

出発時刻選択問題における「疑似均衡」概念の導入\*

A concept of “quasi-equilibrium” on departure time choice\*

井料隆雅\*\*・桑原雅夫\*\*\*

By Takamasa IRYO\*\*・Masao KUWAHARA\*\*\*

1. はじめに

出発時刻選択問題とは、道路交通において、ボトルネックの容量を越える利用者が一度にボトルネックの通過を希望しているときに、利用者がどのように自分の出発地を出発する時刻を選択し、その結果どのような渋滞が発生するかを理論的に解析する問題である<sup>1) 2)</sup>。道路利用のピークを平準化させるような政策、たとえば時間によって変動するような混雑料金などを理論的に考える際に、出発時刻選択問題を解くことは必須である。

出発時刻選択問題では、これまで、各利用者の一般化交通費用を渋滞での待ち時間や目的地到着時刻に依存する形で記述し、利用者はその費用が「大域的に」最小になる時刻を選択するように行動すると考えていた。それにより、厳密な意味での均衡解、すなわち「どの人も自分の一般化交通費用をこれ以上小さくすることが出来ない」状態を求めることを行ってきた。しかし、このような状態を考えるときには、「どの利用者也、すべての時間帯にわたって渋滞の待ち時間の情報を持っている」という前提が必要である。

実際には、利用者は自分が日ごろ利用する時間帯以外の渋滞の状況について知識をもたず、局所的には費用関数の最小値を実現する時刻を選択してい

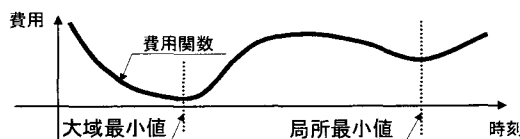


図1 大域最小値と局所最小値

ても、日ごろ利用しない時間帯に存在する大域的な最小値を認識していない、ということも発生すると考えられる。図1にその例を示す。この図のように、費用関数が凸関数でないときには2つ以上の局所最小値が存在し、その中でも最小値をとる1つが大域最小値となるが、利用者によっては、大域最小値をとる時刻近辺の状況を知らずに、大域最小値でないもう一方の局所最小値を選択することもありうる。

この研究では、上記のような「大域最小値でない局所最小値を選択する利用者」の存在を仮定することにより、均衡状態の概念を拡張した「疑似均衡」の考えかたを単一ボトルネックにおける出発時刻選択問題に導入し、その性質を調べることを行う。

2. 出発時刻選択問題における疑似均衡状態の定義

出発時刻選択問題における疑似均衡状態を、以下のように定義する(定義1a)：

「ある待ち時間  $w(t_d)$  を考え、それにより各利用者固有の費用関数を決定する。各利用者はこの費用関数が局所最小値をとる時刻  $t_d$  を自分のボトルネック出発時刻とするように行動する。その結果、どの利用者も自分が意図した時刻  $t_d$  においてボトルネックを出発できれば、系は疑似均衡状態である」

ここで、ボトルネックの特性「渋滞発生中はボトルネック出発量＝容量を満たし、渋滞がないときは出発量 ≤ 容量を満たす」を考えれば、この定義は、

「ある待ち時間  $w(t_d)$  を考え、それにより各利用

\*キーワードズ：交通行動分析、TDM

\*\* 学生員、理修、工修、東京大学生産技術研究所  
(〒153-8505 東京都目黒区駒場4-6-1  
TEL 03-5452-6098 ext. 58175 FAX 03-5452-6420)

\*\*\* 正員、Ph.D、東京大学  
国際産学共同研究センター教授

(〒153-8505 東京都目黒区駒場4-6-1  
TEL 03-5452-6419 FAX 03-5452-6420)

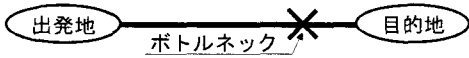


図2 単路・単一ボトルネックのネットワーク

者固有の費用関数を決定する。各利用者が自分の費用関数の局所最小値を実現する時刻  $t_d$  を選択した結果、 $w(t_d)=0$  となる時刻  $t_d$  を選択する利用者数は容量以下で、 $w(t_d)>0$  となる時刻  $t_d$  を選択する利用者数が容量と等しければ、系は均衡状態である」

