

民間主導型社会資本整備事業の成立可能性に関するモデル分析

A model analysis on the feasibility of infrastructure development by private sectors

上田孝行**, 中澤毅基***, 福本潤也****, 長谷川専*****

By Taka UEDA**, Takeki NAKAZAWA**, Junya FUKUMOTO***, Atsushi HASEGAWA*****

1. はじめに

財政負担の軽減を図るために、民間部門の経営資源(ノウハウ・技術力)と資金を活用した民間主導型の事業方式が改めて関心を呼んでいる。費用対効果を向上させるには運営する民間事業者が利潤動機に基づいて費用を削減する誘因が必要であり、また、リスクを引き受けるにしても民間投資家にとって事業が他の投資機会に比べて有利となる条件が必要である。民間主導型社会資本整備は、一例として表-1のようなリスクを伴うことが指摘されている。そこで、本稿は民間主導型事業の構造を多主体・多段階決定モデルとして表現し、それに基づいて事業の成立可能性についてプロジェクトファイナンスの立場から分析する。なお、本稿は上田他(2000)での一連の研究の要点を再構成して報告するものである。

リスクの種類	概要
資金調達リスク	事業に係わる資金の調達が不調となるリスク
金利変動リスク	借入金利の変動に伴うリスク
物価上昇リスク	サービスの料金が物価上昇率を反映させることに伴うリスク
市場リスク	サービスに対する需要の変動に伴うリスク
完工リスク	施設等が予定通りに完成せず、事業運営が不可能となるリスク
出資者リスク	出資者の出資金負担、事業経営の遂行等に供するリスク
換業リスク	事業が予定通りに換業されないリスク
制度リスク	国などの政策変更などにより事業が阻害されるリスク
環境リスク	事業の実施により周辺環境が悪化するリスク
社会的リスク	事業実施に伴う社会的要因(住民との軋轢等)に伴うリスク
事故・災害リスク	事故や天災地災等の災害に伴うリスク

民間主導型インフラ研究会「PFI入門」(1991)に加筆

表-1 事業に伴うリスク

2. モデル

2.1 モデル基本的前提

本稿では浅野(1998), および上田・長谷川・浅野(1999)を参考として解析的な扱いが可能なモデルを展開する。モデルは以下のような基本的前提に基づいている。

①想定する経済主体:本稿のモデルは、家計、事業者、出資者、融資者、政府からなる多主体・多段階決定モデルである。ただし、融資者と出資者は両者に共通した構造である場合にはまとめて投資家と呼ぶ。

*キーワード:民間主導,社会資本整備,PFI,事業評価,リスク分担
 **正員 工博 東京工業大学 国際開発工学専攻助教授
 ***学生員 東京工業大学大学院 国際開発工学専攻
 連絡先:〒152-8550 目黒区大岡山 2-12-1 TEL & FAX 03-5734-8597
 ****学生員 工修 東京大学東京大学大学院 環境学専攻 国際環境基礎学大講義
 連絡先:〒113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1 TEL & FAX 03-5841-8096
 *****正員 工修 三菱総合研究所

②リスク:本稿では事業を取り巻く経済が、例えば自然災害による被害を受けていない好条件時と被害を受けている悪条件時の2つの状態を取り得るものとして、それぞれの状態をラベル $i \in \{g, b\}$ で表し、外生変数にラベルを付すことで経済環境の違いを表す。状態の生起確率は $\phi_i \in [0, 1]$ for $i \in \{g, b\}$, $\sum_{i \in \{g, b\}} \phi_i = 1$ で表す。

③期間:プロジェクトライフは大別すれば事業化段階、建設段階、供用・運営段階に分けることができる。本稿では投資家の事業への参加に着目して分析するため、事業化の段階での事前の意味での成立可能性を取り扱う。建設段階、供用・運営段階をそれぞれ0期と1期として、表-2に示すような便益帰着構成表を用いて便益/費用を整理しておく。

