

プロジェクトスケジューリング問題へのメタヒューリスティクス適用方法に関する基礎的考察

A Study on Theoretical Foundation for Project Scheduling Problem by Utilizing Metaheuristics Techniques

滑 川 達**

By Susumu NAMERIKAWA

1. はじめに

単品受注生産、現地屋外生産等の特殊性を有する建設工事施工の工程計画の重要性については、過去の研究においてもくり返し論じられており¹⁾、工程計画が施工マネジメントシステムにおける中心的役割を担っていることについては既に論をまたないものとする。

しかし、工程計画策定のための科学的手法としては、プロジェクトスケジューリング問題の解析法として 1950 年代後半に開発された PERT、CPM が未だ代表的な手法として位置づけられているとともに、実際の工事現場に至っては、これら PERT 系のネットワーク手法も十分に浸透しておらず²⁾、工程全体の最適化を通じた生産効率の改善という今日的課題は、十分に達成されていないのが現状といえる。

これは、①プロジェクトスケジューリング問題の中でも比較的単純な典型例である最短工期を目的とするマンスケジューリングのような問題でさえも数学的には簡単であっても最適解を得るのが困難な組合せ最適化問題となる場合が多く、結果的に PERT 系の理論をベースとして優先順位法等による経験的拡張として手法開発が進められてきたこと、②PERT 系理論は「任意の時間断面での状態を計画変数として取り扱うことが出来ない」という課題を有しており、実用レベルにマッチしたより複雑な問題に対する拡張及び品質、原価、安全等、特に現場の空間的な要素を含む計画分析との連動が困難であった、等々に起因するものとする。

一方近年、遺伝的アルゴリズム、アニーリング法、タブー探索法等に代表されるメタヒューリスティクスと呼ばれる近似解法の新しいパラダイムが注目され、これをプロジェクトスケジューリング問題に適用する研究も盛んになってきた。しかし、このような試みの多くはスケジュール計算の過程で PERT 計算が採用されており、前述のような PERT の理論的課

*キーワード：スケジューリング、メタヒューリスティクス

**正員、工博、徳島大学工学部建設工学科

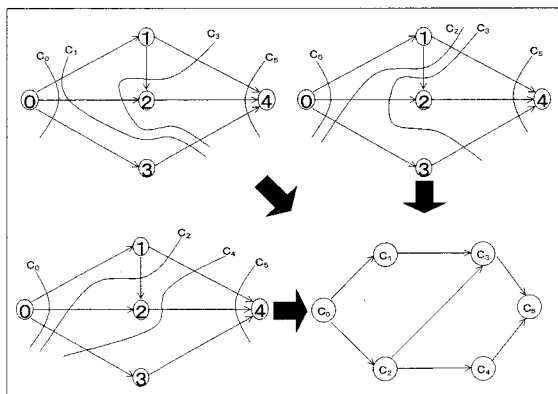
(〒770-8506 徳島市南常三島町2-1、

TEL088-656-7578、FAX088-656-7579)

題に対する根本的な解決には至っていないものとする。

このような中、春名他³⁾は、図—1のようにアローダイアグラム型の工程ネットワーク（以下、アクティビティネットワーク）の「カット」に着目して、これを要素としたカットネットワークに変換した上で、このカットネットワークの最適経路探索を行うという PERT 系理論とは異なる方法（以下、カットネットワーク・アプローチ）を提案している。このカットネットワーク・アプローチの特筆すべきは、任意の時間断面における同時作業状態を明示的に取り扱っており、前述した PERT 系理論の課題を解決する可能性を有していることである。

本研究では、以上のような認識のもと、プロジェクトスケジューリング問題にアクティビティネットワークの結合点に着目した説明を与えることにより、PERT 系理論とカットネットワーク・アプローチとの理論展開上の共通点と相違点について考察を加える。これにより、カットネットワーク・アプローチが、プロジェクトスケジューリング問題構造に対する理論的適合性、将来的な現場実用レベルへの拡張可能性の側面において有利性が高いことを明らかにするとともに、計算量的な問題点についても考察する。さらに、この計算量上の問題に対しては、前述したメタヒューリスティクス適用による解決方策を

