【土木計画学研究・講演集No. 24(1) 2001年11月 スペシャルセッション】

社会資本整備の投資タイミング*1
Timing of Infrastructure Investment*1

高木朗義*2, 上田孝行*3, 横松宗太*4, 多々納裕一*5, 榊原弘之*6
By Akiyoshi TAKAGI*2, Taka Ueda*3, Muneta Yokomatsu*4 and Hirokazu Tatano*5, Hiroyuki Sakakibara*6

1. はじめに

社会資本整備への投資の決定は，常に将来における不確実性を考慮した上で行わなければならない．投資タイミングが遅延すれば，遅れた期間に得られるはずの便益を得ることができない可能性がある．しかし，その代わりに情報が追加され，将来に対する不確実性が小さくなれば，より確実な決定が可能となる．したがって，将来における不確実性が大きい場合には，社会資本整備の投資タイミングに関する議論が重要となる．

大規模な社会資本整備は，プロジェクトを中止してもそれまでに投入した費用を回収して整備前に戻ることができないため，サンクコスト（埋没費用）を伴う．また，過去の社会資本整備へ追加的に投資する場合には，過去の整備費用はサンクしていると考えて，追加的投資がもたらす便益と費用のみが考慮される．その結果，過去の社会資本の蓄積が追加的投資に大きな影響を与えるため，これらを踏まえた議論が必要となる[1]．

わが国には多くの社会基盤が存在するため，現在それらの維持管理費用の確保が難しくなりつつある．また，それらが社会経済活動に影響を与えるレベルにいつ到達するかが不明であるため，適切な維持管理を行っていない可能性がある．特に，施設の適切な維持管理を行わなければ，設計外力以内でも破壊する可能性が高くなり，災害リスクを回避できない．また，改築や更新を行えば，災害リスクを回避できる場合でも，普段の使用に支障のない場合には，災害がいつ発生するか不明であるため，改築更新を遅らせる可能性がある．したがって，まず適切な施設診断が必要であるし，維持管理を含めた実施時期に関する議論が重要となる．

本スペシャルセッションでは，以上のような問題意識を念頭に，社会資本整備における最適な投資タイミングのあり方について話題提供を行い，それを手がかりに議論することを目的とする．まず，上田より伝統的なフレームでの投資タイミングについて，次に，横松より Real Option での投資タイミング論の公共投資への応用について紹介する．さらに，多々納より社会資本のアップグレードにおける費用算定について，榊原より木造家屋の更新タイミングについて紹介する．最後に高木より投資タイミングの決定のための実用的手法を紹介する．

*1キーワード：計画基礎理論，計画手法論，公共事業評価法，土木施設維持管理
*2正員，博(工)，岐阜大学工学部土木工学科
(〒501-1193 岐阜市柳戸1-1, TEL:058-293-2445, FAX:230-1248)
*3 正員，博(工)，東京工業大学理工学研究科国際開発工学専攻
(〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, TEL/FAX:03-5734-3597)
*4 正員，工修，鳥取大学工学部社会開発システム工学科
(〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101, TEL/FAX:0857-31-5311/0882)
*5 正員，工博，京都大学防災研究所総合防災研究部門
(〒611-0011 宇治市五ヶ庄, TEL/FAX:0774-38-4308/4044)
*6 正員，博(工)，山口大学工学部社会建設工学科
(〒755-8611 宇部市常盤台 2-16-1, TEL/FAX:0836-85-9355/9301)
*7Doctoral Student, Department of Environment and Mechanics and Informatics, Tokyo Institute of Technology

2. Implement now or later: An Inquiry into the Timing of Investment

By Takayuki UEDA and Ma. Sheilah A. Gaabucayan*7

2.1 INTRODUCTION

Cost-Benefit Analysis is traditionally done under the condition of certainty by Discounted Cash Flow (DCF) models such as Net Present Value. Using the paradigm of DCF, if NPV > 0, then the optimal timing for investment is now. On the other hand, if NPV < 0, the project should never be done.

This paper briefly examines the effect of timing of service opening on the Net Present Value (NPV) of the project. The theoretical framework adopted in the analysis is based on the work of Marglin[2] who studied 'the timing of investment in relation to changes over time'. The main distinction between this paper and the *aforementioned is that this study* seeks to evaluate optimal timing under positive, negative, and zero growth rate of annual (instantaneous) net benefit ω.

2.2 ASSUMPTIONS

Following the classical framework in the Marglin[2] and Morisugi[3], we assume ;

(1)Optimal Timing of the service opening is considered as Point Mass Investment and occurs right after the construction period.

(2)Only specified cases of constant growth rate of annual net benefit are considered.

