

MCMC法を用いた巨大選択肢集合下での目的地選択行動の再現  
 Computation of Destination Choice Probabilities under Huge Choice Sets :  
 Application of Markov Chain Monte Carlo Algorithms

菊池輝\*, 山本俊行\*\*, 芦川圭\*\*\*, 北村隆一\*\*\*\*

By Akira Kikuchi, Toshiyuki Yamamoto, Kei Ashikawa and Ryuichi Kitamura

1. はじめに

交通計画や交通政策の決定にあたって、交通需要を予測することは不可欠であり、交通行動を再現する様々なモデルが構築されてきた。近年では非集計分析手法の発展により、よりミクロな視点からの交通需要予測・交通政策評価が可能となってきている。しかしながら空間表現手法としては、従来の集計的分析手法が主流であった頃より用いられているゾーンシステムが採用されている。ゾーンシステムには空間情報の集約に伴う誤差が存在し、近年、直交座標系でトリップ目的地点を表現するシステム（以下、座標システム）を用いた地理空間表現による目的地点選択モデルが提案されている<sup>1)</sup>。

しかし座標システムを用いた場合、選択肢の数は膨大となるため、従来のようにすべての選択肢の選択確率を算定し、需要予測を行うことは現実的な方法ではない。そこで本研究では、このような問題点を克服し、効率的に目的地点を予測する方法として、マルコフ連鎖モンテカルロ法<sup>2)</sup> (Markov Chain Monte Carlo Algorithms:以下、MCMC法)を用いた目的地点選択確率の計算法を開発し、その妥当性・有用性に関する考察を行う。

2. 目的地選択確率の定式化

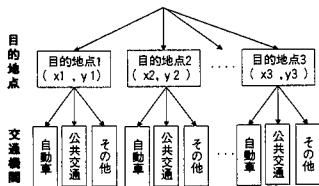


図1 ネスティッドロジットモデルの選択構造

個人の交通機関と地理平面上の目的地点の選択確率の定式化にあたっては、図1の構造を仮定するネスティッドロジットモデルを適用し、以下のように定式化する。

$$P(x, y) = \frac{\exp(V_{xy} + \lambda LS_{xy})}{\sum_{xy \in \Omega_{xy}} \exp(V_{xy} + \lambda LS_{xy})} \quad (1)$$

- $P(x, y)$  : 地点(x,y)を選択する確率密度
- $V_{xy}$  : 地点(x,y)の確定効用
- $LS_{xy}$  : ログサム変数
- $\Omega_{xy}$  : 目的地点選択肢集合
- $\lambda$  : パラメータ

ここで、分析者が外生的に設定した範囲を選択肢に用いた場合、範囲の大きさの決定方法によって目的地の選択確率が変化しないように配慮が必要であり、理論上の整合性を満たすためには、目的地の効用関数が以下のような形で示されることが望ましい<sup>3)</sup>。

$$V_{xy} = V'_{xy} + \ln \left( \sum_k \beta_k X_{k,xy} \right) \quad (2)$$

- $V'_{xy}$  : 規模変数以外の変数によって構成される効用
- $\beta_k$  : パラメータ
- $X_{k,xy}$  : 地点(x,y)の規模変数

しかし(2)式は通常最尤推定法によってパラメータが推定できないため、本研究では次式の簡略式を用いる。

$$V_{xy} = V'_{xy} + \ln X_{xy} + \sum_k \beta_k \ln (X_{k,xy} / X_{xy}) \quad (3)$$

(3)式は、目的地の規模変数の中で分割の基準となる一変数 $X_{xy}$ を選定し、他の変数にはこの変数の単位あたりの規模、すなわち密度に変換して用いる方法であり、選択肢の分割に対して適切な特性となることが示されている<sup>4)</sup>。本研究では、この分割の基準となる変数として選択肢の面積を用い、単位面積あたりの量で規模変数を表すこととする。