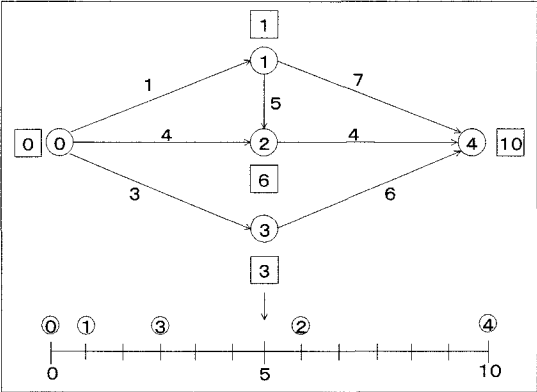


図—1 カットネットワーク・アプローチ

念頭におき、その適用を円滑に行い得る、春名他³⁾によるカットネットワーク・アプローチと等価な別の形の組合せ最適化問題を導いている。

2. PERT によるプロジェクトスケジューリング

PERT 計算では、DP を用いてアクティビティネットワークの各結合点時刻を順次求めながら最短工期（クリティカルパスの長さ）を導いているが、これは別の見方をすれば、各結合点を時間的に序列化することを意味している（図—2）。すなわち、PERT によってプロジェクトスケジューリング問題を解くことは、各結合点を時間軸上に直列的に配置することであるといえる。

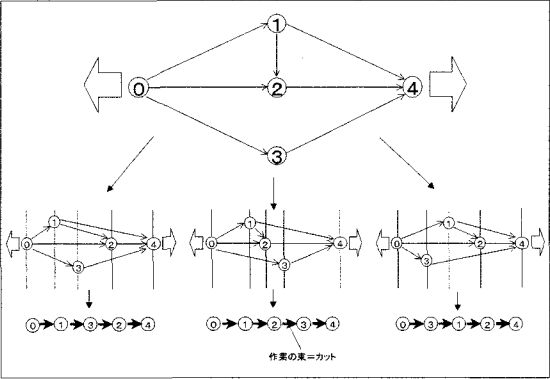


図—2 PERT による結合点の直列変換

3. カットネットワーク・アプローチによるプロジェクトスケジューリング

本節では、前述のカットネットワーク・アプローチを春名他³⁾とは違う表現方法を用いて考察する。図—3に示すように、ここでは、まずアクティビティネットワークの始点と終点を持って左右に引っ張ることを考えてみる。ただし、各作業の矢印の方向が、必ず終点方向を向くようにアクティビティネットワークは左右方向にのび、上下方向には縮んでいくものとする。すると、アクティビティネットワークは最終的に1本のパス（以下、直列変換ノードパス）となり、前節のPERT 計算と同様に各結合点が直列に変換されることがわかる。

このとき、直列変換ノードパスにおける各アークは、アクティビティネットワークの伸縮のパターンに対応して合成された作業の束となっており、この「作業の束」がカットネットワーク・アプローチにおける「カット」と等価なものとなっている。すなわち、ここで定義した直列変換ノードパスはカット



図—3 カットネットワーク・アプローチによる結合点の直列変換

ネットワークの経路（以下、カットパス）をアロダイアグラム型に等価変換したものとなっている。

以上により、カットネットワーク・アプローチもPERT 同様、アクティビティネットワークの各結合点を時間軸上に直列変換する方法であるといえる。

4. 結合点時刻の導出過程からの比較

これまでの議論より、PERT 理論もカットネットワーク・アプローチもプロジェクトスケジューリング問題をアクティビティネットワークの結合点を時間軸上に直列に配置する問題、すなわち、結合点時刻を決定する問題であるという意味では共通する理論であることが明らかとなった。しかし、結合点時刻を導出する過程において両者には根本的な違いが存在しており、本節ではこの内容について議論する。

まず、PERT では、各結合点時刻をその結合点に向かって接続している作業の所要日数とその作業の起点となっている結合点時刻から求めている。なお、結合点の直列的配置は、この結合点時刻の結果として与えられることとなる。しかし、このような方法による結合点時刻は、その結合点に接続はしていないものの、同時時間帯に実施されている可能性のある作業が考慮されておらず、初期に与えられるアクティビティネットワークが有する情報を不完全な形でしか活用せずに求められている。このため、資源制約等が存在する場合には、まず、資源制約を考えずにPERT 計算を行い、この後で、制約を超えている山積み部分を崩していくようなプロセスが必要となる。今後より複雑な制約が付加されてくれば、このような方法で高精度な解を求めることは困難になるものと考ええる。

