【土木計画学研究・講演集 No. 24(1) 2001年11月】

混雑料金と割当制の合成スキームによるパレート改善*

A Pareto Improving Congestion Pricing Scheme *

早崎 俊和†, 赤松 隆‡

By Toshikazu HAYAZAKI† and Takashi AKAMATSU‡

1 はじめに

(1) 背景

混雑料金施策は，混雑緩和を目的とした交通施策において重要な位置を占める．しかし，これまでに研究されてきた多くの混雑料金スキームでは，個々の利用者の支払う一般化費用 (移動時間を金銭換算し料金を加えた，利用者が支払う費用の総和) を増大させてしまう．そのため従来型の混雑料金スキームは利用者から受容されにくく，実現するのが難しい．

近年，Daganzo, Granzo[1][2] らは，個々の利用者の一般化費用も同時に改善可能な混雑料金が存在することを明らかにした．彼らは時間帯別に混雑料金を課金することによって，どの個人の費用も増加させる事なく一部の個人の費用の改善，すなわちパレート改善が可能であることを発見した．ただし，彼らの研究では，利用者が出発時刻選択をおこなう場合についてしか扱っていない．すなわち，利用者の経路選択行動は考えられておらず，対象とするネットワークも単純な 1 リンクモデルのみである．

(2) 目的

本研究の目的は，混雑料金と割当制を合成した，新しい混雑料金の課金方法 (以後，合成スキームと呼ぶ) を提案する事にある．また，合成スキームの導入によって，混雑が緩和されるだけでなく，個々の利用者の一般化費用に関してもパレート改善が起こりうることを明らかにする．なお、Daganzo らの研究は時刻選択を扱っていたのに対して，本研究は空間的な選択においても同様の結論を得られる混雑料金を提案しようというものである．

パレート改善を考える上での基準状態を，無課金状態と従来型混雑料金下での均衡状態とする．ここで，無課金状態とは全く料金を課さない状態での均衡状態を指す．また，従来型混雑料金とは限界費用原理に基づく料金を全てのリンクに課すことを指す．

本研究の対象とするネットワークは，一般ネットワークとする．その構造はリンク・ノード接続行列 A で与えられる．また，各リンクの移動時間 t_i は，当該リンクの交通量 x_i のみに依存する単調非減少な関数 $t_i(x_i)$ とする．本研究では，各利用者は決められた起点 o と終点 d を持ち，経路選択のみを行う．また，すべての利用者は自分の支払う一般化費用を最小化するように経路を選択する．その結果，経路選択に関して利用者均衡 (UE:User Equilibrium) 状態が達成されると仮定する．ここで，UE 状態とは，すべての利用者は自分だけが選択を変更しても，自分の支払う一般化費用を改善できない状態である．

2 定式化

(1) 無課金下での均衡状態

混雑料金が全く課金されていない場合，次のように UE 状態を定式化することができる．

$$\begin{cases} x^d(t(x) - A^T\tau^d) = 0 \\ t(x) - A^T\tau^d \geq 0, \quad x^d \geq 0 \end{cases} \quad \forall d \tag{1}$$

$$Ax^d = q^d \qquad \forall d \tag{2}$$

ここで，x^d，τ^d，q^d はそれぞれ，終点を d に持つ利用者のリンク交通量，ノードへの最小到着費用，ノードからの発生交通量のベクトルである．また，$t(x)$ はリンク移動時間のベクトルであり，終点を示す上付き添字の無い x は $x = \sum_d x^d$ の意味で用いる．

(2) 従来型混雑料金下での均衡状態

本研究では，総走行時間 $TC = \sum_i \sum_d x_i^d t_i(x_i)$ を最小化する状態をシステム最適状態と呼ぶ．この状態は，全てのリンクに対して限界旅行時間と平均旅行時間の差に相当する混雑料金:

$$e_i^{SO} = \frac{dx_i t_i(x_i)}{dx_i} - t_i(x_i) = x_i \frac{dt_i(x_i)}{dx_i} \tag{3}$$