キーワード: 分布交通, 交通行動分析, MCMC法  
 \* 学生員 工修 京都大学工学研究科土木システム工学専攻  
 \*\* 正員 工修 京都大学工学研究科土木システム工学専攻  
 \*\*\* 学生員 京都大学工学研究科土木システム工学専攻  
 \*\*\*\* 正員 Ph.D 京都大学工学研究科土木システム工学専攻  
 (〒606-8501 京都府京都市南区山科本町 TEL 075-753-5136 FAX 075-753-5916)

### 3. MCMC法を用いた目的地選択行動の再現

#### (1) 選択行動の再現方法

座標システムによる目的地選択行動の再現を行う場合、選択肢集合が膨大となるため、(1)式で表される選択確率をすべての選択肢集合について算出することは現実的ではない。本研究ではこの問題点への対処として、統計物理の分野から近年になって統計学への応用が注目されているMCMC法を適用する。MCMC法は、マルコフ連鎖であらわされるダイナミクスを利用して、与えられた確率分布からのサンプルを得るアルゴリズム<sup>2)</sup>であり、離散選択モデルのパラメータ推定<sup>5),6)</sup>や道路ネットワークの確率的利用者均衡配分状態の算出<sup>7)</sup>、あるいは活動パターンの生成手法<sup>8)</sup>にも用いられている。

本研究における具体的なアルゴリズムを以下に示す。

- ① 選択肢集合の中からランダムに1地点  $(x_j, y_j)$  を抽出し、これを初期状態とする。
- ② 一定の確率で1地点  $(x_j, y_j)$  を抽出する。
- ③ 選択確率の比  $\gamma$  を求める。

$$\gamma = \frac{PD(x_j, y_j)}{PD(x_i, y_i)} = \frac{\exp(V_{x_j, y_j} + \lambda LS_{x_j, y_j})}{\exp(V_{x_i, y_i} + \lambda LS_{x_i, y_i})} \quad (4)$$

- ④  $\gamma$  が  $(0, 1)$  の一様乱数  $\epsilon$  に対して、

$$\gamma > \epsilon$$

のとき  $i$  を  $j$  で置き換え、②に戻る。

上記の手順を、ある初期状態から開始して多数回繰り返すことにより初期状態の影響は緩和される。緩和された後に、十分大きい間隔でサンプルを抜き出せば、これらは定常分布からランダムに選んだものと見なすことができる。

このような手法を用いれば、(4)式で表されるように、2地点の確定効用の比を利用していることから、選択肢集合すべての選択確率を算出することなく、ランダムなサンプリングが可能となる。

#### (2) 円領域におけるシミュレーション

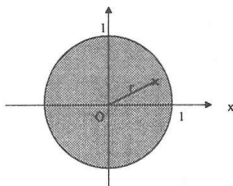


図2 仮想的な円領域

3(1)で示したMCMC法の挙動を確認するために、以下のような仮想的な領域を想定してシミュレーションを行った。

図2のようなxy直交座標系に原点を中心とする半径1の円からなる領域を想定し、目的地はこの領域内に限られるものとする。出発地を原点とし、原点からの距離が大きくなるにつれ一次的に目的地点の効用が小さくなるように効用関数を設定する。すなわち、原点からの距離  $r$  ( $0 \leq r \leq 1$ ) の点の効用が

$$V(r) = -\alpha r \quad (\alpha > 0) \quad (5)$$

で表されるようにする。この効用関数についてロジットモデルを適用すると、原点  $O$  からの距離が  $r$  である円周上の一点が選択される確率は、 $\exp\{V(r)\}$  に比例する。全選択肢の選択確率の総和が1であることから

$$\int_0^1 2\pi k r \cdot \exp\{V(r)\} dr = 1 \quad (6)$$

となり、 $k$  は以下の式で与えられる。

$$k = \frac{\alpha^2}{2\pi(1-2e^{-\alpha})} \quad (7)$$

実際に、MCMC法による目的地選択シミュレーションを行った結果を図3および図4に示す。

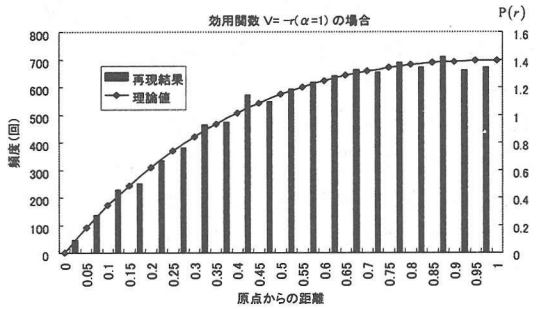


図3 円領域シミュレーション結果 ( $\alpha=1$ )