2.3 NET PRESENT VALUE AS A FUNCTION OF TIMING

Optimal timing optimizes the Net Present Value (NPV). In symbol, we have

$$T^* = \arg\max_T V(T) \tag{1}$$

$$V(T) = -I\exp(-\rho T) + \int_T^{\infty}(b(t) - c(t))\exp(-\rho t)dt \tag{2}$$

where $V(T)$ - net present value of the project, I - investment cost, $b(t)$- annual benefit, $c(t)$ - annual running cost, ρ - social discount rate, T - Timing of opening of service and T^* - Optimal Timing.

2.4 SPECIFIED CASES OF CONSTANT ω

(1) Net Present Value in the Specified Cases

The annual growth of net benefit may be expressed as:

$$b(t) - c(t) = (\bar{b} - \bar{c})\exp(\omega t) \tag{3}$$

where $(\bar{b} - \bar{c})$ is the initial value of the annual net benefit at t=0. Substituting this to equation (3) yields:

$$V(T) = -I\exp(-\rho T) + (\bar{b} - \bar{c})\int_T^{\infty}\exp\{(\omega - \rho)t\}dt \tag{4.a}$$

$$\text{or } V(T) = -I\exp(-\rho T) + (\bar{b} - \bar{c})\frac{1}{\rho - \omega}\exp\{(\omega - \rho)T\} \tag{4.b}$$

(2) Optimal Timing when $\omega = 0$

From equation (4), we have

$$V(T) = -I\exp(-\rho T) + (\bar{b} - \bar{c})\int_T^{\infty}\exp(-\rho t)dt \tag{5.a}$$

$$\text{or } V(T) = \{-I + (\bar{b} - \bar{c})\frac{1}{\rho}\}\exp(-\rho T). \tag{5.b}$$

For this particular case, NPV is a monotonously decreasing function of T if $V(T)$ is positive, and is a monotonously increasing function if $V(T)$ is negative. Therefore, for zero net benefit growth rate $\omega = 0$, the optimal timing is now when $V(0)>0$. Otherwise, when $V(0) = -I + (\bar{b} - \bar{c})\frac{1}{\rho} < 0$, the project should never be implemented.

(3) Optimal Timing when $\omega > 0$

When the growth rate is positive, the NPV is the maximal at $\tilde{T}$ such that $dV(\tilde{T})/dT = 0$. $\tilde{T}$ is derived as, first

$$\begin{aligned}\frac{dV(T)}{dT} &= \rho I\exp(-\rho T) - (\bar{b} - \bar{c})\exp\{(\omega - \rho)T\} \\ &= \{\rho I - (\bar{b} - \bar{c})\exp(\omega T)\}\exp(-\rho T)\end{aligned}, \tag{6}$$

$$\text{then } \rho I - (\bar{b} - \bar{c})\exp(\omega\tilde{T}) = 0, \tag{7}$$

$$\text{finally, } \tilde{T} = \left(\frac{1}{\omega}\right)\ln\frac{\rho I}{\bar{b} - \bar{c}}. \tag{8}$$

The maximum at $\tilde{T}$ means,

$$\frac{dV}{dT} > 0 \quad \text{for} \quad T < \tilde{T} \tag{9.a}$$

$$\text{and} \quad \frac{dV}{dT} < 0 \quad \text{for} \quad T > \tilde{T} \tag{9.b}$$

If $\frac{\rho I}{\bar{b} - \bar{c}} > 1$ then $T^* = \tilde{T} > 0$. The implication is that investment must be at optimal timing T^*, otherwise loss is incurred.

To determine several characteristics of the optimal T^*, partial derivatives are taken:

$$\frac{\partial T^*}{\partial \omega} = -\frac{1}{\omega^2}\ln\frac{\rho I}{\bar{b} - \bar{c}} < 0 \tag{10.a}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial \rho} = \frac{1}{\omega\rho} > 0 \tag{10.b}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial I} = \frac{1}{\omega I} > 0 \tag{10.c}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial(\bar{b} - \bar{c})} = -\frac{1}{\omega(\bar{b} - \bar{c})} < 0 \tag{10.d}$$

Equations (10.a)-(10.d) indicate that:

1) A higher growth rate encourages early opening of service;
2) Under a higher discount rate, delay of opening may be better;
3) The greater the investment required, the more prudent to postpone; and
4) The greater the initial benefit is, the better to implement early.

The derivative suggests,

$$\begin{aligned}&\frac{dV}{dT} < 0 \Rightarrow \rho I - (\bar{b} - \bar{c})\exp(\omega T) < 0 \\ &\Rightarrow -\rho I + (\bar{b} - \bar{c})\exp(\omega T) > 0 \\ &\Rightarrow \text{since } \omega > 0 \text{ or } \omega I > 0, \\ &-(\rho - \omega)I + (\bar{b} - \bar{c})\exp(\omega T) > 0 \\ &\Rightarrow V(T) > 0\end{aligned}$$

This implies that if $\omega > 0$, any timing $T>T^*$ results in positive NPV, $V(T) > 0$.

