる確率は、以下の式で表される。

$$P_n = \sum_{p \neq n} P_{n|np} P_{np} \quad (12)$$

$$P_{np} = \frac{\left(e^{V_n/1-\sigma_{np}} + e^{V_p/1-\sigma_{np}} \right)^{1-\sigma_{np}}}{\sum_q \sum_{r=q+1}^s \left(e^{V_q/1-\sigma_{qr}} + e^{V_r/1-\sigma_{qr}} \right)^{1-\sigma_{qr}}} \quad (13)$$

$P_{n|np}$ は、ペア np から選択肢 n が選択される確率を示し、式(14)で表される。

$$P_{n|np} = \frac{e^{V_n/1-\sigma_{np}}}{e^{V_n/1-\sigma_{np}} + e^{V_p/1-\sigma_{np}}} \quad (14)$$

$$0 \leq \sigma_{np} < 1 \quad (15)$$

ここで、 σ_{np} は経路選択肢 n と p の類似度を表す。類似度パラメータは、直接推定するため、パラメータ数 $[n \times (n-1)/2]$ を越えないことが必要条件となり、ネットワークの規模に対して膨大な数の類似度パラメータ推定が必要となる。C-logitにおけるcommonality factorと同様にパラメータの構造化が重要となる。Gliebe *et al.* (1999)は、ネットワークのトポロジーを考慮した構造化類似度パラメータを示している。ここで、 L_n は、パス n の長さを、 L_{np} 両方の経路で共有するリンク長を示す。

$$\sigma_{np} = \frac{L_{np}}{L_n + L_p - L_{np}} \quad (16)$$

ただし、PCLモデルでは、全ての経路組毎に σ を求める必要がある。

2. 5 Cross-Nested Logit (CNL)モデル

CNLモデルはVovsha (1997)による交通機関選択モデルとして提案され、次にVovsha and Bekhor (1998)が経路選択モデルへ適用している。CNLモデルはNLモデルを一般化したモデルとして考えることができる。従来選択肢のネストに対する帰属度が固定されていたのに対して、複数のネストへの帰属の程度をそれぞれ構造的に定義したものである。GEVモデルの枠組みから同様に導出されるPCLモデルは選択肢組毎に逐次共分散パラメータ σ を計算しているが、CNLモデルでは、複数のネストに対する帰属を認めており、モデル構造は大きく異なる。

CNLモデルは経路選択問題のネスティングに特徴がある。経路選択のツリー構造は、リンクベースのネスティングをまず行い、下位レベルで実経路の選択を行うことを仮定する。NLモデルでは、経路ベースのネスティングが行われるのに対して対照的である。経路 n 、およびリンク m の選択確率は以下の式(17)-(19)で表すことができる。

$$P_n = \sum_m P_m P_{n|m} \quad (17)$$

$$P_m = \frac{\left(\sum_{n \in N_m} (\alpha_{n'm} e^{V_n})^{\mu_m} \right)^{\mu_m}}{\sum_m \left(\sum_{n \in N_m} (\alpha_{n'm} e^{V_n})^{\mu_m} \right)^{\mu_m}} \quad (18)$$

$$P_{n|m} = \frac{(\alpha_{nm} e^{V_n})^{1/\mu}}{\sum_{n' \in N_m} (\alpha_{n'm} e^{V_{n'}})^{1/\mu}} \quad (19)$$

α_{nm} はアロケーションパラメータであり、各ネスト(リンク)に対する経路の帰属の程度を示し、以下の条件を満たす。

$$0 \leq \alpha_{nm} \leq 1, \sum_m \alpha_{nm} = 1, \forall n \quad (20)$$

CNL モデルにおける α_{nm} は理論的に直接推定可能なパラメータである。但し、パラメータ α_{nm} の数はリンクと経路の増加に伴い膨大な数となる。この問題に対して Prashker and Bekhor (1999) は以下の構造化を試みている。

$$\alpha_{nm} = \left(\frac{L_m}{L_n} \right)^\gamma \delta_{nm} \quad (21)$$

ここで、 δ_{nm} は $\delta_{nm} = 1$ なら経路 n 上のリンク m があることを示す。 γ は 2 経路間の類似性の認知の程度を示すパラメータである。

2. 6 Generalised Nested Logit (GNL)モデル

GNL (Wen and Koppleman, 2000) は、CNLとPCLが開発された後に、これらが GEV モデルから導出されたものであることに着目し、一般化を図ったモデルである。

$$P_n = \sum_m P_m P_{n|m} \quad (22)$$

$$P_m = \frac{\left(\sum_{n' \in N_m} (\alpha_{n'm} e^{V_{n'}})^{1/\mu_m} \right)^{\mu_m}}{\sum_m \left(\sum_{n' \in N_m} (\alpha_{n'm} e^{V_{n'}})^{1/\mu_m} \right)^{\mu_m}} \quad (23)$$

$$P_{n|m} = \frac{(\alpha_{nm} e^{V_n})^{1/\mu_m}}{\sum_{n' \in N_m} (\alpha_{n'm} e^{V_{n'}})^{1/\mu_m}} \quad (24)$$

$$\sum_m \alpha_{nm} = 1, \forall n. \quad (25)$$

μ を異なるネスト毎に、 α は選択組毎に推計される。Wen and Koppleman (2000) が提案した GNL から、MNL モデル、NL モデル、PCL モデル、CNL モデルの導出も可能である。

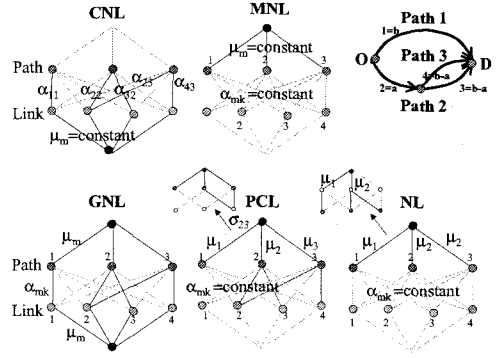


図-2 GEV ファミリーモデルの構造比較

2. 7 GEV ファミリーモデルについて

McFadden (1978) によって示された GEV モデルは様々な形式をもって発展してきた。これらのモデルのパラメータ構造を図-2 に整理する。ここで、1OD3 経路の簡単なネットワークに対して、各モデルのパラメータはリンクとパスに対して構造化される。選択肢間の関係を全く考慮しない MNL モデルに対して、NL モデルが経路選択肢をツリー構造化し、CNL モデルはリンクをネストとした上で、複数のネストへの帰属を許可していることがわかる。一方 PCL モデルは MNP モデルと同様に、選択肢間の相関を直接 σ を用いて表現している。

2. 8 Heteroscedastic Extreme Value Logit モデル

HEV (Heteroscedastic Extreme Value) モデル (Bhat, 1995) は、MNL モデルの IIA 問題を考慮しており、NL よりも選択肢間の交差弾力性を柔軟により扱ったモデルである。HEV モデルでは、効用の確率変動成分は、選択肢毎に異なることが仮定される。したがって全ての選択肢ペアに対して異なる交差弾力性を設定する。選択肢 n の選択確率は以下の式で表すことができる。

$$P_n = \int_{w=-\infty}^{w=\infty} \prod_{n' \in N, n' \neq n} \Lambda \left[\frac{V_n - V_{n'} + \psi_n w}{\psi_{n'}} \right] \lambda(w) dw \quad (26)$$

ここで、 $\lambda(\cdot)$ と $\Lambda(\cdot)$ は、極値分布の確率密度関数と累積分布関数を示す

$$\lambda(t) = e^{-t} e^{-e^{-t}} \quad (27)$$

$$\Lambda(t) = e^{-e^{-t}} \quad (28)$$

$$w = \varepsilon_n / \psi_n \quad (29)$$

ψ_n は選択肢 n の確率変動成分に関連したパラメータである。HEV モデルは McFadden の GEV 理論から導出されない。現実的な推定法が提案されている。Bhat (1995) は最尤推定法に基づいたガウス求積法を提案し

ている。NL モデルは、ネスト構造の検定が必要であり、HEV の優位性が高い。また MNP に対しては、HEV はパラメータ推定コストが安いことが利点といえる。

2. 9 Error Components Logit (ECL)モデル

ECL モデルは、Kernel Logit モデル、Mixed Logit モデルなどに先駆けて提案され、かつ理論的なフレームは共通なものである。MNP モデルも ECL モデルの特別なケースとして考えることができる。