*キーワーズ：交通制御，交通管理，TDM

†学生員, 東北大学大学院情報科学研究科
(宮城県仙台市青葉区 06,
TEL022-217-7507, FAX022-217-7505)
‡正会員, 工博, 東北大学大学院情報科学研究科

を課金した場合の UE 状態として達成できる (限界費用原理). これは，次のように定式化できる.

$$\begin{cases} x^d(c(x) - A^T\tau^d) = 0 \\ c(x) - A^T\tau^d \geq 0, \quad x^d \geq 0 \end{cases} \quad \forall d \tag{4}$$

$$Ax^d = q^d \qquad \forall d \tag{5}$$

$$c(x) = t(x) + e^{SO}(x) \tag{6}$$

ここで，$e^{SO}(x)$ は e_i^{SO} を要素に持つベクトルである.

(3) 合成スキームとその下での均衡状態

本研究で提案する合成スキームでは，課金出来るリンクがあらかじめ限定されている Second Best 状況を取り扱う. その課金リンクでは，料金を支払う必要の無い利用者と支払う必要がある利用者がいると想定する. このそれぞれの利用者集団を非課金／課金グループと呼ぶ. ネットワーク管理者の目的は，グループ間の人数比率と混雑料金を適切に設定する事によって，個々の利用者の一般化費用に関してパレート改善を実現することである.

この合成スキーム下での UE 状態を定式化する. まず，各グループそれぞれの総利用者数 $q^{d(m)}$ は，全ての利用者数 q^d とグループ間の人数比率 γ を用いて，

$$q^{d(1)} = \gamma q^d, \quad q^{d(2)} = (1-\gamma)q^d \tag{7}$$

と表される. ただし，各変数の上付きの括弧表示は，1 が非課金グループ，2 が課金グループに関する変数であることを意味する. 次に，各グループのリンク別一般化費用 $c^{(m)}$ は，混雑料金 e とリンク移動時間 t を用いて，

$$c^{(1)}(x) = t(x), \quad c^{(2)}(x) = t(x) + e \tag{8}$$

と表される. このように，同一のリンクを利用しても支払う一般化費用がグループ間で異なる. そのため，ネットワーク全体のフローパターンは，2 種類の利用者均衡が同時に成り立つ同時均衡状態になる. この同時均衡状態は，

$$\begin{cases} x^{d(m)}(c^{(m)}(x) - A^T\tau^{d(m)}) = 0 \\ c^{(m)}(x) - A^T\tau^{d(m)} \geq 0, \quad x^{d(m)} \geq 0 \end{cases} \quad \forall m, d \tag{9}$$

$$Ax^{d(m)} = q^{d(m)} \quad \forall m, d \tag{10}$$

と定式化される. 以上のような合成スキーム下での UE 状態においては，無課金条件下では起こり得なかった経路利用パターンが生じる. たとえば，“分離均衡状態”，すなわち，あるリンクが一方の利用者グループのみに利用される状況，などが起こりえる. その結果，ネットワーク全体の効率が向上し，個々の利用者の一般化費用も同時に改善しうる.

今回提案した合成スキームは，一見，不平等な制度に見えるかもしれない. しかし，利用者を居住区やナンバープレート番号によってグループ化し，一定期間毎に課金されるグループを順次割り当て，非課金／課金の割合を調整することにより，平等性の問題は回避できる.

3 均衡解の導出

本研究では，提案する合成スキームによってパレート改善が実現可能なのか，また，可能であるならばどのような条件下で可能となるかを探っていく. そのためには，無課金，従来型混雑料金，合成スキームそれぞれの下での均衡解を解析的に求める必要がある. しかし，式 (1)，(4)，(9) から分かるように，均衡配分問題は非線形相補性問題として定式化されている. そのため，均衡解を解析的に求めることは極めて困難である. そこで，経路選択問題はネットワークの利用パターンが与えられれば，相補性の問題で無くなる事を利用する. これにより，仮定した利用パターンに応じた均衡解は解析的に導出可能となる.