(4) Optimal Timing when $\omega < 0$

Under the negative growth rate, again we have:

$$\tilde{T} = \frac{1}{\omega}\ln\frac{\rho I}{\bar{b}-\bar{c}} \text{ such that } \frac{dV}{dT} = 0.$$

However, we have in contrast to the case of $\omega > 0$,

$$\frac{dV}{dT} < 0 \quad \text{for} \quad T < \tilde{T} \qquad (11.a)$$

$$\text{and} \quad \frac{dV}{dT} > 0 \quad \text{for} \quad T > \tilde{T} \qquad (11.b)$$

$\tilde{T}$ gives the minimum of NVP. Then we can conclude that the best timing is $T^*=0$, "do it now! ", so far as $V(0)>0$.

In the same manner as the previous subsection, we have

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dT} > 0 &\Rightarrow \rho I - (\bar{b}-\bar{c})\exp(\omega T) > 0 \\
&\Rightarrow -\rho I + (\bar{b}-\bar{c})\exp(\omega T) < 0 \\
&\Rightarrow \text{since } \omega < 0 \quad \text{or} \quad \omega I < 0 \\
&\qquad -(\rho-\omega)I + (\bar{b}-\bar{c})\exp(\omega T) < 0 \\
&\Rightarrow V(T) < 0
\end{aligned}$$

This implies that any timing beyond $\tilde{T}$ results in a negative NPV.

2.5 Too Early Loss and Too Late Loss

(1) Definition of the Loss

As was defined at the beginning of this article, when the opening of service is not implemented at optimal timing T^*, loss is incurred. The loss may be defined as

$$L = V(T^* + h) - V(T^*) \qquad (12)$$

The loss is dependent on two factors: the optimal timing T^* and the displacement in time from the optimal h. By definition, L is always non-positive, and L is Too-Early-Loss if $h > 0$ and Too-Late-Loss if $h < 0$. Thus utilizing the equation (1), we can express the loss L as:

$$L = I[\exp(-\rho T^*) - \exp\{-\rho(T^*+h)\}] - \frac{\bar{b}-\bar{c}}{\rho-\omega}[\exp\{(\omega-\rho)T^*\} - \exp\{(\omega-\rho)(T^*+h)\}] \qquad (13)$$

To determine the consequences of loss under various cases, the partial derivative of L with respect to h is taken:

$$\frac{\partial L}{\partial h} = \frac{dV(T^*+h)}{dh} = \rho I\exp\{-\rho(T^*+h)\} - (\bar{b}-\bar{c})\exp\{(\omega-\rho)(T^*+h)\} \qquad (14)$$

(2) The Loss in the case when $\omega > 0$

Based on this equation, for $\omega > 0$ and constant ρ, I, and $\bar{b}-\bar{c}$, we have

$$\frac{\partial L}{\partial h} < 0 \text{ for } h > 0, \qquad (15.a)$$

$$\text{and } \frac{\partial L}{\partial h} > 0 \text{ for } h < 0. \qquad (15.b)$$

(15.a) and (15.b) again mean that the best timing is $T=T^*$. Under these conditions, the NPV is positive even when we have the Too-Late-Loss, while the NPV can be negative when the Too-Early-Loss. This is the direct implication of the derivation in 4.3. The Too-Late-Loss may be more tolerable than the Too –Early-Loss. The NPV is positive even if the opening is delayed.

(3) The Loss in the case when $\omega < 0$

In contrast, for the case of $\omega < 0$, we have $L = V(0+h) - V(0)$. We cannot find the clear characteristic like (15.a) and (15.b). However, we find that when $T^*=0$, ($\tilde{T} > 0$ and $V(0)>0$), if the delay is beyond $\tilde{T}$ or $h > \tilde{T}$, the NPV is negative $V(h) < 0$. This holds from the derivation in 4.4. This implies that the project must be abandoned if the implementation is delayed over $\tilde{T}$.

In the above case, there exists $0 < \hat{T} < \tilde{T}$ such that $dV(\hat{T})/dT = 0$. For $0 < T < \hat{T}$, the NPV is postive, $V(T) > 0$. If the delay is less than $\hat{T}$ or $0 < h < \hat{T}$, then the project must be implemented. We can therefore call $\hat{T}$ the maximum tolerance of delay.

ACKNOWLEDGEMENT

The authors wish to express their appreciation for the helpful comments by Prof. H. Morisugi.