HEV をより一般化した ECL モデルは GEV ファミリーのモデルとは異なる。ECL モデルの特徴は離散選択モデルの一般化にある (McFadden and Train, 2000)。ECL モデルは上述した全てのモデルを包括する。

Brownstone *et al.* (2000) が示すように、ECL モデルでは効用を一般化し、いくつかの要素に分解して考える。このことは、観測データから予想される非線形パラメータや、個人間の相関を示す確率成分の異分散性、時点間、異データ間、選択肢間、個人間の IID 特性をもつ確率成分が分解可能であることを示す。

$$U_n = \beta V_n + [\eta_n + \varepsilon_n] \quad (30)$$

ここで V_n は観測要因で識別可能な経路 n の効用の確定項を示す。 β はパラメータを示す。 η_n は平均ゼロで経路間で分布している。 ε_n は IID を持つ経路間で独立性のある効用の変動成分を示す。

ECL モデルは η に対する分布を任意に仮定することで特定することができる。 η の確率密度関数を $f(\eta|\Omega)$ 、 Ω はパラメータとする。このとき η が所与ならば、残りの確率変動成分には IID が成立するため、条件付確率は MNL モデルの式(31)が導かれる。

$$L_n(\eta) = \frac{e^{(\beta V_n + \eta_n)}}{\sum_{n'} e^{(\beta V_{n'} + \eta_{n'})}} \quad (31)$$

ここで η は確率変数であり実際には推計できない。以下の式(32)で選択確率を求める。

$$P_n = \int L_n(\eta) f(\eta|\Omega) d\eta \quad (32)$$

ECL モデルは IIA 特性に対して、より複合的な経路の類似性を f を媒介することで記述可能である。但し分解した確率変動成分に対して、シミュレーション法によって積分を解かざるをえない。このため操作性に劣るものの、Halton 法などのシミュレーション法の開発 (Train, 1999; Bhat, 2000) により推定精度に向上がみられる。

ECL モデルは、Cardell and Dunbar (1980) により提案された。但し当時は有効なパラメータ推定法がなかった。これに対して McFadden (1989) はモーメント法を、Ben-Akiva and Bolduc (1991) は、シミュレーション法を提案している。これらのモデルは 'Kernel Logit' と呼ばれている。最近では、ランダムパラメータモデルなど様々な

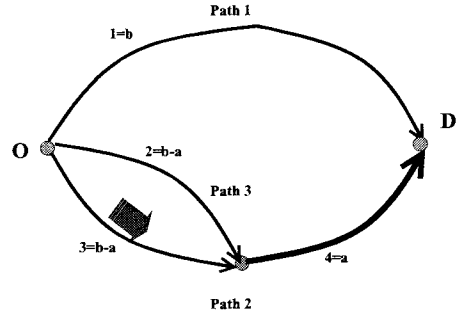


図-3 経路の重複問題

呼び方もあるが、基本的にはこれらのモデルは同様のものであると考えてよい。これらの成果は、実ネットワーク上の経路選択行動を取り扱う上で2つの意味をもつ。1) ネットワーク上の経路選択肢の類似性の認知とそれに伴う経路選択確率の交差弾力性の影響、および2) 所要時間に対する反応の異質性の記述である。

反応の異質性について佐々木・森川(1995)が提案した潜在クラスモデルは効用関数の誤差を取り扱わないで、この種の問題を取り扱う唯一のモデルであるにしても、離散選択モデルに関する研究の多くは効用関数の誤差項の仮定の制約とその緩和に主眼をおいてきた。NL モデルの開発に端緒をえて、過去30年にわたった効用最大化理論に基づく離散型選択行動モデルの研究成果は、誤差項を一般構造化したECLモデルにより一定の成果を収めたといえよう。

2. 10 経路の重複と選択肢の独立性に関する反例

ここで、簡単な経路選択問題を考えてみる。被験者に対して、3つの経路(path1, path2, path3)があり距離が全てbkmであるとき、どの経路を通るかを尋ねる。被験者が増えれば、中心極限定理に基づいて各経路の選択確率は(0.33, 0.33, 0.33)となる。

次に図-3を被験者に示し、link4の距離がほぼbkmに等しくなった場合の選択確率を被験者に尋ねてみよう。ただし各経路の距離はbkmで同じである。このとき被験者の解答結果は(0.50, 0.25, 0.25)に近づく。

この反例は、ネットワークの形を捨象した選択問題は、実ネットワーク上で行われる選択問題とは異なった結果をもたらすことを含意する。被験者がネットワークの形を認識したために起こった回答の変化は、彼らがネットワークの構造に帰着する経路選択肢間の関係性を認識したためである。Link4が混雑すれば、path2もpath3も同様に所要時間は長くなる。これに対してpath1の他の経路選択肢に対する独立性は相対的に高い。

行動モデルで用いられるモデルで、こうしたネットワークの形状に基づいて選択肢の関連性を取り扱うことは、本質的な問題である。経路選択肢間の交差弾力性について、図-4に、GEVファミリーモデルによるネットワーク認知と所要時間の関係を示す。

MNL モデルは、ネットワークの空間構成の変化に対し

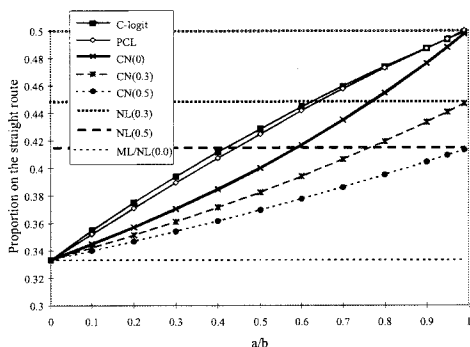


図-4 経路選択肢間の交差弾力性

て感度を持たない。PCL モデルや CNL モデルなどの GEV ファミリーモデルでは、選択肢間の関係性をモデルで考慮しているため、経路の選択確率がネットワーク構成によって異なる。CNL モデルにおける α はドライバーが通常認知する選択肢と実際のネットワーク構造の相似性を示し、空間認知能力の程度を示すパラメータと解釈できる。

ネットワーク上の経路選択行動がその他の経済行動と異なるのは、選択肢が空間的に関連しあっている点に集約される。この種の問題がトリビアルな問題でないのは、道路ネットワークそのものが実空間に存在し、その認知を通じて選択される経路の需要が渋滞を引き起こしていることを考えれば明らかである。

実ネットワーク上で形成される構造的な経路選択肢集合に対する選択行動の状態を単に記述することに留まらず、それに起因したネットワーク全体の状態とその相互作用をよく理解することがきわめて重要である。

3. ネットワーク上の経路選択行動と均衡理論

本章では、ネットワーク上で経路選択行動とネットワークの交通状態の相互作用を理解するための方法として均衡配分を考える。交通均衡配分は、需要(交通ネットワーク上の経路の選択)と供給(その結果としての経路コスト)の相互関係に注目し、ネットワーク上の経路選択行動とその結果生じる交通現象のモデル化を図ったものである。

新古典派の経済学は、リカードあるいはケンブリッジ学派のマーシャルにより、限界効用とその論理を経済学が数式や関数を用いて記述されていくことで発展してきた。ローザンヌ大学のワルラスが複数の財の市場が相互依存の関係にあることを表現した上で、財の需要と供給が等しくなる均衡現象を数学的なモデル、すなわち一般均衡モデルで表した。交通均衡配分に関する理論は、こうした新古典派の経済学の流れの一部として位置付けられる。1956年に、Wardlop (1956) の示した利用者最適とシステム最適の考えに基づいて以降様々なモデル化がなされてきた。

ここで、均衡モデルは、現実そのものではなく、現実の動きの本質部分を取り出したものであり、その目的は、モ

デルを通じて現実を理解しようとするものであるとされる。これに対して、コンピューティングテクノロジーの成果を受け、近年、進展著しいシミュレーションアプローチがある。シミュレーションにより現実をそれに近い形でアドホックにモデル化することで、結果としての現況再現性を十分に高めることが可能である。但し、いずれのアプローチをとるにせよ、システム全体に対する個々の現象の相対的な影響の大きさの吟味が十分に行われなおいまま、複雑な現象を複雑なままに捉え、モデル化しただけでは、現象の本質を理解することは困難といえる。