④便益帰着構成表:ここでは表-2の各変数について説明しておくにとどめる。

I :投資額, L :融資額, E :出資額, B_i :家計(利用者)の便益,
 π_i :事業主体の利益, d_i^L :融資者の収益率, d_i^E :出資者の収益率。

表-2 便益帰着構成表

	家計	事業者	融資者	出資者	合計
0期	初期投資額	-I			-I
	融資額	+L	-L		0
	出資額	+E		-E	0
合計	0	-L	-E	-I	
ϕ_i 期	家計の便益	B_i			B_i
	事業体利益	π_i			π_i
	融資者収益	$-d_i^L L$	$d_i^L L$		0
	出資者収益	$-d_i^E E$		$d_i^E E$	0
	合計	B_i	0	$d_i^L L$	$d_i^E E$
1期	家計の便益	B_1			B_1
	事業体利益	π_1			π_1
	融資者収益	$-d_1^L L$	$d_1^L L$		0
	出資者収益	$-d_1^E E$		$d_1^E E$	0
	合計	B_1	0	$d_1^L L$	$d_1^E E$
合計	$\sum_{i \in \{g, b\}} \phi_i B_i$	0	$\sum_{i \in \{g, b\}} d_i^L L$	$\sum_{i \in \{g, b\}} d_i^E E$	$\sum_{i \in \{g, b\}} \phi_i (B_i + \pi_i)$

2.2 モデルの定式化

①家計の効用最大化行動

事業によるサービスの利用者は家計であり、その行動を効用最大化行動として定式化する。家計は各状態 $i \in \{g, b\}$ において、所得 Ω_i の下で合成財を価格 p_{oi} で z_{oi} 、事業によるサービスを料金 p_i で z_i だけ購入して消費する。この行動により得られる家計の状態別間接効用 v_i を次のような効用最大化問題によって表す。

$$v_i = \max_{z_i, z_{oi}} z_i^\beta z_{oi}^{1-\beta} \quad (1.a)$$

$$\text{s.t. } p_i z_i + p_{oi} z_{oi} = \Omega_i \quad (1.b)$$

これを解いて、合成財、サービスのそれぞれの需要関数と間接効用関数を得る。

$$z_i = \beta \Omega_i p_i^{-1} \quad (2.a)$$

$$z_{oi} = (1 - \beta) \Omega_i p_{oi}^{-1} \quad (2.b)$$

$$v_i = B(\beta) p_i^{-\beta} p_{oi}^{\beta-1} \Omega_i \quad (2.c)$$

$$\text{ただし, } B(\beta) = \beta^\beta (1 - \beta)^{1-\beta} \quad (2.d)$$

以上の状態別に導出した間接効用関数を用いて、家計の期待間接効用水準 EU を次のように定義する。

$$EU (= \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i v_i) = \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i B(\beta) p_i^{-\beta} p_{oi}^{\beta-1} \Omega_i \quad (3)$$

②事業主体の要素投入

事業主体は 0 期において投資 I によって施設を建設し、1 期には供用を開始して一種類の生産要素（本稿では労働）を N_i だけ投入してサービスを生産する。その生産要素価格を賃金 w_i と呼ぶ。事業主体は、(2.b) で表される状態別の需要に見合うだけのサービスを次のような生産技術のもとで提供するとする。

$$z_i = \left(\frac{1}{m}\right) N_i^{\frac{1}{\gamma}} \quad (4.a)$$

ここで、 $\frac{1}{m}, \frac{1}{\gamma}$ はそれぞれ生産規模と労働生産性を規定するパラメータである。この生産技術に対応したサービスの費用関数 $C(z_i, \cdot)$ を次のように表すことができる。

$$C(z_i, w_i, m, \gamma) = m w_i z_i^\gamma \quad (4.b)$$

③政府と事業主体の交渉による料金決定

1 期において実現する各状態別に事業主体が得る利益とそれによって定義される期待利潤を以下に表す。

$$\pi_i = p_i z_i - m w_i z_i^\gamma \quad (5.a)$$

$$EP (= \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i \pi_i) = \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i (p_i z_i - m w_i z_i^\gamma) \quad (5.b)$$