３．プロジェクト投資のタイミングと工期*8

—Real Option approach による工期短縮技術の評価—

横松宗太

3.1 はじめに

社会基盤整備プロジェクトは長い工期を伴う．よってプロジェクトが採択され着工される時点と，施設が完成して供用される時点との間にはラグが存在し，その間に社会状況が変化する可能性がある．すなわちプロジェクトの採択時において，施設が完成後にどれだけ高度に社会システムの中で機能するかについて確実に知ることはできない．工期が長いプロジェクトほど，完成後に発生する便益に関する不確実性が大きい．

伝統的な費用便益分析によってプロジェクト投資が

*8 キーワード：プロジェクト，Real Option Approach，工期

決められるとき，意思決定者の選択肢は「今，着工するか，永遠にしないか(now-or-never basis)」に限定される．Net Present Value が正であれば，すぐに工事が開始されT期後に施設が完成するとする．いま，施工技術が向上して（他の費用を増加させずに）工事を$T'(<T)$期間で終了させることが可能になったとしよう．この技術進歩の経済価値は$(T-T')$期分，早く発生したプロジェクト便益の増加分によって評価することができる．

一方，時々刻々の社会情勢を観測しながら，プロジェクト着工のタイミングを選択できるケースを考えよう．このときにも依然，T期後から得られる不確実な便益を考慮しながら投資の決定が行われる．いま，時刻T_1に施設の供用が始まる計画が俎上にのせられているとする．採否の意思決定期限は時刻(T_1-T)である．ここで，同様の技術進歩により工期が$T'(<T)$期に短縮されたとすると，意思決定者は当該プロジェクトの採否の決定を時刻(T_1-T')まで先延ばしすることができる．すなわち時刻(T_1-T)から時刻(T_1-T')までに追加される情報を利用して，より近づいた将来T_1の便益を推測することが可能となる．投資を実行する場合，時刻T_1以降に発生する便益の当該期価値に変化はない．その一方で，時刻(T_1-T)から時刻(T_1-T')の間の社会状況の変動によって，将来の便益予測が悪化してプロジェクトが不採択に転じる可能性や，その逆の可能性が存在する．すなわち工期短縮の技術の価値は，より長く意思決定を留保して情報を入手できる価値として評価されることになる．

以上のようにプロジェクトの工期を短縮する技術の評価は，プロジェクト投資の意思決定環境に依存する．ここでは Real Option Approach を利用して，工期を短縮する技術の経済評価を行うためのモデルを定式化する．

3.2 Net Present Value と工期短縮

当該施設が各時点tに社会にもたらす便益を$B(t)$と表そう．$B(t)$のパスは外生的に与えられ，確率過程に従う．意思決定者は$B(t)$が従う確率過程について知っているとする．また施設が完成していない時点tにおいても，もし施設が存在すれば得られた（潜在的）便益$B(t)$（の実現値）を知ることができると仮定する．はじめに now-or-never basis に基づく投資の決定環境を考えよう．いま時刻tにおいて，便益$\bar{B}(t)$が実現したとしよう．Net Present Value は以下のように与えられる．

$$\Pi(\bar{B}(t))=\int_{t+T}^{\infty}E\left[B(\tau)\middle|\bar{B}(t)\right]\exp\{-\rho(\tau-t)\}d\tau-C \qquad (1)$$

$E\left[\bullet\middle|\bar{B}(t)\right]$は実現値$\bar{B}(t)$に基づく$B(\tau)(\tau>t)$の条件付期待値を表している．$\rho$は社会的割引率，$C$は投資費用を表し，いずれも一定であると仮定する．工期Tが限界的に短縮するときの便益は次式で表される．

$$-\frac{\partial\Pi(\bar{B}(t))}{\partial T}=E\left[B(t+T)\middle|\bar{B}(t)\right]\exp\{-\rho T\} \qquad (2)$$

すなわち工期の限界的短縮の価値は，1 期間早く得られる便益の期待値の現在期価値に相当する．

いま，便益過程が幾何ブラウン運動(3)に従うと仮定すると，工期短縮便益は式(4)の大きさに決まる．

$$dB(t)=\mu B(t)dt+\sigma B(t)dW(t) \qquad (3)$$

$$-\frac{\partial\Pi(\bar{B}(t))}{\partial T}=\bar{B}(t)\exp\{-\Phi T\} \qquad (4)$$

ただし$\Phi\equiv\rho-\mu>0$を仮定する．

3.3 Real Option Approach と工期短縮

つぎに毎時，便益の実現値を観察してプロジェクトを着工するか留保するかを決定するケースについて考えよう．すなわち意思決定者は投資を実行するまで，プロジェクト投資の権利を保有しつづける．時刻tの意思決定問題は次式により表される．

$$F(\bar{B}(t))=\max_{\theta}E\left[\int_{\theta+T}^{\infty}B(\tau)\exp\{-\rho(\tau-t)\}d\tau-C\exp\{-\rho(\theta-t)\}\middle|\bar{B}(t)\right] \qquad (5)$$

最適化行動の導出の過程は省略する．最適投資タイミングは，便益過程$B(t)$がはじめて（内生的に決まる）臨界水準B^*に到達する時刻θ^*となる．よって投資の事前において，投資機会の価値は次の最適値関数で与えられる．

$$F(\bar{B}(t))=E\left[\int_{\theta^*+T}^{\infty}E\left[B(\tau)\middle|B^*(\theta^*)\right]\exp\{-\rho(\tau-t)\}d\tau-C\exp\{-\rho(\theta^*-t)\}\middle|\bar{B}(t)\right] \qquad (6)$$