本節では、ネットワーク上の選択行動モデルの範囲とネットワークシステムとの関係性について交通均衡モデルの視点から整理する。

3.1 交通量配分の定義

交通量配分では、特定のノードとリンクで構成されるグラフ・ネットワークで道路と交差点を記述する。特定のセントロイドは、ゾーンを表し、ダミーリンクでネットワークでセントロイドとネットワークの結合をあらわす。交通需要はセントロイドとしてOD間のマトリクス表現される。このネットワーク上に、仮定した“経路選択原則”を満たすように交通需要の“割り当て”問題を解く方法が交通量配分として定義できる。

経路選択原則に着目するなら、確定的利用者均衡配分と確率的利用者均衡配分の2つが考えられる。一方、Wardlop (1956) の第二原則に基づいたシステム最適配分から得られる解は、ネットワークが最も効率的に利用された場合に得られるネットワークパフォーマンスを示す。この解は交通運用施策のベンチマークとしての意味を持つ。但し、その参照点がどのような経路選択の結果として齎されるかを含意しない。本節では、なんらかの経路選択原則の仮定から出発し、その原則と道路システムとの相互関係について理解を得るためのモデルに議論を集中する。

確定的利用者均衡配分の枠組みは、Beckmann *et al.* (1956) により示された。定式化は、最適性の一次条件がワードロップの第一原則と等価であることを示したものである。一方、確率的利用者均衡配分は Burrell (1968)、Dial (1971) により提案された。このモデルでは、経路選択過程は確定的であるよりも確率的であり、経路選択モデルは前節で示したランダム項の仮説により導かれる。

3.2 確定的利用者均衡

確定的利用者均衡状態は、ドライバーが経路を変更することでこれ以上経路を変更できない状態で得られる。リンク・コストがリンクフローにのみ依存し、分解可能であって、リンクフローに対して単調増加関数であるなら、以下の (UE) が成り立つことが Beckmann *et al.* (1956) により示された。

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \sum_a \int_0^{x_a} c_a(w) dw \\ \text{s.t. } \sum_k f_k^{rs} &= q^{rs} \\ f_k^{rs} &\geq 0 \end{aligned} \quad (33)$$

$$x_a = \sum_{rs} \sum_k f_k^{rs} \delta_{ak}^{rs} \quad (34)$$

$$c_k^{rs} = \sum_a c_a \delta_{ak}^{rs} \quad (35)$$

f_k^{rs} : 経路 出発地 r , 目的地 s 間の経路 k の交通量
 q^{rs} : rs 間の総需要
 c_a : リンク a のコスト
 x_a : リンク a のフロー
 c_k^{rs} : rs 間の経路 k のコスト
 δ_{ak}^{rs} : リンク a が経路 k に属していれば 1 そうでなければ 0.

解の存在に関する一次の最適性条件は、以下のラグランジュ関数で表すことができる。

$$L = Z + \lambda \left(q^{rs} - \sum_k f_k^{rs} \right) = \sum_a \int_0^{x_a} c_a(w) dw + \lambda \left(q^{rs} - \sum_k f_k^{rs} \right) \quad (36)$$

ここで λ は、ラグランジュ係数を示す。ラグランジュ関数の定式化は、パスフローで与えられる。ラグランジュ関数の安定解は、以下の式をパスフローが満たす場合に得られる。

$$\begin{aligned} f_k^{rs} \frac{\partial L}{\partial f_k^{rs}} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial f_k^{rs}} &\geq 0 \end{aligned} \quad (37)$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_k^{rs}} = \frac{\partial Z}{\partial f_k^{rs}} - \lambda^{rs} = \sum_{b \in k} \frac{\partial Z}{\partial x_b} \frac{\partial x_b}{\partial f_k^{rs}} - \lambda^{rs} = \sum_b c_b \delta_{bk}^{rs} - \lambda^{rs} = c_k^{rs} - \lambda^{rs} \quad (38)$$

ここで、上述の方法ではリンクコストは同一リンクのフローにだけ依存することを仮定している。一次の最適性条件は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} f_k^{rs} (c_k^{rs} - \lambda^{rs*}) &= 0 \\ c_k^{rs} - \lambda^{rs*} &\geq 0 \end{aligned} \quad (39)$$

λ^{rs*} は、ラグランジュ乗数を示す。この最適性条件は、ネットワーク上の OD ペア間のそれぞれの経路で満たされる。与えられた経路に対して、2 つのパスフローと旅行

時間の組み合わせがあったなら、ゼロか、もしくは λ^{rs*} よりも大きい値を示さなければならない。 λ^{rs*} は OD 間の全ての経路の所要時間よりも小さいか、せいぜい等しくなければならない。以上の解釈は、Wardrop の第一原則 (利用者均衡) の考えに合致する。したがって、ラグランジュ乗数は均衡経路コストと等しくなる。上式は、それぞれの経路の旅行費用が等しいこと示し、このときシステムとして UE に達することを示している。

2 次の最適性条件 (解の唯一性) は、目的関数の実行可能領域の凸性に基づき、リンクコスト関数が 2 次の単調増加関数であることを必要条件とする。目的関数の一次と二次の微分は式のように表せる。

$$\frac{\partial Z}{\partial x_b} = c_b \quad (40)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x_a \partial x_b} = \frac{\partial c_a}{\partial x_b} = \begin{cases} \frac{dc_b}{dx_b} & \text{for } a = b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (41)$$

ここで、リンクコスト関数はリンクフローにだけ依存するため目的関数のヘシアン行列は正定値である。したがってリンクフローに対して解の唯一性が保証される二次の最適性条件はパスフローに対して成立しない。これは均衡状態を満たす複数の経路選択パターンが存在することを意味する。

3. 3 確率利用者配分

確定的利用者均衡配分が仮定している行動原理が、「ドライバーは必ず最も早い経路を選択する」であるのに対して、確率的利用者均衡配分では、ドライバーの選択する経路は確率的に決定されることを仮定する。Sheffi and Powell (1982) は、確率利用者均衡モデルを制約なしの数理最適化問題として以下のように定義した。

$$\text{Min } Z = \sum_a x_a c_a - \sum_{rs} q^{rs} S^{rs} - \sum_a \int_0^{x_a} c(w) dw \quad (42)$$

$$f_k^{rs} = q^{rs} P_k^{rs} \Rightarrow x_a = \sum_{rs} \sum_k f_k^{rs} \delta_{ak}^{rs} \quad (43)$$

S は期待最大効用を示す。

$$S^{rs} = E \left[\min_k \{C_k^{rs}\} | c(\mathbf{x}) \right] \quad (44)$$

期待最大効用は経路コストで微分すると、経路の選択確率になり、ロジットモデルを導出することができる。

$$\frac{\partial S^{rs}}{\partial c_k^{rs}} = P_k^{rs} \quad (45)$$

式(43)における第一項と第三項はそれぞれシステム最適と確定的配分と等価である。

$$\frac{\partial Z}{\partial x_a} = \left[- \sum_{rs} \sum_k q^{rs} P_k^{rs} \delta_{ak}^{rs} + x_a \right] \frac{dc_a}{dx_a} \quad (46)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial f_k^{rs} \partial f_k^{rs}} = \sum_a \frac{\partial Z}{\partial x_a} \frac{\partial x_a}{\partial f_k^{rs}} = \sum_a \left[- \sum_{rs} \sum_k q^{rs} P_k^{rs} \delta_{ak}^{rs} + x_a \right] \frac{dc_a}{dx_a} \delta_{ak}^{rs} \quad (47)$$

次に、二次の最適性条件はリンクフローに対して成立する。リンクフローに対するヘシアン行列は非負である (see Sheffi [1985]). $x_a(c_a)$ は単調増加関数で逆関数 $c_a(x_a)$ も同様である。この方法は、以下の式に書き改めることができる。

$$\text{Min } Z = \sum_a x_a c_a - \sum_{rs} q^{rs} S^{rs} - \sum_a \int_{c_a^{\min}}^{c_a} w \frac{dx(w)}{dw} dw \quad (48)$$

