

フレックスタイム制度下における最適ピークロードプライシング* Optimal Peak-Load Pricing under Flexible Work Hours System*

吉村 充功†・奥村 誠‡

By Mitsunori YOSHIMURA† and Makoto OKUMURA‡

1. はじめに

近年、都心部での通勤混雑は道路容量の拡張の限界から慢性化しており、その解決を図るためのTDM (Transportation Demand Management) 施策として、「ピークロードプライシング (混雑料金)」や「時差出勤」、「フレックスタイム」などの交通需要の時間的な分散をねらう施策が有望視されている。

これまで、始業時刻分布を与件として通勤者の自宅出発時刻分布、渋滞待ち時間を導いた理論研究により、混雑料金の交通混雑緩和に対する効果の分析が成されている^{1),2)}。しかし、企業の生産活動には時間的集積の効果が働いており³⁾、時差始業やフレックスタイムの導入は生産効率の低下を招く可能性があり、その効果を考慮して分析を行う必要がある。

文らや筆者らは、フレックスタイム制度による生産性の低下を考慮した混雑現象の分析を行ってきた^{4),5)}。文らは各通勤者自身の混雑不効用に等しい混雑料金を課金できれば、各通勤者の効用を変化させることなく、料金収入に等しい分だけ社会的余剰を改善でき、システム最適状況が達成できることを示し、その効果の大きさを明らかにしている。しかし、このような時々刻々と異なる混雑料金を課金することは、現実的には不可能である。そのため、一定の額を特定の時間帯に対して課金することが現実的である。この場合、混雑料金の額や時間帯を誤るとかえって非効率な状況を生み出す可能性がある。

そこで、本研究ではフレックスタイム下において社会的に望ましい定額混雑料金の課金額、課金時間帯を理論的に導出する。手順としては、まず最初にフレックスタイム下で実現する通勤・始業時刻分布

決定モデルを定式化する。その後、その下で実現するパターンに対して最適課金を決定する。

2. 問題の設定と通勤・始業時刻分布決定モデル

(1) 対象都市と道路の設定

本研究では、 B 個のベッドタウンと1つの中心業務地区(CBD)がそれぞれの通勤道路で連結されている都市を考え、それぞれの道路ごとに定式化を行う。各ベッドタウンには N 人の通勤者が住み、この道路を使って出勤、帰宅する(都市の総従業者数は BN 人)。CBDの直前には容量 k (台/分) のボトルネックが存在する。そのため、出勤、帰宅時ともボトルネック容量を超える流入があれば、ボトルネックに point queueが発生する。ボトルネック以外の道路の容量は十分に大きく自由走行できるため、走行時間はすべての通勤者に等しく一定 ($= 0$) と考える。

(2) 通勤者の出勤・帰宅不効用のモデル化

q 番目に自宅を出発する通勤者の自宅出発 (= ボトルネック到着) 時刻を $a(q)$ 、出社 (= ボトルネック通過) 時刻を $m(q)$ とする。このとき、通勤者 q はボトルネックで、 $(m(q) - a(q))$ (分) の混雑時間に遭遇する。また、コアタイム開始時刻 T_1 までの $(T_1 - m(q))$ (分) の時間拘束される。出勤時における単位時間当たりの混雑不効用を e_1 (円/分)、在社スケジュールコストを $c_1 (< e_1)$ (円/分) とすれば、出勤時不効用 $U(q)$ は次式で表される。

$$U(q) = -e_1 \{m(q) - a(q)\} - c_1 \{T_1 - m(q)\} \quad (1)$$

帰宅時も同様に、退社 (= ボトルネック到着) 時刻を $l(q)$ 、帰宅 (= ボトルネック通過) 時刻を $b(q)$ とすると、帰宅時不効用 $V(q)$ は次式となる。

$$V(q) = -e_2 \{b(q) - l(q)\} - c_2 \{l(q) - T_2\} \quad (2)$$

*Key words: TDM, 交通管理, 混雑料金

†学生員, 工修, 広島大学大学院 工学研究科

‡正会員, 工博, 広島大学大学院 工学研究科 (〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1, TEL&FAX 0824-24-7849)

ただし、 e_2 , $c_2(< e_2)$ (円/分)はそれぞれ、帰宅時における単位時間あたりの混雑不効用、スケジュールコストを表す。また、 T_2 はコアタイム終了時刻を表す。