と書き換えることができる (定義 1b)。

なお、今回は、ボトルネックは単一であるとし、すべての利用者が必ずこのボトルネックを用いて出発地から到着地まで移動すると仮定する (図2)。

### 3. 疑似均衡状態における利用者行動

ここでは、利用者の費用関数が線形で、かつ遅刻が許されていない場合について、疑似均衡状態における利用者の出発時刻選択の計算方法を示す。

利用者の費用関数  $p$  は、

$$p = w(t_d) + \gamma(t_w - t_d) \quad (t_d \leq t_w) \quad (1)$$

と定義される。 $t_d$  はボトルネック出発時刻である。また、 $t_w$  は希望ボトルネック出発時刻である。なお、以下では「出発地出発時刻」ではなく、目的地到着時刻をリファレンス時刻とする。また、実際の表記の際には、目的地到着時刻の代わりに、「ボトルネック出発時刻」 (= 「目的地到着時刻」 - 「ボトルネック～目的地の所要時間 (不変)」) を用いる。 $w(t_d)$  は  $t_d$  にボトルネックを出発する人が待った時間である。なお以下では、 $w(t_d)$  がシングルピークを持つ場合のみを考察する。 $\gamma$  は無次元の負でない数であり、この  $\gamma$  が小さいほど、利用者は希望時刻に目的地に到着することよりも待ち時間が短い時刻に道路を利用することを好む。利用者は  $t_d$  のみを自由に選択でき、 $\gamma$ 、 $t_w$  は各利用者に固有の属性として

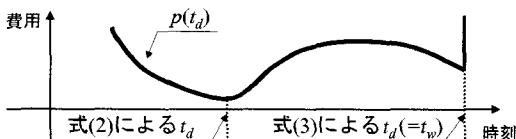


図3 一般化交通費用関数  $p(t_d)$  が取り得る局所最小値

外的に与えられるとする。また、利用者は遅刻す

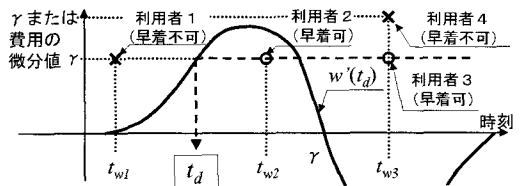


図4  $\gamma$  図による早着時のボトルネック出発時刻の図示と利用者が早着するかどうかの区分

ような時刻は一切選択しないこととする。そのため、この費用関数は  $t_d \leq t_w$  でのみ定義される。

局所最小値を取りうる時刻  $t_d$  は、

$$p'(t_d) = 0 \quad \text{で求まる } t_d \\ \text{ただし } p''(t_d) \geq 0 \quad \text{かつ } t_d < t_w \quad (2)$$

$$t_d = t_w \quad \text{および } p'(t_w) \leq 0 \quad (3)$$

のいずれかになる (図3)。なお、以降では時間微分を  $\cdot$  (プライム) で示す。このうち式 (2) の式によって決まる  $t_d$  は、 $t_d < t_w$  を満たすため、今後は「早着」と表現し、式 (3) によって決まる  $t_d$  は、 $t_d = t_w$  となることにより、「定時着」と表現する。

式 (2) (3) を書きなおすと、

$$w'(t_d) = \gamma \quad \text{で求まる } t_d \\ \text{ただし } w''(t_d) \geq 0 \quad \text{かつ } t_d < t_w \quad (4)$$

$$t_d = t_w \quad \text{および } w'(t_w) \leq \gamma \quad (5)$$

となる。この式を視覚的に考えるために、横軸に時刻  $t_w$ 、縦軸に  $\gamma$  をとったグラフ上 ( $\gamma$  図) に利用者を分布させ、その上にさらに  $w'(t_d)$  を  $t_d$  でプロットしてみる。

式 (4) によって求まる早着時刻を  $\gamma$  図上で示した例が図4である。ここでは、例として利用者1～利用者4を  $\gamma$  図上に配置している。利用者1～3の  $\gamma$  は同じなので、早着する場合の選択時刻  $t_d$  はみな同じになる。しかし、利用者1については、 $t_d > t_w$  となるため、実際に早着を選択することはないことに注意したい。利用者2と3は  $t_d \leq t_w$  を満たしているので実際に早着を選択する。また、 $\gamma$  が大きい利用者4は、対応する早着時刻  $t_d$  が存在しないために早着を選択することは不可能である。