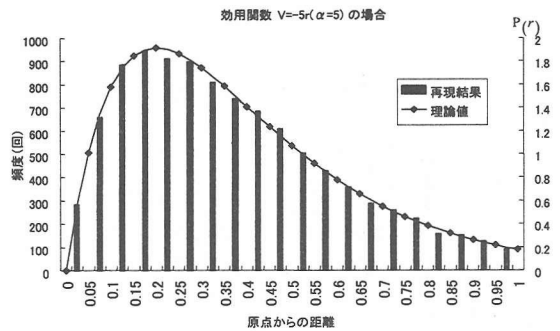


図4 円領域シミュレーション結果 ( $\alpha=5$ )

目的地点分布の理論値は、

$$y = \frac{\alpha^2}{1 - 2e^{-\alpha}} re^{-\alpha r} \quad (8)$$

であるので、この理論値を合わせて図3および図4に示す。図3、4の結果よりほぼ理論値に一致した再現結果が得られることがわかり、MCMC法の妥当性が確認されたと言える。

#### 4. 京都市中心部を対象としたシミュレーション

ここではMCMC法を用いた目的地点選択シミュレーションを現実の地域を対象とした分析に適用した結果を示す。

##### (1) データの概要と推定結果

2. で定式化した選択確率のパラメータを推定するために、個人が実際に行ったトリップデータとそのトリップ形態の要因としての個人属性データ、地点属性データ等が必要である。本研究ではそれらをアンケート調査や国勢調査データ、事業所・企業統計データ等から収集し、地理情報システム（以下GIS）を用いてデータベース化した。さらに交通機関別の移動抵抗データに関しては、交通シミュレーションモデルを利用した。上記データの加工にあたっては、トリップの起終点を表現することが問題でない程度に十分に小さな微小領域（10m×10mの矩形）を単位としている。また本研究における対象地域は、アンケート調査での回答方法、GIS利用時の座標特定方法を考慮し、京都市都心部を中心に東西13km、南北11kmの領域とした。なおデータの詳細および加工方法に関しては文献1)を参照されたい。

表1にパラメータの推定結果を示す。なお比較のために座標システムを用いた場合と、PT調査の入力ゾーンを単位としたゾーンシステムを用いた場合の推定結果を掲載する。ここでの座標システムとは、上述データ加工における微小領域を単位とした擬似連続座標システムである。またゾーンシステムとは、PT調査の入力ゾーンを採用し、各ゾーンの代表点を設定した上で代表点間の移動抵抗を算出した後に推定計算を行った。また、前述のように2地点の確定効用の比を用いてサンプリングするため、二肢選択として推定を行った。

表1より、ほとんどのパラメータの値の絶対値が、ゾーンシステムよりも座標システムの方が大きくなっ

ていることが分かり、座標システムの採用により、ゾーンシステムにおける空間情報の集約の誤差が軽減されたと言える。またL(β)の値を比較しても、座標システムを用いた場合の方が精度が高いという結果を得た。