政府は利用者である家計の効用水準を最低限度ある水準以上に確保することを条件に事業主体との交渉に臨み、その条件を満たせば事業の許認可と料金 p_i 水準の決定権を事業主体に与える。確保する効用水準と料金方式の組み合わせにより次の 3 スキームを考える。

(A) 同一料金・期待効用保障型

(B) 状態別料金・期待効用保障型

(C) 状態別料金・状態別効用保障型

既に費用便益分析の標準的な手法が確立されている場合、家計の便益をもって提示する効用と見なせる。

事業主体は以上の各スキームのもとで、サービスへの需要と効用が (2.a) ~ (2.c) および (3) で表されるとして期待利潤を最大にするよう料金水準を決定する。

スキーム(A)

$$\max_p EP (= \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i \pi_i) \quad (6.a)$$

$$\text{s.t. } EU (= \sum \phi_i v_i) \geq \mu \quad (6.b)$$

需要関数と効用関数を代入して表すと、

$$\max_p \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i (\beta \Omega_i - \beta^\gamma m w_i \Omega_i^\gamma p_i^{-\gamma}) \quad (7.a)$$

$$\text{s.t. } \mu - \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i B(\beta) p_i^{-\beta} p_{oi}^{\beta-1} \Omega_i \leq 0 \quad (7.b)$$

スキーム(B)

$$\max_{p_i} EP (= \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i \pi_i) \quad (8.a)$$

$$\text{s.t. } EU (= \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i v_i) \geq \mu \quad (8.b)$$

$$\max_{p_i} \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i (\beta \Omega_i - \beta^\gamma m w_i \Omega_i^\gamma p_i^{-\gamma}) \quad (9.a)$$

$$\text{s.t. } \mu - \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i B(\beta) p_i^{-\beta} p_{oi}^{\beta-1} \Omega_i \leq 0 \quad (9.b)$$

スキーム(C)

$$\max_{p_i} EP (= \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i \pi_i) \quad (10.a)$$

$$\text{s.t. } v_i \geq \mu_i \quad \text{for each } i \in \{g,b\} \quad (10.b)$$

$$\max_{p_i} \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i (\beta \Omega_i - \beta^\gamma m w_i \Omega_i^\gamma p_i^{-\gamma}) \quad (11.a)$$

$$\text{s.t. } \mu_i - B(\beta) p_i^{-\beta} p_{oi}^{\beta-1} \Omega_i \leq 0 \quad (11.b)$$

for each $i \in \{g,b\}$

ここで μ は政府が確保すべき家計の期待効用水準であり、 $\mu_i, i \in \{g,b\}$ は状態別に確保すべき効用水準である。以上のスキームで決定される料金水準は以下に示す。

$$(A) \quad p = \mu^{\frac{1}{\beta}} B(\beta)^{\frac{1}{\beta}} \left\{ \sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i p_{oi}^{\beta-1} \Omega_i \right\}^{\frac{1}{\beta}} \quad (12.a)$$

$$p = p_i \quad \text{for all } i \in \{g,b\}. \quad (12.b)$$

$$(B) \quad p_i = \mu^{\frac{1}{\beta}} w_i^{-\frac{1}{\beta-\gamma}} p_{oi}^{\frac{\beta-1}{\beta-\gamma}} B(\beta)^{\frac{1}{\beta}} \left[\sum_{j \in \{g,b\}} \phi_j p_{oj}^{\frac{\gamma}{\beta-\gamma}} \Omega_j w_j^{\frac{\beta}{\beta-\gamma}} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