外側の$E[\bullet]$は時刻θ^*に関する期待値操作を，内側の$E[\bullet]$は時刻θ^*に臨界水準B^*が実現した下での条件付期待値を表す．便益が幾何ブラウン運動(3)に従うとき，以下のように明示的に最適値関数，臨界水準が得られる．

$$F(\bar{B}(t))=\gamma^{-\gamma}(\gamma-1)^{\gamma-1}\Phi^{-\gamma}C^{1-\gamma}\bar{B}(t)^{\gamma}\exp\{-\gamma\Phi T\} \qquad (7)$$

$$\gamma\equiv\frac{f+\sqrt{f^2+2\rho\sigma^2}}{\sigma^2}(>1),\quad f\equiv\frac{\sigma^2}{2}-\mu \qquad (8)$$

$$B^*=\gamma(\gamma-1)^{-1}\Phi C\exp\{\Phi T\} \qquad (9)$$

工期が短縮されるとB^*は小さくなり，それによって投資時刻θ^*の期待値も小さくなる．工期が限界的に短縮するときの便益は次式で与えられる．

$$-\frac{\partial F(\bar{B}(t))}{\partial T}=(\gamma-1)^{\gamma-1}(\gamma\Phi C)^{1-\gamma}\bar{B}(t)^{\gamma}\exp\{-\gamma\Phi T\} \qquad (10)$$

Net Present Value のケースと同様に，工期短縮の価値は実現値$\bar{B}(t)$に依存する．

3.4 おわりに

プロジェクトの工期が短縮されれば，投資の意思決定時により確実に完成後の便益を予測できるようになる．ここでは，工期の短縮が情報の利用可能性を増加させる点に着目して，工期短縮を実現する技術の価値を評価する方法を開発する試みについて紹介した．今後は式(6)により与えられる一般的な最適値関数から工期短縮の効果を導出する．式の意味解釈等，詳細な分析結果は講演時に発表する．

4．社会資本のアップグレードの費用便益分析[*9]

多々納裕一

4.1 はじめに

人口構造の変化を背景として，社会基盤整備も今後は既存の施設を有効に活用しながら，いかに質の高い公共サービスを提供していくかが問われる時代となってきている．しかしながら，社会基盤のメンテナンスに関しては，土木計画の分野ではそれほど多くの研究が蓄積されておらず，特にその計画・管理の方法論体系を今後充実させていくことが求められている．ここでは，耐震改修等の既存施設のアップグレードを図る目的で行われるプロジェクトの費用便益分析における留意点として「費用」の積算方法の問題を指摘し，今後の課題を整理したい．

4.2 アップグレーディリングの費用便益分析の現状

近年，栗野らの研究[4)]に代表されるように，この分野における研究も徐々に広がりをみせるようになってきた．しかしながら，実務レベルではまだまだ誤解と混乱が見られるようである．たとえば，水道施設の費用便益分析マニュアルでは，水道施設の耐震化の費用便益分析を実施するにあたって，費用として耐震化のための工事費を，便益としては耐震化によって減少する想定被害額の軽減額を計上し，経済的妥当性を検討することになっている．ここで，明らかにおかしな想定は，被害の期待軽減額でなく，特定の想定地震に対する被害額が用いられていることであるが，もうひとつ重要な問題が存在する．それは，費用の積算方法である．

4.3 アップグレーディングの費用

通常，費用便益分析では"with project"と"without project"との比較を行う．プロジェクトが実施された場合と実施されない場合を比べて，それぞれ，費用と便益を算定し，それを比較するのである．

既存の施設がない場合には，費用の増加は，「工事費」を当ててもそれほど大きな問題は生じないケースが多い．しかしながら，既存の施設が存在する場合には，「without」のケースでも，維持・更新の費用を含むメンテナンス費用が必要である．このため，アップグレーディンリングを行う場合の費用は，「without」のケースと「with」のケースで生じる費用の差として表現されねばならない．「without」は必ずしも，費用がゼロではないからである．紙幅の都合から詳細は省略するが，この場合，「現時点でアップグレーディリングする場合の費用」が「更新の早期化に伴う費用（の期待値）」と「更新に際して必要となる費用の差（の期待値）」とから成り立つことを示すことができる．さらに，更新の際に必要となる費用の差は，現時点における更新費用の差と将来の期待更新費用の差との和となる．従って，更新の早期化によって生じる費用が相対的に大きくなければ，費用として単純に現在の工事費（更新費用）のみを考える場合に比べて，アップグレーディリングの費用は本来ずっと安く見積られなければ成らないことになる．

4.4 おわりに

もちろん，「without」はそれ自体，多様な将来の選択肢を含んでいる．この意味では，「without」は単なるひとつの状態ではない．このことは，必ずしもアップグレーディリングに限った話ではないが，費用便益分析の実施に際しては，今後特に「費用」に注意を払うことが重要となろう．