一方、Fisk (1980) は、確率利用者均衡に関して Sheffi とは異なったモデルを展開し、Evans (1974) を参照した上で、最適性条件を示した。リンクコスト関数が単調増加関数であるなら、 Z_1 は狭義凸関数であり、 Z_2 が $\theta > 0$ なら狭義凸関数であることを示している。 Z_2 のヘシアン行列が正則であればよい。

$$\text{Min } Z = Z_1 + Z_2$$

$$Z_1 = \sum_a \int_0^{x_a} c_a(w) dw$$

$$Z_2 = \frac{1}{\theta} \sum_{rs} \sum_k f_k^{rs} \ln f_k^{rs} \quad (49)$$

$$\text{s.t. } \sum_k f_k^{rs} = q^{rs}, \quad \forall r, s$$

$$f_k^{rs} \geq 0, \quad \forall k, r, s$$

$$L = Z + \lambda^{rs} (q^{rs} - \sum_k f_k^{rs}) \quad (50)$$

$$\frac{\partial Z_1}{\partial f_k} = \frac{\partial Z_1}{\partial x_a} \frac{\partial x_a}{\partial f_k} = \sum_a c_a \delta_{ak} = c_k \quad (51)$$

$$\frac{\partial Z_2}{\partial f_k} = \frac{1}{\theta} \ln f_k + \frac{1}{\theta} \quad (52)$$

ここで重要なのは、均衡状態は全ての経路が選択肢集合に含まれていることを仮定している点である。

3.4 変分不等式

以上のような最適化の定式化は、相互依存がないような特定のリンクコスト関数に対してのみ適用できる。分離可能なリンクコスト関数の仮説は制約が強い。たとえば、信号制御していない交差点の例を考えてみよう。主要幹線のフローは細街路に影響を与える。これはリンクがそのリンクそのものだけでなく、他のリンクの影響も受ける。こうしたケースで、Beckmann の最適化の定式化はリンクコスト関数が分離可能ではないため、別のアプローチが必要となる。Smith (1979) は、変分不等式 (VI) の定式化を行っている。以下のベクトルを用いて表すことができる。

$$(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^T \mathbf{c}(\mathbf{x}^*) \geq 0 \quad (53)$$

$\mathbf{x}$: 可能リンクフローベクトル

$\mathbf{c}(\mathbf{x})$: リンクコストベクトル

$\mathbf{x}^*$: 均衡リンクフロー

上に示した変分不等式は、利用者のコストがこれ以上減少できない均衡に達していることを示している。上式に加えて非負条件と保存制約条件がある。パスフローの項を以下の式で表すことができる。

$$\mathbf{x} = \mathbf{A} \mathbf{f} \quad (54)$$

$\mathbf{f}$: パスフローベクトル

$\mathbf{A}$: リンク-パスインシデントマトリクス

経路コストは、構成するリンクのコストの総和から構成され、以下の式で表される。

$$\mathbf{g}(\mathbf{f}) = \mathbf{A}^T \mathbf{c}(\mathbf{v}) \quad (55)$$

変分不等式で経路フローの均衡状態を記述すると以下の式で表すことができる。

$$(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^T \mathbf{c}(\mathbf{x}^*) = (\mathbf{A} \mathbf{f} - \mathbf{A} \mathbf{f}^*)^T \mathbf{c}(\mathbf{x}^*) = (\mathbf{f} - \mathbf{f}^*)^T \mathbf{A}^T \mathbf{c}(\mathbf{x}^*) = (\mathbf{f} - \mathbf{f}^*)^T \mathbf{g}(\mathbf{f}^*) \geq 0 \quad (56)$$

上式は均衡状態を示している。パスフローは均衡状態のパスコストで表されるリンクフローの均衡状態からの偏差が最終的に非負となるように操作される。

ワードロップの第一原則は、これ以上経路を変更しても所要時間を短縮できない状態を示す。均衡では、存在する全ての経路は非負で等しい経路コストである必要がある。均衡フローから“かけ離れた状態”の場合総旅行時間が増加する結果を導く。確率利用者均衡モデルにおける定式化はバスプライスに対する需要関数の逆関数を用いて、Bell and Iida (1997) により示されている。変分不等式を用いることで、解の唯一性をより一般的なリンクコスト関数で示すことができ、均衡状態をより一般的な形式で定式化できる。

表-1 確率利用者均衡のアルゴリズム

Author Year	Objective Function	Algorithm
Sheffi and Powell 1982	Sheffi	MSA
Maher and Hughes 1995	Sheffi	Modified MSA
Chen and Alfa 1991	Fisk	Modified FW
Huang 1995	Fisk	Modified FW
Leurent 1995	Fisk	MSA
Bell et al. 1993	Fisk	Balancing
Damberg et al. 1996	Fisk	Modified DSD

3.5 アルゴリズム

確率利用者均衡問題のうち、Sheffi and Powell (1982)の方法は、解法の一次と二次の条件を示すことができる。但し解の唯一性はリンク・フローについての補償されるが、パスフローについては補償されない。Fisk (1980)のMNL型の配分の最小化問題は、混雑効果を示す項と確率的な変動を示すエントロピー項の関係に集約している。これらの最適化問題を解くための基本的なアルゴリズムを以下に整理する。

Frank Wolf 法, 射影法, Damberg et al. (1996)によるSimplicial Decomposition 法などが提案されている。

Powell and Sheffi (1981)のMSA (Method of Successive Averages) 法は、一次元探索に目的関数を使わないため、確率利用者均衡問題の解法としても優れている。MSA 法の特徴は、リンクレベルで計算を行うため、計算コストが安い点にある。一方、最適化計算の途中で、ステップサイズの最適化のために一次元探索を行わないため、収束が遅い。また MSA 法で降下方向の決定にDialを用いた場合では、繰り返し計算で経路の用いた場合、繰り返し計算で経路の switching 現象が発生し、収束しない。マルコフモデルの場合では、配分対象経路の決定に経路コストを用いていないため、こうした問題はなく部分線形化法により収束が保証される。

Chen and Alfa (1991)はFrank-Wolfe法のステップサイズの改良を行っている。大規模ネットワークでは実用的ではないが、リンク・パスインシデントマトリクスの逆行列を用いている。Huang (1995)はこのアルゴリズムを改良し、逆行列を用いない方法を提案している。Bell et al. (1993)は、エントロピーモデルと似た方法で、ステップサイズを決定する現実的な方法を提案している。

3.6 ローディングの方法

3.6.1 シミュレーション法

実際に交通量配分を行う上では、仮定した経路選択原則を満たすように交通量をリンクに流す確率的ローディングを行う必要がある。これらのアルゴリズムはシミュレーションにおいても共通に利用可能である。

Von Falkenhausen (1966)は、異なる経路は共有リンク

をシェアしているであろうことに着目し、“non-attractive paths”の存在を定義し、対数正規関数型の経路選択モデルを用いた。ここでは、モンテカルロシミュレーションが配分を行うために用いられた。Burrell (1968)は、リンク旅行コストが一樣に分布するランダム変数と仮定し、リンクレベルのシミュレーションによる確率配分を提案している。平均所要時間を計算するフェイズと計算された所要時間に基づいて最短経路を見つけるフェイズに分けて考えられる。確率的ネットワークローディングは異なる最短経路に対して配分されたフローの平均化することで得られる。この方法では、パスフローは中間変数として用いられる。設定した確率分布から得られるランダムな旅行コストを得るシミュレーションは、リンクコストが負になる場合がある。この場合はゼロに置き換えることで処理するためバイアスが生じる可能性があるといった問題があった。

3.6.2 Dialの方法

Dial (1971)はパスの列挙プロセスを用いないロジット関数を用いた有効な方法を示した。 c_k を経路 k のコスト、 θ をパラメータとするなら 経路 k が選ばれる確率は以下の式で表されるとしよう。

$$P(k) = \frac{\exp(-\theta c_k)}{\sum_i \exp(-\theta c_i)} \quad (57)$$

ここでリンクレベルでパスフローを考える。リンク i におけるパス k の選択確率を導出した。

$$W_{ij} = w_i * e_{ij} = w_i * \exp(-\theta(c_i^* + c_{ij} - c_j^*))$$

$$w_j = \sum_i W_{ij} \quad (58)$$

ここで c_{ij} は、リンク (i,j) のコストを示す。 c_i^*, c_j^* はノード i, j 間の最短経路を示す。 W_{ij} / w_j は出発地 r から、リンク ij を経由して、ノード j に到着するトリップの確率を示す。Dialのアルゴリズムは、2つのステップから構成される。最初のステップでは、式(58)のリンクウエイトの計算を出発地から始める。次にネットワークローディングを目的地側から始める。このアルゴリズムでは経路を明示的に扱うことなく交通量を配分することができる。