一方、カットネットワーク・アプローチでは、各

結合点時刻を「カット」として表現された同時実施の可能性があるすべての作業を考慮した遷移状態を対象としており、アクティビティネットワークの持つ完全な情報が活用されているといえる。このため、このアプローチでは、種々の複雑な条件下でも列生成法等により高精度の解が求められる（詳細については参考文献3）を参照のこと）とともに、タイムスライシング型のシミュレーションモデルとのリンクも比較的容易に行えるという拡張可能性を有しているものと考えられる⁴⁾。しかし、PERT理論では、各結合点の時間軸上での序列が計算の結果定まるのに対し、カットネットワーク・アプローチでは、この序列をあらかじめ設定しておかなければならず、そのすべてのパターンがカットネットワークとして求められている。そのため、実行可能な序列パターンの数が増大すれば、カットネットワークの大規模化により、その作成と経路探索のための計算量も膨大なものになると考えられる。

5. メタヒューリスティクスの適用を念頭においた問題設定に関する考察

ここではまず既存のプロジェクトスケジューリング問題に対するメタヒューリスティクス適用方法について考察するとともに、前節までにその有利性を明らかにしてきたカットネットワーク・アプローチを理論ベースとするメタヒューリスティクス適用の方針を示すこととする。

さて、これまで報告されているプロジェクトスケジューリング問題へのメタヒューリスティクスの適用方法としては、図-4のように追加アークを付加することを考え、この最適な追加パターンを探索するアプローチが最も典型的である⁵⁾。つまり、このような方法により、山積み図を変化させながら望ましい解を求めようというものであり、一定レベルの成果があげられている。しかし、このような方法においてもアークを追加したあとのスケジュール計算には、PERT計算を採用しているケースが多く、前述したPERTによる結合点時刻の導出上の問題を基本的には同様にかかえているといえる。このため、より複雑な制約下では、実行不可能解の生成確率が高くなり、高精度な解を求めるための計算コストに深刻な影響を及ぼすことが予想される。

このため、本研究では、プロジェクトスケジューリング問題へのメタヒューリスティクスの適用に際し、カットネットワーク・アプローチの理論的枠組

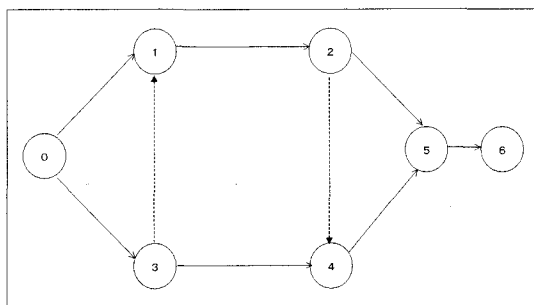


図-4 既存研究における追加アークの例

みにおいて、これを行うことを提案する。

しかし、春名他³⁾のカットネットワーク・アプローチをそのままの形でメタヒューリスティクスの適用を図ることは困難であるため、ここでは、図-5のようなアクティビティネットワークの接続行列を用いたプロジェクトスケジューリング問題の新たな表現方法を提案することとする。

さて、ここでの接続行列とは、アクティビティネットワークの作業を行に、結合点を列にとり、各要素に対応する結合点はその作業の始点であれば“+1”、終点であれば“-1”、それ以外であれば“0”と定義して作成する行列である。この接続行列は、その構成上、既に前述した直列変換ノードパスを表しており、図-5では、0→1→2→3→4という直列変換ノードパスを表現していると考えられることができる。このとき、実行可能な直列変換ノードパスは各作業に対応する行ベクトルの“+1”要素を始点として、“-1”要素を終点としてひいた矢印の向きがすべて最終結合点の方向を向いているものである。これは、前述の図-3の説明を行列表現で示したものであり、接続行列の列ベクトル配置を変更することにより、すべての直列変換ノードパスを求めることができる。

具体的には、開始結合点から最終結合点に向かって順々に接続行列の列ベクトルを加算していき、すべての段階における加算結果に“-1”要素が現れないような各結合点を配列生成すれば、これが実行可能な直列変換ノードパスとして求められる。また、各段階の加算結果をそれぞれ調べ、“+1”要素となっている作業群が各カットとなっており、これを加算段階順に配列していくとカットパスが求められる。