5．木造建物の更新タイミング[*10]

榊原弘之

5.1 はじめに

阪神・淡路大震災において木造老朽家屋の倒壊により多数の死者が発生したことは，木造家屋の計画的な更新・修繕の必要性を改めて示した．ここでは，木造老朽家屋の更新のタイミングに関する意思決定に関するモデル[5)]を示す．

5.2 家屋の倒壊リスクの構造

地震による家屋倒壊を引き起こす要因としては，設計条件，施工条件，地盤条件，経年劣化（腐朽，白蟻など）等がある．意思決定主体である家屋の所有者自身がこれらの要因を常時観察することは通常困難であり，専門家による調査（耐震診断）を受けることにより当該家屋の危険性を事前評価する．

---

*9キーワーズ：災害リスク，アップグレーディリング，費用
*10キーワーズ：災害リスク，耐震診断

耐震診断に基づいて更新・修繕等の意思決定を行う場合，家屋所有者は以下の2種類のリスクに直面する．

①診断の不完全性に伴うリスク：診断ですべての危険要因を特定できるとは限らない．

②診断後の経年劣化に関するリスク：診断以降も劣化は進行するため，診断時点で安全であった家屋も，地震事象の発生時には危険になっている可能性がある．

このうち，更新のタイミングを決定する際に問題となるのは，②の経年劣化に関するリスクである．

5.3 意思決定のモデル分析

(1) 意思決定が現時点に限定されている場合

時刻をtで表し，意思決定時点を$t=0$とする．$t=0$における所有者の余命をT，家屋の履歴（完成後の経過時間）をhとする．すなわち当該家屋は$t=-h$において新築されたものとする．

時刻tにおける居住性$q(t)$を次式により定義する．

$$q(t)=e^{-\alpha(t+h)} \tag{1}$$

ここで，αはそれぞれ居住性の低下パラメータである．家屋の安全性に関する状態を表す離散変数をsで表す$(s=0,1,2,...n)$．時刻$t(t\geq 0)$における各状態の確率を$P_s(t)$とする．地震発生時には，$s=0,1,2,..n-1$の家屋は被害を受けず，$s=n$の家屋は必ず倒壊するものとする．さらに時刻tにおいて家屋が既に倒壊している確率を$P_c(t)$として表す．$t=-h$において$P_0(-h)=1$とする．家屋の経年劣化を以下のような微分方程式で表す．

$$\begin{aligned}
\dot{P}_0 &= -\lambda_1 P_0\\
\dot{P}_s &= \lambda_s P_{s-1}-\lambda_{s+1}P_s \quad (s=1,2,\ldots n\text{-}1)\\
\dot{P}_n &= \lambda_n P_{n-1}-\gamma P_n\\
\dot{P}_c &= \gamma P_n
\end{aligned} \tag{2}$$

ここでγは微小時間における地震の到着確率である．(2)式は，安全性に関する経年劣化が不可逆的な過程であることを示している．

家屋の状態がs_1であることが明らかな時点から時間tが経過した時点において，家屋の状態がsである確率を$P_{s1}^s(t)$とする．現時点$(t=0)$において家屋の状態がsである確率を$\tilde{P}_s$とすると，$P_s(t)$は

$$P_s(t)=\sum_{s1=0}^{s}\tilde{P}_{s1}P_{s1}^s(t) \tag{3}$$

として得られる．

家屋を所有し，かつ居住する所有者が時刻tにおいて得る効用は，その時点における家屋の質（居住性と安全性）と所得（財の消費）に依存する．時刻tにおける所有者の間接効用関数を以下のように仮定する．

$$u(t)=\begin{cases} y(t)+v(t) & \text{（家屋が倒壊していない場合）}\\ y(t) & \text{（家屋が倒壊した場合）}\end{cases} \tag{4}$$

$y(t)$は時刻tにおける所有者の所得を意味する．一方，$v(t)$は家屋の居住性$q(t)$に依存し，次式で表される．

$$v(t)=B_0 q(t)=B_0 e^{-\alpha(t+h)} \tag{5}$$

時刻tにおいて，家屋が倒壊していない限り，所有者は式(4)上段に示す効用を得ることができる．従って所有者が同一の家屋に居住し続けた場合の生涯期待効用$U(T,h)$は次式で表される．

$$U(T,h)=\int_{t=0}^{T}[y(t)+\sum_{s=0}^{n}P_s(t)v(t)]e^{-\beta t}dt \tag{6}$$

ここで，βは時間割引率である．

耐震診断を受けると，現時点における家屋の状態が明らかになるものとする．診断結果をもとに，所有者は家屋を更新するか否かを決定する．ここでは更新によって家屋の居住性，安全性とも新築時（$t=-h$）の状態に復帰するものとする．生涯期待部分効用は，現時点$(t=0)$における所有者の余命，家屋の履歴と，家屋の安全性に関する生涯期待部分効用は以下のように表される．