Dialのアルゴリズムは交通量配分で広く用いられている。これは、後のVan Vliet (1981)によってLogit Modelとの等価性が確認されたことに拠るところが大きい。Leeds大学でSATURNの開発を行っていたVan Vlietは出発地 r から目的地 s に行く経路 k が以下の経路 k を構成する全てのリンクに対する掛け算で表されることを示した。

$$P(k) = \prod_{i,j} \frac{W_{ij}}{w_j} = \frac{W_{r_1}}{w_{r_1}} \cdots \frac{W_{r_n}}{w_{r_n}} \cdots \frac{W_{s_1}}{w_{s_1}} \cdots \frac{W_{s_n}}{w_{s_n}} = \frac{w_{r_1} e_{r_1}}{w_{r_1}} \cdots \frac{w_{r_n} e_{r_n}}{w_{r_n}} \cdots \frac{w_{s_1} e_{s_1}}{w_{s_1}} \cdots \frac{w_{s_n} e_{s_n}}{w_{s_n}} = \alpha(\Delta k) \quad (59)$$

確率利用者均衡モデルにおける選択枝問題



図-5 配分における選択枝の考え方

ここで Δk は、経路 k と最小経路とのコスト差を示す。ODペア間の全ての有効経路に対して確率を足しあわせると以下の式を得る。

$$\sum_k P(k) = \sum_k \frac{e^{\Delta k}}{w_k} = \sum_k \frac{\exp(-\theta(c_k - c_k^*))}{w_k} = 1 \Rightarrow w_k = \sum_k \exp(-\theta(c_k - c_k^*)) \quad (60)$$

式(60)を用いることで、最終的に以下のロジットモデルを導くことができる。

$$P(k) = \frac{\exp(-\theta(c_k - c_k^*))}{\sum_k \exp(-\theta(c_k - c_k^*))} = \frac{\exp(-\theta(c_k))}{\sum_k \exp(-\theta(c_k))} \quad (61)$$

この証明により、MNLモデルと確率利用者均衡モデルの理論的な再定義が可能となった。

一方、Gunarsson (1972) や Tobin (1977) は、ロジットベースではない経路配分方法を開発している。Randle (1979) は、明示的に経路を列挙しない方法を提案している。この方法では、前節で述べた経路の重複をローディング時に説明することができる点に特徴がある。Bell (1995) は Dial のアルゴリズムがサイクリックな経路を含んでいないことに着目し、有効経路の定義を緩和し、サイクリックな経路を含む全ての経路を考慮した手法を提案している。

確率的ローディングで重要な点は選択枝の限定と列挙の方法である。2章でレビューを行った離散選択モデルは選択枝を所与のものとして取り扱っている。実際の交通量配分では経路選択枝の生成を考慮する必要がある。図-5に示すように Implicit な方法と Explicit な方法の2つが考えられる。Dial のアルゴリズムの最大の利点は、選択枝を Explicit に取り扱うことなく、経路選択原則を満たすように交通量を配分することにある。しかも、その選択枝は暗黙裡に限定されている。但し、起点からの最短距離のみに着目するため、逆戻りするような経路が選択枝として列挙されないといった問題がある。

3.6.3 マルコフ法

Implicit に経路を取り扱い交通需要をネットワーク上に配分する方法は、Dial (1971) に先んじて佐佐木 (1965, 1969) が提案している。この方法の特徴はサイクルを含む全経路に交通需要を配分する点にある。

佐佐木は交通量配分の問題を、起点を出たクルマが終点において確率 1 で吸収されるという独創的な考えに帰着させて考えた。このモデルでは、ノード集合間のマルコフ連鎖則にしたがって分岐を繰り返す。車両がノードにいる確率を式(62)のように推移確率行列 Q を用いて、逆行列で求める。

$$I + Q^1 + Q^2 + \dots = [I - Q]^{-1} = \begin{bmatrix} I & Q_1[I - Q_2]^{-1} \\ 0 & [I - Q_2]^{-1} \end{bmatrix} \quad (62)$$

ここで、 $Q_1[I - Q_2]^{-1}$ は起点別のノードの選択確率を示す。この方法では明示的に経路を列挙することなく交通量を配分することが可能である。

行動モデルとの関連性において、Akamatsu (1997) は、推移確率を以下の条件式確率(式(63))で与えることで、佐々木のマルコフ配分とMNLモデルとの整合的に再定義できることを示した。

$$P(j|i) = \exp[-\theta(t_{ij} + S_{jd} - S_{id})] = \exp(-\theta_{ij}) \frac{V_{js}}{V_{is}} \quad (63)$$

このとき経路選択確率は Van Vliet の証明と同様に以下の式(64)のようにMNLモデルで表されることを示した。

$$\begin{aligned} \prod_{ij} p(j|i)^{\delta_{ij,r}^{od}} &= \prod_{ij} \exp[-\theta(t_{ij} + S_{jd} - S_{id})]^{\delta_{ij,r}^{od}} \\ &= \exp[-\theta C_r^{od}] \exp[-\theta(S_{dd} - S_{od})] \\ &= \frac{\exp(-\theta C_r^{od})}{\sum_{r=1}^{\infty} \exp(-\theta C_r^{od})} \end{aligned} \quad (64)$$

佐佐木のマルコフ連鎖モデルではサイクリックパスが無限に発生してしまうという問題があった。この問題に対して、リンクと経路の回転角度の概念を複素抵抗行列を用いて記述することで、全てのサイクリックパスを除去することで、赤松・牧野 (1996) により解決されている。但しネットワーク構成によっては、経路の重複の問題が増幅される可能性がある。

4. 課題

本稿では、ネットワーク上の行動について、効用最大化理論とネットワーク均衡配分の考えに基づいたモデルの発展の経緯に則して、その実際的な手法論を整理した。いくつかの課題はあるにせよ、効用最大化理論に基づいた離散型選択モデルと均衡配分は理論的に関連付けられ、実ネットワークに適用可能な効率的なアルゴリ

ズムが開発されている。

MacFaddenが述べているように、通常我々が用いる交通行動モデルは以下の3つの仮説に基づいて構築されている。1)旅行者は完全に全ての選択肢の情報を得ている。2)得られる結果の確率分布を選択の前に知っている。3)効用最大化理論に従う。といった合理的な行動仮説を無意識に指示している。

こうした行動仮説に対して、現実の人間の行動がそのような合理性を前提になされていないという指摘がある。情報処理の限界を考慮し、確率分布の認知にヒューリスティクスを導入し、EBAや非補償型などその他の意思決定過程も考慮することが重要であるという視点である。

ここで、トラベラーが非合理的なあり方は無数にあり、それをモデル化して分析しても、一つの特殊な例の分析に過ぎない。また、複雑化した行動モデルを、ネットワークモデルに整合的に組み込むには解決すべき課題は多く、合理的な意思決定モデルとネットワークモデルに代わり得る一般的な分析の方法論は未だ現れていない。本章では、既存の理論の枠組みとその関連性に残された課題を整理することで、今後のネットワーク分析の方向性を考えてみたい。

4.1 選択肢 計算可能性

ネットワーク上の経路選択原則の仮定により様々な配分モデル、実用的なローディング・アルゴリズム、最適化手法が開発されてきた。McFadden(1971)が効用最大化理論に基づいて再定義した MNL モデルと理論的な整合性を確保した上で、現実的な解法が示されたことで、静的な確率利用者均衡モデルは、交通ネットワーク分析において、ほぼ一定の成果を得た。

MNLモデル以降、開発されてきた行動モデルは、必ずしもネットワークモデルへの組み込みを前提としたものではない。無論いくつかのモデルは、確率利用者均衡配分への組み込みが可能であり、数理的定式化と解法が確立されている。しかし、選択肢は所与のものとして、求解性の問題は考慮されないケースが多い。

Ben-Akiva, Birlaire(1999)は、経路選択問題の隠れた特性として、実際にドライバーは物理的に利用可能な膨大な選択肢の全てを考慮しているわけではないことに言及している。さらに、実ネットワーク上の代替経路は、共有するリンクの存在ゆえ、常になんらかの相関関係を持っている。通常の行動モデルでは、交通機関選択モデルを対象とするケースが多く、選択肢を所与とするケースが多い。この場合、選択肢集合の問題を考える必要は殆どない。一方経路選択モデルでは、ネットワーク規模の増加に伴い利用できる経路の数は増加することになる。利用する際にドライバーが実際に考慮する現実的な経路候補の生成の仮説が必要となる。