(3) 企業の生産活動のモデル化

すべての企業は都心に立地し、従業者1人あたりの生産額が、そのままその従業者の賃金として分配されると仮定する。ここでは、都市内のすべての企業は相互に関連があり、時間的集積の経済性が働くとして仮定する³⁾。

q 番目に出社する通勤者の始業時刻を t_w とする。従業者の生産額は、ある時点 τ に都市内で労働している従業者数 $\xi(\tau)$ を取り入れた瞬間的な生産関数を労働時間 $[t_w, t_w + H]$ 積分したものである。従業者 q の1日の生産額(=賃金) $Y(q)$ は次式ようになる。

$$Y(q) = \int_{t_w}^{t_w+H} A\xi(\tau)^\alpha d\tau \quad (3)$$

ここで、 H (分)は労働時間であり、すべての従業者で一定である。 A は各企業の技術水準を表すパラメータ、 α は時間的集積の経済性の大きさを表すパラメータであり、1つの都市内では一定と仮定する。

$t_w = n(q)$ として $n(q)$ の逆関数を用いると、 $q = n^{-1}(t_w)$ と表される。最早始業時刻を S_1 、最遅始業時刻を S_2 とすると、 $Y(q)$ は次式のように書き換えられる。

$$Y(q) = \int_{n(q)}^{S_2} A \{Bn^{-1}(\tau)\}^\alpha d\tau + AB^\alpha N^\alpha (S_1 + H - S_2) + \int_{S_1}^{n(q)} A \{B(N - n^{-1}(\tau))\}^\alpha d\tau \quad (4)$$

(4) 通勤・始業時刻分布決定問題

通勤者 q の効用 $W(q)$ は生産額(4)から出勤・帰宅時の不効用(1),(2)を差し引いたものとなる。

$$W(q) = Y(q) + U(q) + V(q) \quad (5)$$

これを全ての通勤者について集計すると社会的厚生水準 SW (6a)が得られる。以上より、各通勤者の効用が等しい条件下で S_1, S_2 を制御して SW を最大化する問題が定式化できる。

$$\max_{S_1, S_2} SW = \int_0^N W(q) dq \quad (6a)$$

$$\text{s.t. } \dot{W}(q) = 0 \quad (6b)$$

最適制御理論より、必要条件を満たす始業時刻分布は以下の4つのパターンに分類される。

- a) 全員が一斉始業・一斉終業
- b) 全員がフレックスタイム
- c) 一部の斉始業の後にフレックスが存在
- d) 一部の斉始業の前後にフレックスが存在

3. フレックスタイム下の最適定額混雑料金の分析

前節で示した状況に加えて、さらに特定の時間に一定額の混雑料金を課金し、社会的厚生水準のさらなる改善が可能かどうかを検討する。本モデルの性質から、出勤時の混雑料金は始業(終業)時刻を変更させる可能性があるが、そのときでも帰宅時のパターンに影響を与えない。逆に帰宅時の混雑料金は出勤時のパターンに影響を与えないことが証明できるため、出勤時と帰宅時を別々に考える。

(1) 出勤時の最適課金

出勤時に課金をすれば、課金時間帯にボトルネックを通過する通勤者は、それに等しい混雑不効用分だけ自宅出発時刻を遅くする。その結果、課金前の混雑不効用が混雑料金の負担となるだけで効用は変化しない。ただし、混雑料金による収入分だけ社会的厚生水準は増加する。もし始業時刻を変更できない状況下で事前の混雑不効用以上の混雑料金が課金されれば、効用は低下し、社会的厚生水準の改善効果はかえって小さくなる。

前節のパターンa)とb)では、そのパターンを維持しようとするれば、始業時刻を変更できないので、社会的厚生水準を最大にするためには、課金前の混雑不効用に等しい料金を実施したときの総混雑料金収入を最大にすればよい。

一方、c)とd)は、混雑不効用以上の混雑料金が課金された場合、始業時刻の変更により、社会的厚生水準を改善できる可能性がある。これらのパターンでは、課金後の各通勤者の等効用条件下で、社会的厚生水準を最大にする一斉始業者数(もしくはフレックス者数)を決定する問題となる。

(a) 一斉始業時の最適課金(パターンa))

一斉始業時は、遅く自宅を出発する通勤者ほど、混雑不効用が大きくなるため、一度課金を始めれば、最後の通勤者が出勤するまで課金を継続することが望ましい。つまり、社会的厚生水準を最大にするに

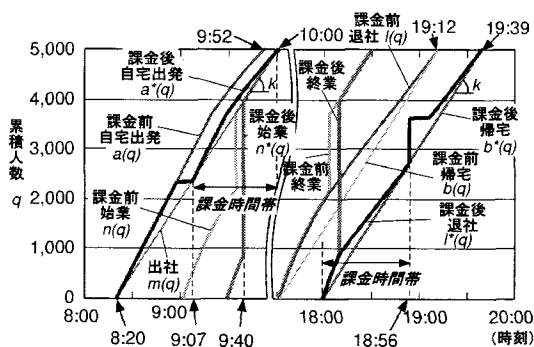


図-3 フレックス・一斉始業混在時の課金前後の分布

に応じた額に設定すると過大になる。これは、出勤時と違い、ボトルネック流入時刻を遅くすると、退社時刻が遅くなりスケジュールコストが増加することによる。そのため、課金額は混雑不効用の減少分からスケジュールコストの増加分を差し引いた額であることに注意を要する。