家屋を更新した場合：

$$B_r(T)=\int_{t=0}^{T}B_0\sum_{s=0}^{n}P_0^s(t)\ e^{-\alpha t-\beta t}dt \tag{7}$$

診断結果がs_1で更新しない場合：

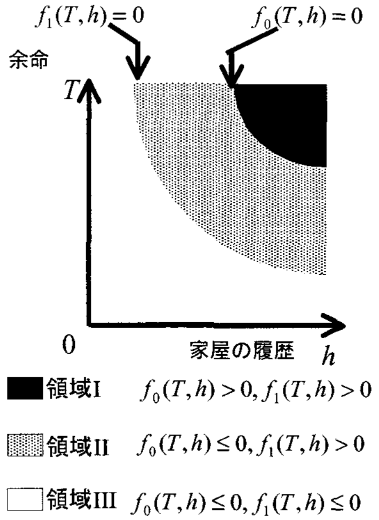
$$B_{s1}(T,h)=\int_{t=0}^{T}B_0\sum_{s=s_1}^{n}P_{s1}^s(t)\ e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt \tag{8}$$

更新の純現在価値は，倒壊確率の低下と居住性の改善に伴う生涯期待部分効用の増加分と，更新費用との差として与えられる．従って，診断結果がs_1であった場合の純現在価値$f_{s1}(T,h)$は次のように定義される．

$$f_{s1}(T,h)=B_r(T)-B_{s1}(T,h)-C_{s1} \tag{9}$$

ここでC_{s1}は，状態s_1の家屋の更新に要する費用である．本論では，更新に要する費用の借り入れに関する制約は存在しないものとする．この場合，更新の純現在価値が正であれば，所有者は更新を選択する．

上述のモデルの特殊ケースとして，$n=1$，$C_0=C_1$（更新費用一定）の場合の，履歴h，余命Tと意思決定との関係を**図－1**に示す．$f_0(T,h),f_1(T,h)$はT,hに関して単調増加関数となる．また履歴が同一の場合，余命が小さい（高齢な）所有者ほど更新のインセンティブが小さくなることが分かる．さらに，意思決定が現時点に限定されている場合は，耐震診断の結果が更新を巡る意思決定に影響を及ぼす場合に限り診断の情報が正の価値を有することから，耐震診断を受けるのは，領域Ⅱ（状態0であれば更新せず，状態1であれば更新する）に属する所有者のみとなる．



図－１　履歴・余命と意思決定の関係の例

(2) 将来時点の耐震診断を考慮した場合

次に，診断結果が明らかになった後に，①現時点で家屋更新を実施する，②将来時点で再び耐震診断を受けた上で意思決定する，という2種類の選択が可能である場合を考える．現時点での状態は s_1 であり，次回の耐震診断は $t=r$ において実施されるとする．このときの更新の純現在価値の期待値 $F_{s1}(r)$ は次のように示される．

$$F_{s1}(r)=\left\{\sum_{s=s1}^{n} P_{s1}^{s}(r)\max\left[f_s(T-r,h+r),0\right]\right\}e^{-\beta r} \qquad (10)$$

将来時点（$t=r$）における耐震診断を考慮した場合，現時点における更新の純現在価値 $f_{s1}(T,h)$ （(9)式）が正である場合においても，$F_{s1}(r)>f_{s1}(T,h)$ であれば，更新の意思決定を留保したほうが望ましい．

5.4 おわりに

ここでは，木造家屋の更新の意思決定に関するモデルを示した．家屋の安全性に関する情報を獲得するためには耐震診断の費用を要することから，最適な診断のタイミングについても決定する必要が生じる．

6. 投資タイミング決定のための実用的手法[*11]
—水環境改善プロジェクトを例に—

髙木朗義

6.1 はじめに

実際のプロジェクトについて投資タイミングを決定するためには，データを用いて将来の状況を予測し，できるだけ便益の値を正確に算定することが必要である．NPV法であろうが，不確実性に対して柔軟に対応できるリアルオプションアプローチであろうが，この問題は避けて通れない．したがって，便益の値を正確に計算するための実用的な技術が必要である．

広域的，あるいは大規模なプロジェクトを実施する場合には，家計だけでなく企業や農家など対象地域及び周辺地域で経済活動を営む様々な主体が関与する．水環境改善プロジェクトの場合には，企業や農業に対する排水規制は自己処理費用の増大をまねき，生産活動を通じて関連産業にも影響を及ぼし，その影響は最終的に家計に帰着する．また，当然のことながら人口，土地被覆・土地利用，産業形態および地形条件など様々な地域特性が関与する．さらに，上流の主体が発生させた汚濁は下流の主体に影響を及ぼすが，逆はないといった上下流関係が存在する．