確率利用者均衡における確率的なローディングモデルで、経路を明示的に列挙しない Implicit アプローチは、計算の効率性を考える上で重要である。例えばリンク選択確率へ分解可能であるなら、経路の重複問題を取り扱える行動モデルを MCA 法など適用することが可能である。ただし、リンク選択確率に分解できたとしても、経路変数を含む場合、厳密には多くの計算メモリーを必要と

することになる。現実ネットワークへの適用に向けて効率的な計算手法の開発が重要である。

一方、Explicitアプローチでは、経路選択肢が確率利用者配分の負荷段階で既に定義される必要がある。選択される現実的な経路候補を見つける有効な方法の開発が重要となる。Hato & Asakura(2000)は、メンタルマップアプローチをベースに、Simplicial Decomposition法を用いて、効率的に重複する経路を列挙するアルゴリズムを示している。リンク認知確率をベースにしたネットワークの効率的な集約方法の開発は、MCA法における経路重複問題の解決や、シミュレーションモデルにおける現実的な経路選択肢集合生成アルゴリズムの実装という観点からも解決すべき重要な課題と考える。

4.2 情報 逆選択問題

ITS 技術を用いた交通情報の提供による経路選択行動の変化とそれに伴うネットワーク上の交通需要の時間的・空間的再配置が期待される。

ネットワーク上の交通行動に対する情報の影響を論じようとするとき、情報の不確実性とその価値から離れて議論することはできない。人は不確実な状況で、情報の価値を認め購入する。確実性のなかで情報を語ることは無意味といえよう。ネットワーク上の行動モデルは意思決定の不確実性を前提にしたものでなければならない。

McCardle(1985)やHato et al(1999)が仮定したように、意思決定者は信念をより厳密なものにするために情報を獲得する。このことをモデル化することが重要である。交通情報を処理した後、意思決定者は、考慮中の情報を採用するか、もっと情報を集めるか、それとも選択経路を変更する可能性を破棄するかどうかの決断をおこなう。不確実性は情報の必要性を導入するので、情報が蓄積され不確実性が減少されるにつれて、継続して情報を集めようという意思決定者の傾向が削減されていく。つまり、さらなる情報獲得の誘因となる情報の価値の事後平均値の差は、すでに獲得された情報の数が増えるとともに小さくなる。

さらに、従来の均衡モデルでは、利用者にいかに情報が伝達されていくか=“情報伝達能力”を考慮していない。情報伝達力は、情報の費用、情報の質、およびリスク回避度などによって決定される。こうした行動原理をモデルに取り込み、ネットワーク上で評価していくことが重要である。

実際のネットワーク上では様々な交通情報が提供されると共に、デジタルデバイドなどの問題もあるため、意思決定者自身が実際の状態とは異なる私的情報を持つ状態に陥りやすい。こうした状態は「情報の非対称性」として理解できる。Akerof(1970)はマーケットの中に私的情報が存在するときには、厚生経済学の伝統的な公理が失敗する「逆選択」のケースが生まれ、粗悪品が良質品を駆逐すること場合があることを示した。こうした情報の質と意思決定者の内部情報の概念は、所要時間の長い経路に需要が集中しているような状態を説明する上で重要である。

このような問題に対して、小林(1990)らが示したような合理的期待形成モデルや、Grossman and Stiglitz (1980)

が示したようなノイズのある合理的期待モデルに基づいたアプローチが一つの方法として考えられよう。不確実性下の意思決定フレームを前提に、情報の獲得と道路ネットワークのパフォーマンスそのものの安定性と均衡状態の特性を分析していくことは、本質的な問題であり、交通情報の提供とドライバーの反応と長期のネットワークの交通状態の推移を理解していく上で興味深い。

4.3 時間

今は亡きPas(1990)は、交通需要モデルは停滞期に入ったか？“*Is travel demand analysis and modelling in doldrums?*”と題した論文の中で、1985年から1990年当時までの5年間を指して、交通行動分析は、動的分析の時代に入ると位置付けた。彼は、実証データの徹底的な収集に基づいた動的な行動プロセスの確認の重要性を説いた。従来の行動モデルの問題点は、藤井(2001)が指摘しているように、1時点のみの個人間の差に基づいて推定されたパラメータで、交通サービスが変化したときの個人内の行動の変化を説明しようとしている点にある。1980年代中期からDuch Mobility Panelと呼ばれる縦断データを利用してパネル分析が盛んに行われた(Kitamura, 1990)。ここでは、状態依存や系列相関といった新たなパラメータを導入することで従来の静的な行動モデルの改善、動的な意思決定プロセスの概念の開発、有効なデータ収集方法に関して一定の成果をあげたものの、動的な枠組みに基づいた現実的なモデルを得るにはいたっていない。

Schackle(1972)が述べるように、純粋に時間に依存した不確実性というものは均衡や効用最大化理論とは相容れない。時間の経過は、知識の内生的な変化を生み出し、不確実性を克服するために情報は獲得される。重要な点はKnight(1971)が重視したように不確実性がある種の状態として、計測できるかどうかという点ではなく、意思決定そのものを時間依存的なものとして捉えるかどうかに関わっている。意思決定を時間の中で捉えるなら、暗黙知、習慣の形成、情報の認知、エージェント間のコミュニケーション、習慣の破壊、進化といったプロセスとその変化の方向性を捉えた明示的なモデルの枠組みが必要である。

ここでさらに重要なのは、これらの意思決定プロセスはシステムのフィードバックと無関係ではない点である。意思決定モデルは、システムの中で整合的に関連付けられると同時に、現実には計算可能なアルゴリズムを持ち合わせなければならない。

ここで、従来の交通ネットワークの均衡分析を出発点に考えてみる。交通均衡配分では、不動点として定義した静的な均衡状態を仮定され、システムによって一旦達した利用者行動仮説によって交通現象が再現される。しかし時間軸上で同じ状態が続く交通システムは実際には存在しない。トラベルコストと利用者選択、需要の組み合わせとその水準は時間的に変化するからである。

離散的な時間軸上での交通ネットワークの安定性に関してLyapunovの定理が有名である。Smith(1984)は、均衡を離散時間システムの中で定式化することを試みている。ここでは代替経路よりもコストの高い経路にいるドライバ

ーは、コストの高い経路のフローの量に比例して代替経路に転換するという仮説を前提に、凸空間で大局的収束する均衡点を示している。時間軸上の局所的均衡解の安定性の問題は、Horwitz(1984)によって指摘されている。

ワードロップ均衡の概念的な解釈(ドライバーが自身のコスト最小化を目指すというシステムにおける)の問題は以下の点に集約される。もしもドライバーが全て同じコスト価値を考えるなら、初期状態が変わってもコストの認知は同じであることが仮定されていることになる。この際、全員が同じコスト最小の経路を選ぶことになる。したがって、全てのドライバーは日々永遠に、2つの経路の間で“振動”を続けることになる。日々のネットワーク上で認知コストが同じ経路のドライバーの行動を明確に説明するモデルの必要性が高い。

行動モデル単独に着目し、還元主義的方法に基づいて、事象をできるだけ小さな単位に分割して考えることで、行動の動的な側面を記述することは可能である。しかし、それを積み上げても、全体の動きを説明することは集計問題が存在するため難しい。意思決定者とシステム全体のフィードバック性や、エージェント間の関係性が存在するためである。一方で、従来のマクロ的方法では個々の要素がどのように全体に関与するかが明らかではない。交通均衡の概念を離散時間軸上の動学方程式系として再定義する必要がある。

個々の要素と、その相互の関係を時空間ネットワーク上で全体の動きを説明する全包括的方法を用いて捉える手法論の開発が求められる。まず、システムそのものを、動学方程式として記述するとともに、習慣性やその破壊のコストといった諸相をモデルに取り込む必要がある。この際、意思決定を時間軸上で記述した上で、その変化のタイミングと方向性をシステムとの関連性においてモデル化する必要がある。