以下では，議論を複雑にしないため，終点が 1 ノードのみで，リンク移動時間が線形関数 $t_i = a_i x_i + b_i$ で与えられる場合に限定する. また，ネットワークの利用状況は，利用されていないリンクを排除したリンク・ノード接続行列 A によって与えられているとする. この場合，無課金，従来型混雑料金下の各均衡状態における最小到着費用 τ^{UE}, τ^{SO} は，次のように得られる.

$$\tau^{UE} = G^{UE}b + V^{UE-1}q \tag{11}$$

$$\tau^{SO} = G^{SO}b + 2V^{SO-1}q \tag{12}$$

ただし，a と b は，それぞれ a_i, b_i のベクトルであり，行列 V, G は $V = AaA^T$，$G = V^{-1}Aa^{-1}$ として定義される. また，合成スキーム下における最小到着費用は次のようになる.

$$\tau^{(1)} = \begin{array}{l} G_1(P_1(b^{(2)} - e) + Q_1 q^{(2)}) \\ +G_1' b^{(1)} + V^{(1)'-1} q^{(1)} \end{array} \tag{13}$$

$$\tau^{(2)} = \begin{array}{l} G_2(P_2 b^{(1)} + Q_2 q^{(1)}) \\ +G_2'(b^{(2)} - e) + V^{(2)'-1} q^{(2)} \end{array} \tag{14}$$

式中の G, G', Q, V' はリンクパラメータ a と利用パターン $A^{(1)}, A^{(2)}$ のみに依存する定数行列である. 詳細に付いては複雑な式となるため，紙面の都合上省略する.

このようにネットワークの利用パターンを仮定して均衡解を導出する場合，利用パータン別に異なる

均衡解が得られる点に注意が必要である．そのため，全ての利用パターンを列挙し，その全てについて均衡解を導出する必要がある．また，利用パターンそのものが変化する境界条件を求める必要がある．これは，得られた均衡解が均衡条件を満たすための条件 (未使用の経路の一般化費用 $\geq$ 利用される経路の一般化費用) から得ることができる．

4 パレート改善条件

本研究の合成スキームが達成すべき目標は，個々の利用者の一般化費用に関してパレート改善を実現することである．その基準状態としては，スキームを導入する以前の状態である無課金下での均衡状態と，従来型の混雑料金の賦課した均衡状態を採用する．

(1) 無課金状態との比較

本節では無課金下での均衡状態との比較を行う．その時，一般化費用に関してパレート改善を実現する条件は，

$$\tau^{UE} \geq \tau^{(m)} \quad \forall m \tag{15}$$

である．ただし，すくなくとも一つのグループについては，$\tau^{UE} > \tau^{(m)}$ が成り立っていなければならない．

なお，本研究で採用したパレート改善条件 (15) は，課金グループを固定した場合の条件である．しかし，公平性の観点から見れば，一定期間毎に課金グループを順番に廻していくことが考えられる．この場合，長期的な平均費用は $\gamma\tau^{(1)} + (1-\gamma)\tau^{(2)}$ で与えられる．従って，パレート改善条件は次のようになる．

$$\tau^{UE} \geq \gamma\tau^{(1)} + (1-\gamma)\tau^{(2)} \tag{16}$$

ただし，この条件は条件 (15) が満たされるならば必ず満たされる，より弱い条件である．そのため，本研究では条件 (15) を採用する．

解析の結果，条件 (15) を満たすような混雑料金 e と人数比率 γ は，次のような範囲に存在することが分かった．

$$\gamma(V^{(1)'-1} - G_1Q_1)q - G_1P_1e \leq J^{UE1} \tag{17}$$

$$\gamma(G_2Q_2 - V^{(2)'-1})q - G_2'e \leq J^{UE2} \tag{18}$$

ここで J^{UE} は，リンクパラメータ a, b，無課金状態でのネットワーク利用パターン A^{UE}，合成スキームでの利用パターン $A^{(1)}, A^{(2)}$ からなる定数ベクトルである．この条件に均衡条件を満たすための条件を加えたものが，パレート改善条件である．