このような現象を実際に捉えるためには，空間を考慮した経済均衡モデルを用いて，地域別，主体別への影響を計量するしか方法はない．応用一般均衡モデルはその代表的モデルであり，これまでの研究成果の積み重ねにより，産業連関表などのデータの構築も進み，かなり精度の高い予測ができるようになってきたと思われる．ここでは，応用一般均衡モデルに時間軸を組み入れた動学的応用一般均衡モデルにより，プロジェクトの効果を計量しつつ，その中から最適なプロジェクトの投資タイミングを数値解析的に見つけだす方法を提案する．

6.2 MPECの定式化

投資タイミングを決定するための問題は，経済均衡状況を制約条件に持った均衡制約付数理最適化問題(Mathematical Programming with Equilibrium Constrain：略してMPEC)となる．目的関数は,(1)式のように表される．

$$\max_{Q^i(t)} \sum_j N^j \int_0^\infty EV^j(t)\exp(-\rho t)dt \qquad (1)$$

ここで，j：地域を表す添字，i：主体を表す添字，t：時刻，ρ：割引率，EV：等価的偏差，N：世帯数，Q：汚濁負荷削減量

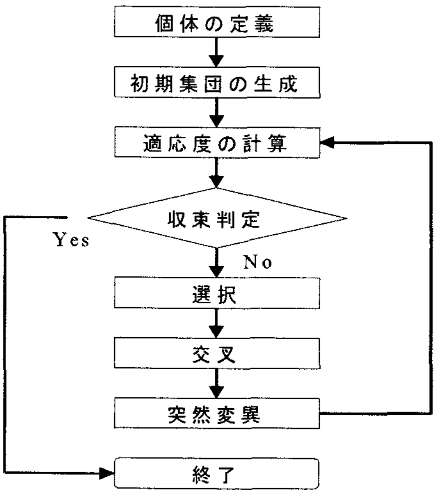
6.3 実用的手法

このように制約条件に実際の社会経済活動を捉えるような経済均衡モデルを持つような問題は，複雑すぎて解析的に解くことはほとんど不可能である．したがって，なんらかの数値計算手法を用いて近似的に最適解を求めていくしかない．その有用な方法の1つに遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm：略してGA)がある．

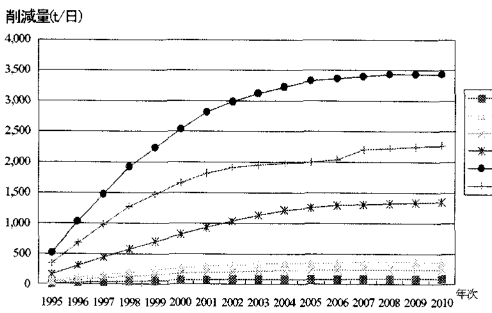
GAとは生物進化過程おいて，突然変異や異種間での交叉等によって新種が生まれ，それが環境に対して適応

*11 キーワーズ：水環境，MPEC，GA

能力があれば生き残り，そうでなければ死滅するという現象が繰り返されて生物が進化していく過程を遺伝子として捉えたものである（図－２参照）．これを最適解の探索に用いると，存在する可能性のあるすべての組み合わせについて問題を解く必要がなく，組み合わせ数の非常に多い問題についての解法として有用なものである．この方法を長良川に適用してみると，図－３に示すような家計に対する地域別の効率的な汚濁負荷削減スケジュールが得られた．



図－２　遺伝的アルゴリズム(GA)の計算フロー



図－３　家計の汚濁負荷削減スケジュール

6.4 投資タイミング決定についての実用的課題

まとめの代わりに，少々課題を抽出してみる．

①技術革新

不確実な要素として，技術革新がある．近年環境が大きなビジネスチャンスになることから技術開発競争が激化しており，将来を予測することは非常に困難である．

②環境改善のタイムラグ

環境は急には改善できない．特に，汚濁物の蓄積により悪化した環境を改善するには長い時間を要する．いわゆるタイムラグがあるため，これを捉える必要がある．

③without の予測

環境は放っておくと悪くなる．したがって，Without の場合について，環境レベルの長期的予測が重要である．

7．おわりに

以上のような社会資本整備における最適な投資タイミングのあり方について，話題提供を手がかりに活発な議論ができることを期待する．

参考文献，REFFERENCE

1)小林潔司・横松宗太・織田澤利守：サンクコストと治水経済評価：リアルオプションアプローチ，河川技術論文集，第７巻，pp.417-422, 2001.

2)Marglin, S.A. : Approaches to Dynamic Investment Planning, Amsterdam, 1963.

3)Morisugi, H. : Application of CBA to Infrastructure Planning, Doctoral Dissertation, Kyoto University, 1977.

4)栗野盛光・小林潔司・渡辺晴彦：不確実性下における最適補修投資ルール，土木学会論文集, 667/IV-50, pp.1-14, 2001.

5)榊原弘之・土屋智・岡田憲夫・多々納裕一：不確実性を考慮した家屋の更新に関する意思決定過程のモデル分析，土木計画学研究・論文集，No.17, pp.401-410, 2000.