5. 終わりに

実際の交通ネットワーク上で展開される交通行動とその結果生み出される交通現象は多種多様である。知識情報化社会の中で、交通は、意思決定者個人の選択行動だけでなく、その他のアクティビティや他人とのコミュニケーションとの関連性の中で大きく変わろうとしている。それらをただ漫然と眺めているだけでは、実際の現象を本当に理解し、有用な論理を得ることは困難であるように思われる。ネットワークで生じている何らかの特定の現象のある側面に注目し、徹底的な観察と創意を凝らした実験を伴うことで初めて、現実利用可能な簡潔な論理構造を抽出することが可能である。

ITとITSは交通行動とコミュニケーションおよびそれを取り巻く都市ネットワーク上の諸環境について膨大且つ正確なデータセットのフローを発生させる点で革新的である。「観測なくして理論なし」という言葉のとおり、これらの道具を用いて、今現実には起こっている現象をある目的をもって正確に捉えるための努力が必要である。そして観察の結果抽出された論理構造は、現実の世界の何らかの側面を構造的且つ正確に再現するとともに、数学

的に(仮定を含んだとしてもその中では)厳密に完結した体系になっていることが必要不可欠である。

普遍的な一つ一つの理論なりモデルなりは、独立して存在し得る。しかし、数多くの理論の間には、実は密接な論理的な関係性がある。これらの関係性を無視することはできない。大袈裟な言い方かもしれないが、それらの間の関係の総体こそが、土木計画学そのもののものではないだろうか。

個々の現象を捉える意味ある論理構造の境界をはっきりさせた上で、その関係性を整理し、現象に対する新たな理解を深めていく必要がある。我々は、たった一つの統一的理論を用いて現象に触れることで、現実を完全に理解したと思うほど愚かな者ではないはずだ。複眼的な論理構造によって実際に起こっている現象と向かい合うことで、進むべき計画の方向を示すためのより精緻な意味のある理解が初めて得られると考える。

謝辞:

経験の浅い著者に招待論文という機会を与えてくれた土木計画学小委員会に感謝致します。

広島大学杉恵頼寧教授、東京大学桑原雅夫教授、日本交通技術(株)森田紳之氏には、著者が企業在籍中より、ネットワークモデルの基礎と検証のための実データ収集について貴重なご意見を頂いた。高知工科大学吉井稔雄助教授、東京都立大学大口敬助教授、京都大学藤井聡助教授をはじめとする ITS 若手研究会の皆さんと甲論乙駁を交わしたことが研究を進める上で有益であった。ここに感謝の意を示します。

論文奨励賞の受賞論文は、愛媛大学の朝倉康夫教授、柏谷増男教授、アジア航測(株)平井千智氏との共著論文である。特に朝倉康夫教授には、愛媛大学赴任以来3年余にわたる長い期間にわたり、ネットワークモデルからデータモニタリングに至るまで深く貴重な討議を頂いたように改めて思う。ここに心より感謝致します。

References

- Akamatsu, T. (1997). Decomposition of Path Choice Entropy in General Transport Networks. *Transportation Science*, **31**(4), pp. 349-362.
- 赤松隆・牧野幸雄(1996) 複素数空間で経路の幾何学要因を考慮した確率的交通配分, 土木計画学研究・講演集 **19**, pp.553-556.
- Akerlof, G. (1970) 'The Market for "Lemons": Quality, Uncertainty and the Market Mechanism', *Quarterly Journal of Economics*, **84**, 488-500.
- Beckmann, M., McGuire, C.B. and Winsten, C. (1956). *Studies in the Economics of Transportation*. Yale University Press, New Haven, Conn.
- Bell, M.G.H. (1995) Alternatives to Dial's Logit Assignment Algorithm, *Transportation Research*, **29B**, pp. 287-295.
- Bell, M.G.H., Lam, W.H.K., Ploss, G. and Inaudi, D. (1993). Stochastic User Equilibrium Assignment and Iterative Balancing, *Proceedings of the 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, ed. C.F. Daganzo, Berkeley, CA, pp. 427-439.
- Bell, M.G.H. and Iida, Y. (1997). *Transportation Network Analysis*. John Wiley & Sons Ltd., West Sussex.
- Ben Akiva, M., Boccara, B. (1995). Discrete choice models with latent choice sets, *International Journal of Research in Marketing*, **12**, pp. 9-24.
- Ben-Akiva, M., Bergman, M.J., Daly, A.J., and Ramaswamy, R. (1984). Modelling Inter Urban Route Choice Behaviour. In *Proceedings of the 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, eds. J. Volmuller and R. Hamerslag, VNU Press, Utrecht, pp. 299-330.
- Ben-Akiva, M. and Lerman, S.R. (1985). *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. MIT Press, Cambridge.
- Ben-Akiva, M. (1973) Structure of passenger travel demand models. Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, U.S.A.
- Ben-Akiva, M. and Bierlaire, M. (1999) Discrete choice methods and their applications to short term travel decisions. *Handbook of Transportation Science* ed R.W. Hall, pp. 5-33. Kluwer Academic Publishers (Norwell, Massachusetts).
- Ben-Akiva, M. and Bolduc, M. (1991) Multinomial Probit with Autoregressive Error Structure, *Cahier 9123*, Department of Economics, University Laval, Quebec.
- Ben-Akiva, M.E. and Lerman, S.R. (1985) *Discrete Choice Analysis*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Bhat, C.R. (1995) A heteroscedastic extreme value model of intercity travel mode choice. *Transportation Research* **29B** (6), 471-483.
- Bhat, C.R. (2000) Quasi-random maximum simulated likelihood estimation of the mixed multinomial logit model. Paper presented at the 9th International Association of Travel Behaviour Research Conference, Queensland, Australia.
- Brownstone, D., Bunch, D.S. and Train, K. (2000) Joint mixed logit models of stated and revealed preferences for alternative-fuel vehicles. *Transportation Research* **34B**, 315-338.
- Burrell, J.E. (1968) Multiple route assignment and its application to capacity restraint. *Proceedings of the Fourth International Symposium on the Theory of Traffic Flow*, Karlsruhe, Germany.
- Cardell, N.S. and Dunbar, F.C (1980) Measuring the societal impact of automobile downsizing. *Transportation Research*, **14A** (5-6), 432-434.
- Cascetta, E., Nuzzolo, A., Russo, F. and Vitetta, A. (1996) A modified logit route choice model overcoming path overlapping problems. Specification and some calibration results for inter-urban networks. *Transportation and Traffic Theory: Proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory* ed J.B. Lesort, pp. 697-711. Elsevier Science, Oxford.
- Cascetta, E., Papola, A., Russo, F., and Vitetta, A. (1998) Implicit availability/perception logit models for route choice in transportation networks. *World Transport Research: Selected Proceedings of the 8th World Conference on Transport Research* eds H. Meersman, E. Van de Voorde and W. Winklemans, pp. 15-24. Pergamon, Amsterdam.
- Cascetta, E. and Papola, A. (1997) Random utility models with implicit choice set generation. Paper presented at the 8th