一方、式 (5) は、 $\gamma$  が  $w'(t_w)$  以上でない利用者は、定時着を選択できないことを示している。この

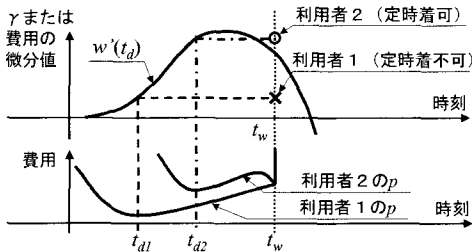


図5  $\gamma$  図による利用者が定時着するかどうかの区分

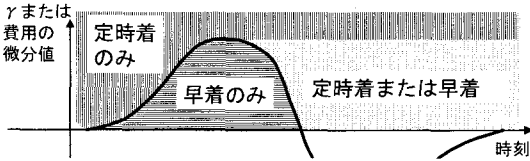


図6 利用者の存在する領域と、利用者が取り得る行動との関係を示した図

ことを  $\gamma$  図上で示した例が図5である。ここでは  $\gamma$  が  $w'(t_w)$  の上下に位置する利用者1、2を例として示した。図の下部に示したように  $\gamma \geq w'(t_w)$  である利用者2の費用関数は定時着時刻  $t_w$  と早着時刻  $t_{d1}$  の両方で局所最小値となる。そうでない利用者1の費用関数は早着時刻  $t_{d2}$  のみで局所最小値となる。

以上を用いて、 $\gamma$  図上のどの領域の利用者が定時着を選択するか、どの領域の利用者が早着を選択するか、あるいは早着、定時着のどちらかを選択するかが図示できる(図6)。あとは、定義1bを満たすように、「定時着または早着」の領域にいる利用者が早着/定時着のどちらを選ぶかを決めればよい。

#### 4. 疑似均衡状態における待ち時間の解の多様性

定義1bで示したとおり、系が均衡になるかどうかは、各利用者がどのような  $t_d$  を選択するかによる。ここでは、ある疑似均衡状態における各利用者の  $t_d$  選択パターンが、複数の待ち時間から実現されることを示し、それにより、疑似均衡状態では待ち時間は唯一に決定しないことを示す。

まず、ある疑似均衡状態における各利用者の  $t_d$  の選択行動全体を「行動パターン1」とし、そのときの待ち時間のうちの一つを  $w_1(t_d)$  とする。

次に、その待ち時間  $w_1(t_d)$  以外の、「行動パターン1」を実現することが可能な待ち時間  $w_2(t_d)$  はどのようなものがあるかについて考える。

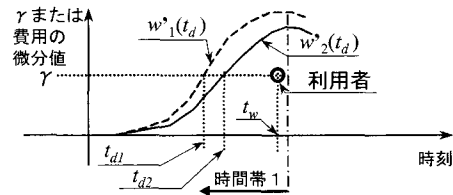


図7  $w'(t_d)$  の増加部分の変動による早着時刻の変化

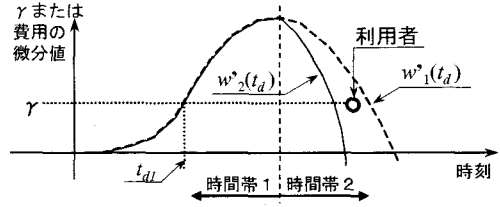


図8  $w'(t_d)$  の変動による早着/定時着選択の変化(1)

まず、早着する利用者が選択する  $t_d$  については、 $w'(t_d)$  の増加部分 (かつ  $w'(t_d) \geq 0$ ) のみに依存するので、この部分 (時間帯1とする) で  $w_1(t_d)$  と  $w_2(t_d)$  とを同じにしておけば、どちらの待ち時間の場合でも、早着利用者はまったく同じ  $t_d$  を選ぶ。逆にこの部分が異なれば、同じ  $\gamma$  を持つ早着利用者が別の  $t_d$  を選択してしまうので、早着利用者の  $t_d$  の選択を同じにするためには、この部分は同じでなくてはならない。図7に例を示す。図上の利用者の  $t_d$  の選択は、待ち時間  $w_1(t_d)$  を  $w_2(t_d)$  に置き換えたことにより、 $t_{d1}$  から  $t_{d2}$  に変わっている。

一方、 $w_1(t_d)$  で定時着を選択していた利用者は、 $w_2(t_d)$  の状態でも定時着を選択しつづければ、 $w_1(t_d)$  と  $w_2(t_d)$  の形状の差異がどうなっても  $t_d$  を変更することはない ( $t_d = t_w$  のため)。

あとは、 $w_1(t_d)$  のときに早着利用者である人が  $w_2(t_d)$  のときにも早着利用を選択することが可能であり、 $w_1(t_d)$  のときに定時着利用者である人が、 $w_2(t_d)$  でも定時利用を選択することが可能であれば、待ち時間  $w_2(t_d)$  においても「行動パターン1」を実現することが可能になる。そして、 $w'(t_d)$  が増加し、かつ  $w'(t_d) \geq 0$  となる時間帯 (時間帯1) については、すでに「 $w_1(t_d) = w_2(t_d)$  でなくてはならない」と決まっているので、これ以降の時間帯 (時間帯2) における待ち時間の差異がどのように早着/定時着の選択に影響を与えるかについて考える。