(2) 従来型混雑料金スキームとの比較

本節では従来型混雑料金下での均衡状態との比較を行う．その時，合成スキーム下での均衡状態が，一般化費用に関してパレート改善を実現する条件は，

$$\tau^{SO} \geq \tau^{(m)} \quad \forall m \tag{19}$$

である．ただし，すくなくとも一つのグループについては，$\tau^{SO} > \tau^{(m)}$ が成り立っていなければならない．これを満たすような混雑料金 e と人数比率 γ は，次のような範囲に存在する．

$$2\gamma(V^{(1)'-1} - G_1Q_1)q - G_1P_1e \leq J^{SO1} \tag{20}$$

$$2\gamma(G_2Q_2 - V^{(2)'-1})q - G_2'e \leq J^{SO2} \tag{21}$$

ここで J^{SO} は，リンクパラメータ a, b，従来型混雑料金下の均衡状態でのネットワーク利用パターン A^{SO}，合成スキームでの利用パターン $A^{(1)}, A^{(2)}$ からなる定数ベクトルである．この条件に均衡状態を満たすための条件を加えたものが，パレート改善条件である．

以上で得られた条件 (17)，(18)，(20)，(21) 中の e, γ に関する係数は，全てネットワーク条件のみから決まる．したがって，ネットワーク条件さえ与えれば，パレート改善を実現とする料金 e や人数比率 γ の範囲を解析的に得る事が可能となる．

5 パレート改善のメカニズム

本節では，上記のパレート改善が実現するメカニズムを簡単な例で具体的に示す．まず，Braess のネットワークを対象とする．ただし，管理者は中央のリンクのみに課金可能とする．Braess のネットワークでは，経路が 3 本である．したがって，起こりうる経路利用パターンは $2^3 - 1 = 7$ パターンになる．合成スキームにおいては，さらに利用者が 2 種類に分類されるので，単純に利用パターンを列挙すると $7^2 = 49$ 通りになる．しかし，均衡解が起こりうるための条件と照らし会わせた結果，13 通りの経路利用パターンのみが意味のある均衡解であることが分かった．この全ての経路利用パターンそれぞれに対して，条件 (17)，(18)，(20)，(21) を満足する様な，人数比率 γ と中央リンクの混雑料金 e の条件を導出した．

(1) 無課金状態との比較

解析の結果，図 1 の 2 つの経路利用パターンにおいて，無課金状態に対してパレート改善が実現することが分かった．図 1 の薄い矢印が非課金グループ，黒矢印が課金グループの経路を示す．ただし，この経路利用パターンが起こるためには，混雑料金 e，人数比率 γ，ネットワークパラメータが条件を満たす必要がある．

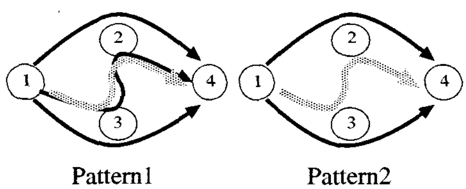

図 1: 改善パターン

パレート改善条件 (17), (18) を満たす e, γ の範囲の一例を図 2 に示す．この場合，パターン 2 における網かけの領域内 ($\gamma_L < \gamma < \gamma_U, e > e_L$) で条件を満たし，パレート改善が実現する．また，直線 B を堺にネットワーク利用パターンが変化する．これらの領域を特徴づける $B, \gamma_L, \gamma_U, e_L$ はリンクパラメータと総交通量 q によって決定される．