- International Association of Travel Behaviour Research Conference, Austin, Texas.
- Chen, M., and Alfa, A.S. (1991). Algorithms for solving Fisk's stochastic traffic assignment model, *Transportation Research*, **25B**, pp. 405-412.
- Chu, C. (1981) Structural issues and sources of bias in residential location and travel mode choice models. Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, Northwestern University, U.S.A.
- Chu, C. (1989). A Paired Combinatorial Logit Model for Travel Demand Analysis, *Proceedings of the Fifth World Conference on Transportation Research*, **4**, Ventura, CA, pp. 295-309.
- Daganzo, C. (1979) *Multinomial Probit: The Theory and its Application to Demand Forecasting*. Academic Press, New York.
- Daganzo, C.F. and Sheffi, Y. (1977) On stochastic models of traffic assignment. *Transportation Science*, **11**(3), 253-274.
- Damberg, O., Lundgren, J.T., and Patriksson, M. (1996). An Algorithm for the Stochastic User Equilibrium Problem, *Transportation Research*, **30B**, pp. 115-131.
- Dial, R.B. (1971) A probabilistic multi-path traffic assignment algorithm which obviates path enumeration. *Transportation Research*, **5** (2), 83-111.
- Evans, S.P. (1974). Some Methods for Combining the Trip Distribution and Traffic Assignment Stages in Transport Planning Process. *Traffic Equilibrium Methods* (M. Florian Ed.), pp. 201-228.
- Evans, S.P. (1976). Derivation and Analysis of Some Models for Combining Trip Distribution and Assignment, *Transportation Research*, **10**, pp. 37-57.
- Fisk, C. (1980). Some Developments in Equilibrium Traffic Assignment, *Transportation Research*, **14B**, pp. 243-255.
- Frank, M. and Wolfe, P. (1956). An Algorithm for Quadratic Programming. *Naval Research Logistics Quarterly*, **3** (1-2), pp. 95-110.
- 藤井聡(2001) 土木計画のための社会的行動理論－態度追従型計画から態度変容型計画へ－, 土木学会論文集, -印刷中-
- Gliebe, J.P., Koppelman, F.S. and Ziliaskopoulos, A. (1999) Route choice using a paired combinatorial logit model. Paper presented at the 78th meeting of the Transportation Research Board, Washington D.C.
- Grossman, S.J. and Stiglitz, J.E. (1980). 'On the Impossibility of Informationally Efficient Markets', *American Economic Review*, **70**, 393-408.
- Gunarsson, S.O. (1972). An Algorithm for Multipath Traffic Assignment, *PTRC Seminar Proceedings, Urban Traffic Model Research*.
- Hato, E. and Asakura, Y.(2000) Incorporating Bounded Rationality Concept into Route Choice Model for Transport Network Analysis. European Transport Conference 2000 in Cambridge, Behavioral Modelling, Vol.441, pp.1-12.
- Hato, E., Taniguchi, M., Sugie Y., Kuwahara M. and Morita, H. (1999) Incorporating an information acquisition process into the route choice model under multiple traffic information sources. *Transportation Research* **7C**(2/3), pp.109-130.
- Horwitz, J.L.(1984) The stability of stochastic equilibrium in a two link transportation network. *Transportation Research* **18B**(1), E13-28.
- Huang, H. (1995). A Combined Algorithm for Solving and Calibrating the Stochastic Traffic Assignment Model. *Journal of Operational Research Society*, **46**, pp. 977-987.
- Kitamura, R. (1990) Panel analysis in transportation planning: An overview, *Transportation Research* **24A**, 401-405
- 小林潔司(1990)不完全情報下における交通均衡に関する研究, 土木計画学研究・論文集 **8**, pp81-88.
- Koppelman, F.S. and Wen, C. (2000) The paired combinatorial logit model: properties, estimation and application. *Transportation Research B*, **34** (2), 75-89.
- Leurent, F.M. (1995). Contributions to the Logit Assignment Model, *Transportation Research Record 1493*, TRB, National Research Council, Washington D.C., pp. 207-212.
- Luce, R. (1959) *Individual Choice Behaviour: A Theoretical Analysis*. John Wiley, New York.
- Maher, M., and Hughes, P.C. (1997). A Probit Based Stochastic User Equilibrium Assignment Model, *Transportation Research*, **31B**, pp. 341-355.
- Maher, M. and Hughes, P.C. (1998). New Algorithms for the Solution of the Stochastic User Equilibrium Assignment Problem with Elastic Demand. Paper presented at the 8th World Conference on Transport Research, Antwerp.
- MacCardle, K. F.(1985) Information acquisition and adoption of new technology, *Management Science*, **31**(11), 1372-1389.
- McFadden, D. (1973) Conditional logit analysis of qualitative choice behaviour. *Frontiers in Econometrics* ed P. Zarembka, pp. 105-142. Academic Press, New York.
- McFadden, D. (1978) Modelling the choice of residential location. *Spatial Interaction Theory and Residential Location* eds A. Karlqvist, L. Lundqvist, F. Snickars, and J. Weibull, pp. 75-96. North-Holland, Amsterdam.
- McFadden, D (1989) A method of simulated moments for estimation of discrete response models without numerical integration. *Econometrica*, **57**, 995-1026.
- McFadden, D. and Train, K. (2000) Mixed MNL models for discrete response. *Journal of Applied Econometrics*, **15** (5), 447-470.
- Maher, M.J. and Hughes, P.C. (1998) Recent developments in stochastic assignment modelling. *Traffic Engineering and Control*, **39** (3), 174-179.
- Nielsen, O.A., Hansen, C.O. and Daly, A. (2000) A large-scale model system for the Copenhagen-Ringsted railway project. Paper presented at the 9th International Association of Travel Behaviour Research Conference, Queensland, Australia.
- Pas, E. I.(1990) Is travel demand analysis and modelling in doldrums? In Jones, P. M. (Ed.), *Development of Dynamic and Activity-Based Approaches to Travel Analysis*, Gower, Aldershot, UK, pp.3-27.
- Paag, H., Daly, A. and Rohr, C. (2000) Predicting use of the Copenhagen Harbour Tunnel. Paper presented at the 9th International Association of Travel Behaviour Research Conference, Queensland, Australia.
- Powell, W.B. and Sheffi, Y. (1982). The Convergence of Equilibrium Algorithms with Predetermined Step Sizes. *Transportation Science*, **16**, pp. 45-55.
- Prashker, J.N. and Bekhor, S. (1999) Investigation of stochastic network loading procedures. *Transportation Research Record*, **1645**, 94-102.
- Prashker, J.N. and Bekhor, S. (1998) Stochastic user-equilibrium formulations for extended-logit assignment models. *Transportation Research Record*, **1676**, 145-152.

- 佐佐木綱(1965) 吸収マルコフ過程による交通量配分理論, 土木学会論文集, No.12, pp28-32.
- Sasaki, T.(1969) Probabilistic Models for Trip Distribution, Proceedings of the 4th International Symposium on the Theory of Traffic Flow, 205-210.
- 佐々木邦明, 森川高行, 杉本直 (1995) 潜在セグメントを考慮した動的な休日買物目的地選択分析, 土木計画学研究・論文集, No.12, pp.397-404.
- Shackle, G. L. S. (1972) Epistemics and Economics, Cambridge University Press, pp.253-254.
- Sheffi, Y. (1985) Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Sheffi, Y. and Daganzo, C.F. (1978). Another paradox of traffic flow. *Transportation Research* **12**, 43-46.
- Sheffi Y. and Powell, W.B. (1982). An Algorithm for the Equilibrium Assignment Problem with Random Link Times, *Networks*, **12**, pp. 191-207.
- Sheffi, Y. and Powell, W.B. (1981) Equivalent minimization programs and solution algorithms for stochastic equilibrium transportation network problems. Paper presented at the 60th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington D.C.
- Smith, M.J. (1979). The existence, uniqueness and stability of traffic equilibria. *Transportation Research* **13B**(4), 295-304.
- Smith, M.J. (1984). The Stability of Dynamic Model of Traffic Assignment: An Application of a Methods of Lyapunov. *Transportation Science* **18**, 245-252.
- Smith, T.E. (1978). A Cost-efficiency Approach to the Analysis of Congested Spatial-interaction Behavior. *Regional Science and Urban Economics*, **8**, pp. 313-337.
- Thurstone, L. (1927) A law of comparative judgement. *Psychological Review*, **34**, 273-286.
- Train, K. (1999) Halton sequences for mixed logit. Department of Economics, University of California, Berkeley.
- Tobin, R.L. (1977). An Extension of Dial's algorithm utilizing a model of tripmakers' perceptions, *Transportation Research*, **11**, pp. 337-342.
- Van Vliet, D. (1976). Road Assignment - I, II. *Transportation Research* **10**(3), 137-149.
- Van Vliet, D. (1981). Selected Node Pair Analysis in Dial's Assignment Algorithm, *Transportation Research*, **15B**, pp. 65-68.
- Von Falkenhausen, H. (1966). Traffic Assignment by a Stochastic Model, *Proceedings of the 4th Congress on Operational Research*, 1966, pp. 415-421.
- Vovsha, P. (1997) Application of cross-nested logit model to mode choice in Tel Aviv, Israel, Metropolitan Area. *Transportation Research Record*, 1607, 6-15.
- Vovsha, P. and Bekhor, S. (1998) Link-nested logit model of route choice: overcoming route overlapping problem. *Transportation Research Record*, 1645, 133-142.
- Wardrop, J.G. (1952) Some theoretical aspects of road traffic research. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part II*, 1 (36), 325-362.
- Wen, C. and Koppelman, F.S. (2000) The generalised nested logit model. Paper presented at the 79th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington D.C.
- Williams, H.C.W.L. (1977) On the formation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefit. *Environment and Planning* **9A** (3), 285-344.
- Winter, S. (1964), Economic "natural selection" and the theory of the firm, *Yale Economic Essays*, Spring, 224-272.