(a) 一斉終業時の最適課金(パターン a, c))

一斉終業時は、早く退社する通勤者ほど混雑不効用が大きい。そのため、最も早い退社時刻から課金を始める必要がある。このときの最適解は以下の通りとなる。

$$t^* = S_1 + H, \quad t^{**} = \frac{1}{2} \frac{N}{k} + S_1 + H \quad (17)$$

$$q^* = 0, \quad q^{**} = N/2 \quad (18)$$

$$\rho = \frac{1}{2} \frac{c_2 N}{k}, \quad TT = \frac{1}{4} \frac{c_2 N^2}{k} \quad (19)$$

ただし、課金終了時刻 t^{**} では混雑が 0 となるため、課金終了直後にボトルネックを通過できれば、混雑不効用を受けないので、この通勤者の効用は大きくなる。そのため、この高い効用を期待して、課金終了直後には一時的に多くの通勤者がボトルネックに集中する。課金終了直後に退社する通勤者数は、期待効用がその他の通勤者の効用と等しくなる人数で、 $c_2 N / e_2$ (人) である。課金前後の退社時刻分布の例は図-1 に示すようになる。

(b) 一斉終業とフレックスが混在時の最適課金(パターン d))

このパターンは一斉終業の前に $[0, \tilde{q}]$ の通勤者がフレックスタイムを行う。彼らに課金すると退社時刻を遅くできるため、他の従業者との労働時間帯の重なりを大きくして、生産額を高めるために終業時

刻を遅くする。このとき、最初の通勤者から課金をしなければ、課金されないフレックス通勤者は生産効率が悪くなり、かえって効用が減少する。よって、最初の通勤者から課金する必要がある。

最適課金決定問題は、一斉終業時刻を与件として課金後の社会的厚生水準を最大にする $\tilde{q}$ を決定する問題となる。解は以下になる。なお、 $\tilde{q}$ と q^{**} は連立方程式 (20), (21) から、 $l_1(0)$ は最早退社時刻で微分方程式 (22) から求まる。課金前後の終業時刻・退社時刻分布の例は図-3 に示すようになる。

$$AB^{\alpha} \left[\left\{ (N - \tilde{q})^{\alpha} - \tilde{q}^{\alpha} \right\} (N - 2q^{**}) - N \left\{ N^{\alpha} - (N - \tilde{q})^{\alpha} \right\} \right] + c_2 N = 0 \quad (20)$$

$$q^{**} = \frac{e_2}{c_2} \tilde{q} + \frac{(e_2 - c_2)k}{c_2} (l_1(0) - (S_2 + H)) \quad (21)$$

$$l_1(q) = \left(\frac{e_2}{k} \right) \left(\frac{1}{AB^{\alpha} \{ (N - q)^{\alpha} - q^{\alpha} \} + e_2 - c_2} \right) \quad (22)$$

$$l(\tilde{q}) = S_2 + H \quad (23)$$

$$q^* = 0, \quad t^* = l_1(0), \quad t^{**} = \frac{1}{k} q^{**} + l_1(0) \quad (24)$$

$$\rho = \frac{c_2}{k} (N - q^{**}), \quad TT = \frac{c_2}{k} q^{**} (N - q^{**}) \quad (25)$$

4. おわりに

本研究では、フレックスタイム下での最適な定額混雑料金の課金方法について理論解を導出した。これより、混雑料金の導入により、フレックスタイムを行う通勤者が減少する可能性を示した。

また、フレックスタイムに定額混雑料金を組合せると、社会的厚生水準が増加するが、その増加額の大きさは元のパターンによって異なる。そのため、実現すべきパターンが元のパターンと異なることがある。これらの数値例は当日発表する。

参考文献

- 1) 例えば、Arnott, R., De Palma, A. and Lindsey, R.: Economics of a bottleneck, *Journal of Urban Economics*, Vol.27, pp.111-130, 1990.
- 2) 越 正毅: 道路混雑対策としての時差出勤と混雑課金の効果についての一考察, *交通工学*, Vol.33, No.3, pp.65-74, 1998.
- 3) Henderson, J.V.: The economics of staggered work hours, *Journal of Urban Economics*, Vol.9, pp.349-364, 1981.
- 4) 文世一・米川 誠: フレックスタイムが交通混雑に及ぼす影響, *日交研シリーズ A-260*, 日本交通政策研究会, 1998.
- 5) Yoshimura, M. and Okumura, M.: Optimal commuting and work start time distribution under flexible work hours system on motor commuting, *The 4th Conference of Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 2001(投稿中).