表1 パラメータの推定結果

変数の説明	座標システム <sup>*)</sup> パラメータ (種)		ゾーンシステム パラメータ (種)	
<b>下位レベル(機関選択)</b>				
公共交通機関に関する定数項	-4.913	-6.62	-6.546	-6.56
公共交通機関の所要時間(分)	-0.055	-3.64	-0.016	-1.20
公共交通機関の費用(円)	-0.003	-1.48	0.001	0.30
次の固定活動地点への公共交通機関の所要時間(分)	-0.014	-1.16	0.007	0.48
次の固定活動地点への公共交通機関の費用(円)	-0.002	-1.22	0.005	1.69
公共交通機関の距離(km)	0.001	5.19	-0.173	-1.17
公共交通機関利用者の年齢	0.050	6.02	0.043	5.66
<b>自動車に関する定数項</b>				
自動車の所要時間(分)	0.037	1.56	-0.050	-2.74
次の固定活動地点への自動車の所要時間(分)	-0.040	-2.14	-0.002	-0.09
自動車の距離(km)	0.001	2.36	-0.170	-1.15
自動車利用者の性別(男性:1)	0.897	3.83	0.877	3.79
その他の機関の所要時間(分)	-0.031	-0.63	-0.123	-2.96
次の固定活動地点へのその他の機関の所要時間(分)	-0.071	-4.50	-0.001	-0.20
<b>上位レベル(目的地選択)</b>				
距離(km)	-0.876	-3.91	0.114	0.44
ゾーンの面積(m <sup>2</sup> )の対数値	1.000	(固定)	1.000	(固定)
10m四方換算の全産業の従業員数の対数値	0.418	4.10	0.590	0.002
10m四方換算のその他の施設 <sup>**)</sup> 数の対数値	0.375	2.85	0.536	0.05
ログサム変数	1.000	(固定)	1.000	(固定)
sample size		2940		2940
L(0)		-877.96		-877.96
L(β)		-474.82		-559.68
χ <sup>2</sup>		806.28		636.57

座標システム<sup>\*)</sup> 精度10mの擬似連続座標システム  
その他の施設<sup>\*\*)</sup> 学校・病院・寺社・旅館・浴場など

##### (2) シミュレーション結果

表1に示した座標システムを利用した場合の推定結果を用いて、公共交通機関のサービス水準が現況の場合と、サービス水準が向上（公共交通機関の所要時間が一律30%減少）した場合の2つのケースに関して、京都市中心部における目的地点選択シミュレーションを行った結果を図5に示す。対象とした個人の属性は45歳の男性で、出発地点は京都市下京区四条高倉付近、次の固定活動場所は京都市左京区田中・京阪出町柳駅付近である。3(1)のアルゴリズムに従って、初期状態が緩和されるまでに10,000個の目的地点を抽出し、以降1,000個の間隔で100地点をサンプリングした。なお、明らかに活動が実行不可能である地点をのぞいた選択肢集合の大きさは約70万であり、シミュレーション時間は、Pentium II (300MHz)のPCで約8分であった。

この結果より、都心部を中心に目的地点がサンプリングされていることが分かる。これは、実際京都市の都心部は従業員数が周縁部よりも多く、表1の推定結果における全従業員数のパラメータが影響しており、妥当な結果と言える。また次の固定活動場所付近よりも

出発地点付近に集中しているが、これも推定したパラメータのうち、次の固定活動場所への移動時間の符号が負になっているためであろう。さらにサービス水準が向上した場合は、現況のサービス水準に比べて、若干であるが目的地点が分散傾向にあることが伺え、全体として良好な再現結果が得られたと言えるであろう。しかしながら、少数ではあるが出発地点・次の固定活動場所から離れた地点がサンプリングされている。これは、目的地点を決定する際に、プリズム制約<sup>9)</sup>を考慮していないことが原因と考えられる。これに関しては3(1)のアルゴリズムにおいて、ランダムに地点を抽出した段階で、プリズム制約を満たすか否かを確認するようアルゴリズムを変更すれば容易に対処可能である。同様の考え方で、目的地点の認知モデルを導入することも可能であろう。