まず、時間帯2において、 $w_1'(t_d) > w_2'(t_d)$  とした場合について考える。このとき、図8に示すとおり、

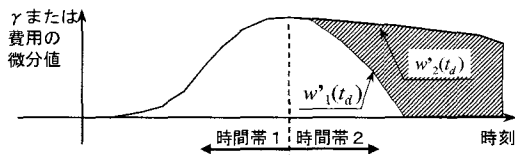


図9  $w'(t_d)$ の変動による早着/定時着選択の変化(2)

一部の利用者（例えば図8の○）は、 $w_1(t_d)$ では  $\gamma < w_1'(t_d)$ であり、早着時刻にのみ局所最小値を持つため、早着のみ選択可能である。一方  $w_2(t_d)$ では、 $\gamma \geq w_2'(t_d)$ であるため、 $w_1(t_d)$ における早着時刻で局所最小値を持つ他に、定時着の時刻  $t_w$ でも局所最小値を持ち、その結果早着だけでなく定時着も選択することができる。そこで、これらの利用者はすべて「早着」を選択する、とおくことにより、

「時間帯2で  $w_2'(t_d)$ を  $w_1'(t_d)$ に比べていくらか小さくしても、待ち時間  $w_2(t_d)$ が『行動パターン1』を実現することは可能である」ということがわかる。

時間帯2において  $w'(t_d)$ が大きくなることについては一部に制約がある。例えば図9のように、 $w_1'(t_d) < w_2'(t_d)$ となった結果、 $w_2'(t_d)$ が大きい部分が長く続いた場合を考える。このときには、早着のみしか選択できない利用者の数が多くなってしまい、その結果、定時着をそれまで選択していた利用者も早着を選択してしまうことになる（図9の斜線部に位置する利用者うちの一部）。このことは、 $w_2'(t_d)$ をあまり大きくしすぎると、「行動パターン1」は実現しなくなることを示している。

$w'(t_d)$ が負の部分については、どのような形状であっても利用者の行動には影響はない。これは、負の $\gamma$ を持つ利用者がいないためである。

あと、ボトルネックの性質により、「行動パターン1」におけるボトルネック出発量が容量を下回る時刻までは渋滞を残せないことと、待ち時間は負の値をとらないという2点を考慮すべきである。

以上の結果、 $w_2(t_d)$ については、渋滞の開始時（＝時間帯1）については  $w_1(t_d)$ に等しいものの、渋滞の立ち上がり以降（＝時間帯2）については、ある上限を超えなければなんでもよい、ということがわかる（ただし全体の形状はシングルピークで、渋滞継続時間にもある上限があることに注意する必要がある）。すなわち、図10のように、同じ利用者行動を実現する渋滞の待ち時間は唯一ではなく、

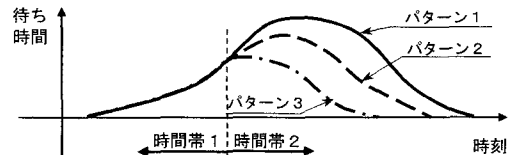


図10 同一の利用者行動パターンを実現しうる待ち時間のバリエーションの例。

渋滞の開始部分を除いて相当の自由度が存在していることがわかる。

## 5. まとめ

前節で述べたとおり、疑似均衡状態においては、同じ利用者行動を再現できる待ち時間にはいろいろなものがあることがわかった。特に、渋滞が立ち上がった時刻以降に大きな自由度があることは、「疑似均衡状態では、各利用者の  $t_d$  の選択行動が唯一に決まっても、同程度の規模の渋滞が発生するとは限らない」ということを意味する。このように、疑似均衡状態には多様性があるため、現実にもどのような規模の渋滞が疑似均衡状態として達成されるかは唯一には決まらず、系の初期状態などに依存する可能性がかなりあると思われる。

渋滞の状況が初期状態に依存するという事は、TDM政策などを導入するとき重要なポイントとなるといえよう。すなわち、同じ政策であっても、導入時の系の状況の差によってその効果が異なってくるということが考えられるからである。また、政策の段階的な導入など、初期条件を人為的に調整しながら政策を導入していった場合にも効果が異なってくるということが想定されよう。具体的にどう異なってくるかを知るには、疑似均衡にいたるまでの動的なプロセスを考慮した解析を行う必要がある。

## 参考文献

- 1) 桑原雅夫:「道路交通における出発時刻選択に関する研究解説」,土木学会論文集, No.604/IV-41, pp73-84, 1998.1
- 2) 井料隆雅, 桑原雅夫: 時間価値の個人差を考慮した道路混雑料金の理論的考察, 交通工学, Vol.36, No.2, pp.43-52, 2001.2