すなわち、カットネットワーク・アプローチを理論ベースとしたプロジェクトスケジューリング問題は、上述のような接続行列における制約のもと、最適な直列変換ノードパスとしての結合点順列を求め

作業 ↓	結合点→					
		0	1	2	3	4
	(0, 1)	+1	→ -1	0	0	0
	(0, 2)	+1	0	→ -1	0	0
	(0, 3)	+1	0	0	→ -1	0
	(1, 2)	0	+1	→ -1	0	0
	(1, 4)	0	+1	0	0	→ -1
	(2, 4)	0	0	+1	0	→ -1
	(3, 4)	0	0	0	+1	→ -1

+1→-1の矢印は必ず始点→終点方向と同一でなければならない。

図ー5 接続行列による直列変換ノードパスの表現方法

る組合せ最適化問題と等価となる。

しかし、この組合せ最適化問題では、アクティビティネットワークの結合点の数が増大するにつれ、最適解を求めるための計算量も指数的に増大する。なお、この増大は前述したカットネットワークの大規模化の問題と対応するものである。

このため、この組合せ最適化問題の解決にメタヒューリスティクスを用いることを検討することが効果的であるとする。すなわち、以上のように新たに設定された組合せ最適化問題は、これまでにメタヒューリスティクスの適用に関する研究が数多く蓄積されている巡回セールスマン問題と比較的近い問題構造となっているため、これらの成果⁶⁾をある程度容易に導入することが可能となる。また、任意の直列変換ノードパスに対するスケジュール計算には、春名他³⁾の方法を用いるが、上述のように接続行列により直列変換ノードパスはカットパスに変換可能であるため、容易に導入が可能であり、前述したカットネットワーク・アプローチの有利性をそのまま継承することができる。

6. おわりに

本研究では、プロジェクトスケジューリング問題を対象に、近年、注目を集めているメタヒューリスティクスの適用方法に関して基礎的な考察を行った。そこでは、まずメタヒューリスティクス適用の前提となる基礎理論の枠組みとして、従来から最も広く用いられている PERT 理論と、春名らが提案しているカットネットワーク・アプローチを取り上げ、グラフ、ネットワーク理論的観点から比較検討を加え

ることにより、両者における理論上の共通点と相違点を明らかにした。すなわち、結合点時刻を求める問題としてプロジェクトスケジューリング問題を取り扱っているという枠組みにおいて両理論には共通性があるものの、結合点時刻の導出過程における理論展開には、アクティビティネットワークにおけるパス解析とカット解析という根本的な相違があり、今後の拡張可能性という観点からみれば、与えられたアクティビティネットワークが保持している情報を効果的に活用可能としているカットネットワーク・アプローチに有利性が高いことがわかった。

さらに、本研究では、このカットネットワーク・アプローチに対し、計算量上の課題解決を目的としたメタヒューリスティクスの適用を容易とする、本稿で定義した直列変換ノードパスの接続行列表現を用いた新たな組合せ最適化問題が存在することを示した。なお、この問題はカットネットワーク上の最適経路探索問題と等価であり、例えば GA 適用を考えた場合には、カットパス表現が問題空間の中での表現型、直列変換ノードパスが GA 空間における遺伝子型に対応させることができるものとなっている。

<参考文献>

- 1) 例えば、田坂隆一郎：土木施工の工事計画・管理のシステム化に関する実証的研究，京都大学学位論文，1983.
- 2) (財)建設経済研究所：建設経済レポート-公共投資の経済効果・変革期を迎える建設産業を考える，大成出版社，2000.
- 3) 春名攻，滑川達：PERT/MANPOWER 問題の最適解法の開発研究—カットネットワークにおける最適資源配分問題への変換を用いた新しい解法—，土木計画学・論文集 No.15，pp.41-48，1998.
- 4) 春名攻，滑川達ほか：施工シミュレーションモデルを導入した大規模整地工事の最適工程計画策定方法に関する研究，土木計画学・論文集 No.17，pp.119-128，2000.
- 5) 例えば、奥谷巖ほか：マンスケジューリングにおけるタブー探索法の適用性，土木計画学・論文集 No.13，pp.323-330，1996.
- 6) 例えば、D.L.Whitley et al.：Scheduling problem and traveling salesman: The genetic edge recombination operator, in Genetic Algorithms, Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann Publishers, pp.133-140, 1989.