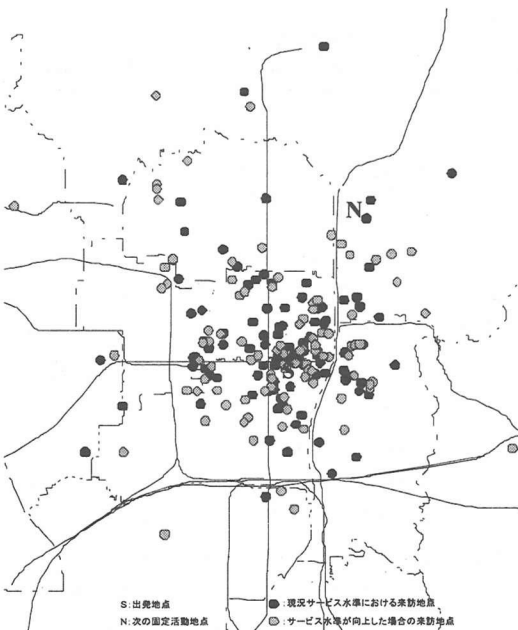


図5 京都市中心部を対象としたシミュレーション結果

出発地点および次の固定活動地点から各来訪地点への直線距離を集計した結果を表2に示す。ここで有意水準98%で分散の検定を行ったところ、現況サービス水準よりもサービス水準が向上した場合の分散が大きいうという結果になった。一方、直線距離の平均値には有意な差は見られなかった。これらの結果より、公共交通機関のサービス水準が向上することにより、活動地点の決定にはサービス水準以外の要因（地点属性等）

がより影響を及ぼすことになり、活動地点選択の範囲が広まったと解釈することができる。

表2 出発地点・次の固定活動地点から来訪地点への直線距離の平均

	現況サービス水準	サービス水準向上
出発地からの直線距離 + 次の固定活動地点 からの直線距離	4196m	4533m
(分散)	$(2.1 \times 10^6)$	$(3.6 \times 10^6)$

## 5. おわりに

本研究では、座標システムを用いた目的地点選択モデルの課題点であった、膨大な選択肢集合の取り扱いに対処するために、MCMC法を適用することで効率的なサンプリングを行う方法を提案した。さらに提案した方法を用いて、仮想的な領域を想定したシミュレーションおよび京都市中心部を対象としたシミュレーションを行い、シミュレーション結果からMCMC法によるサンプリングの挙動を調べ、目的地点選択の再現方法として有用な手法であることを確認した。しかしながらより現実的な選択行動の再現を行うためには、プリズム制約を考慮した選択肢集合の特定を行うほか、地点属性として周辺地域の集積効果をあらわす変数の導入、ゾーンシステムによる方法との比較等さらなる課題点も多く残されている。

## 参考文献

- 1) 菊池 輝, 小畑 篤史, 藤井 聡, 北村 隆一: GISを用いた交通機関・目的地点選択モデル:ゾーンシステムから座標システムへの地理空間表現手法の移行に向けて, 土木計画学研究・講演集, No. 22(1), pp. 511-514, 1999.
- 2) 伊庭幸人: マルコフ連鎖モンテカルロ法とその統計学への応用, 統計数理, 第44巻第1号, pp49-84, 1996
- 3) Ben-Akiva, M. and Lerman, S.R.: Discrete Choice Analyses, pp.253-275, The MIT Press, 1985
- 4) Ben-Akiva, M., Sherman, T.L. and Kullam, B.: Disaggregate Travel Models for San-Francisco Bay Areas, Non-Home-Based Models, TRR 673, pp.93-99, 1978.
- 5) Hajivassiliou, V., D. McFadden and P. Ruud: Simulation of multivariate normal rectangle probabilities and their derivatives Theoretical and computational results, Journal of Econometrics, Vol. 72, pp.85-134, 1996.
- 6) Chiang, J., S. Chib and C. Narasimhan: Markov chain Monte Carlo and models of consideration set and parameter heterogeneity, Journal of Econometrics, Vol. 89, pp.223-248, 1999.
- 7) Hazelton, M. L., S. Lee and J. W. Polak: Stationary states in stochastic process models of traffic assignment: a Markov chain Monte Carlo approach, Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Symposium on Transportation and Traffic Theory, pp.341-357, 1996.
- 8) 山本 俊行, 岸澤 桂子, 北村隆一: マルコフ連鎖モンテカルロ法による活動パターン生成手法に関する研究, 土木学会第55回年次学術講演会講演概要集, 印刷中, 2000.
- 9) Hagerstrand, T.: What about people in regional science? Papers of the Regional Science Association, 23, pp. 7-21, 1970.