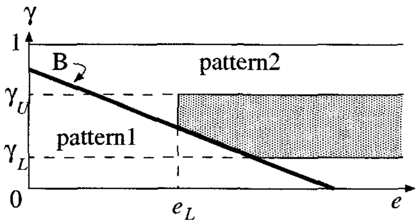

図 2: パレート改善条件

(2) 従来型混雑料金スキームとの比較

解析の結果，従来型混雑料金からのパレート改善条件 (19) も，同様に図 1 のネットワーク利用パターンで満たされることが分かった．また，経路利用パターンが改善パターン 1 の場合の改善条件は条件 (15) に含まれ，改善パターン 2 の場合は γ に対する条件のみで成立することが分かった．

(3) 数値例

上記の解析結果から簡単に得られる数値例を以下に示す．まず，OD 交通量を $q = 10$，リンク移動時間に関するパラメーターを図 3 で示される通りに設定した．

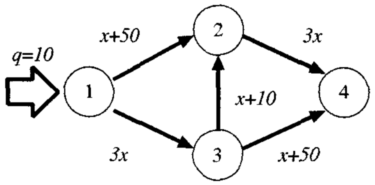

図 3: リンクコスト関数

このようなパラーメータが与えられた場合，無課金下では全ての利用者は経路 $1 \to 3 \to 2 \to 4$ のみを利用する．その結果，均衡費用 τ_4^{UE} は 80，総旅行時間は 800 となる．また，従来型混雑料金下では，全ての経路に 3.3 ずつの交通量が流れる．その際に課される混雑料金は，$e^*_{(1,2)} = e^*_{(3,2)} = e^*_{(3,4)} = 3.3$，$e^*_{(1,3)} = e^*_{(2,4)} = 20.0$ となる．その結果，均衡費用は $\tau_4^{SO} = 96.7$，総旅行時間は 666.7 となる．また，料金を除いた純粋な移動時間は，経路 $1 \to 3 \to 2 \to 4$ が 53.33，残りの経路が 73.33 となっている．

ここで例えば，人数比率を $\gamma = 0.2$，料金を $e = 25$ と設定した合成スキームを考えよう．この γ, e の値は，全てのパレート改善条件 (17)，(18)，(20)，(21) を満たす γ, e の組合せの一つである．この場合，合成スキーム下での均衡状態は次のようになる．非課金グループは全員が経路 $1 \to 3 \to 2 \to 4$ のみを利用する．また，課金グループは全員が残りの経路に分散する．すなわち，ネットワークの利用パターンは改善パターン 2 になり，利用者集団間で完全に分離均衡状態となる．この均衡状態で注目すべきは，課金リンクには非課金グループしか流れていない点である．すなわち，結果として誰一人として料金を支払っていない．それにもかかわらず，各利用者の均衡費用は $\tau_4^{(1)} = 48$，$\tau_4^{(2)} = 72$ となり，無課金状態や従来型混雑料金よりも小さな値になっている．このように，適切に人数比率 γ と混雑料金 e を設定すれば，無課金状態や従来型混雑料金と比較してもパレート改善となることが分かる．

6 おわりに

本研究では，混雑料金と割当制を複合した新しい課金スキームを提案した．その合成スキームは総旅行時間を減少させるだけでなく，全ての利用者個人の支払う一般化費用に関してもパレート改善を実現しうることを明らかにした．また，パレート改善が起こるための条件も明らかにし，具体的な改善状況の例を提示した．講演会においては，利用者の OD 需要を内生化した場合や，時間価値が異なる利用者を仮定する場合などについても報告したい．

参考文献

[1] Daganzo, C.F. : A Pareto Optinum Congestion Reduction Scheme, Transportation Research 29B(3), pp.139-154, 1995.

[2] Daganzo, C.F. and Gracia, R.C. : A Pareto Inproving Strategy for the Time-Dependent Morning Commuter Problem, Transportation Schience 34(3), pp. 303-310, 2000.