$$\text{for each } i \in \{g,b\}. \quad (13)$$

$$(C) \quad p_i = \mu_i^{\frac{1}{\beta}} B(\beta)^{\frac{1}{\beta}} p_{oi}^{\frac{\beta-1}{\beta}} \Omega_i^{\frac{1}{\beta}} \quad (14)$$

for each $i \in \{g,b\}$

④事業主体による自己スクリーニング

事業主体は先のように導出した料金水準のもとで得られる収益から期待収益率を算定して、事業の財務的な実行可能性を自ら判定する。本稿ではこれを自己スクリーニングと呼ぶ。自己スクリーニング基準は収益率にリスクのない安全資産収益率 ρ とする。

$$\sum_{i \in \{g,b\}} \phi_i \pi_i - (1 + \rho) I \geq 0 \quad (15)$$

(15.a) は 0 期に投資 I を利率 ρ で借り入れても、1 期の期待利益でそれを返済することを意味している。

⑤投資家にとっての状態別収益率

投資家には融資者と出資者の 2 種類があり、状態別の収益率は異なる。融資者は 0 期に融資した資金 L を 1 期の期末には融資の契約時に取り決めた利率 i で元利合計して回収する。出資者は 0 期に資金 E 出資して、1 期の期末に利益の配当を受ける権利を獲得する。

投資家にとっての単位資金当たりの収益率は、融資と出資について次のように表すことができる(図-1)。

$$d_i^E = \frac{\max\{\pi_i, -L(1+l), 0\}}{E} \quad \text{for each } i \in \{g, b\} \quad (16.a)$$

$$d_i^L = \frac{\min\{\max\{0, \pi_i\}, L(1+l)\}}{L} \quad \text{for each } i \in \{g, b\} \quad (16.b)$$

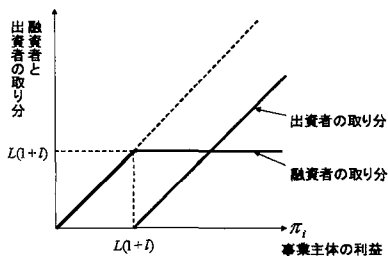


図-1 利益の配分

⑥投資家による参加の判断

投資家は事業収益 $d_i M$ が経済環境の状態 $i \in \{g, b\}$ に依存することを知っているとする。投資家は1期の期末に得るこれらの収益に依存した期待効用が安全資産に投資して収益 $(1+\rho)M$ を場合の期待効用よりも大きくないと事業に投資しない。これを投資家の参加条件と呼び、投資家の効用関数を $u(M)$ として表す。

$$\sum_{i \in \{g, b\}} \phi_i u(d_i M) \geq u((1+\rho)M) \quad (17)$$

資金 M に依らず収益率だけで表現するために、絶対的危険回避度が一定値 r の効用関数 $u(M) = -\exp(-rM)$ を仮定する。投資家の参加条件(17)を書き換える。

$$\sum_{i \in \{g, b\}} \phi_i d_i - \frac{r}{2} \sum_{i \in \{g, b\}} \phi_i (d_i - \sum_{j \in \{g, b\}} \phi_j d_j)^2 \geq 1+\rho \quad (18)$$

ここで、左辺の第1項は期待収益率であり、第2項は収益率の分散に比例した項でリスクプレミアムと呼ばれる。従って、期待収益率からリスクプレミアムを差し引いたものが安全資産の収益率を上回ることが、投資家が参加するために必要である。自己スクリーニングの条件は(18)に対応した表現として次のようになる。

$$\sum_{i \in \{g, b\}} \phi_i d_i \geq 1+\rho \quad (19)$$

自己スクリーニングの条件(19)をパスするのは、好条件時と悪条件時の収益率の組み合わせを表す点 (d_g, d_b) が図中の直線より北東の領域に位置することである。投資家の参加条件はその直線と接する放物線の内側に位置することであり、その領域は自己スクリーニングの領域よりも小さい(図-2)。

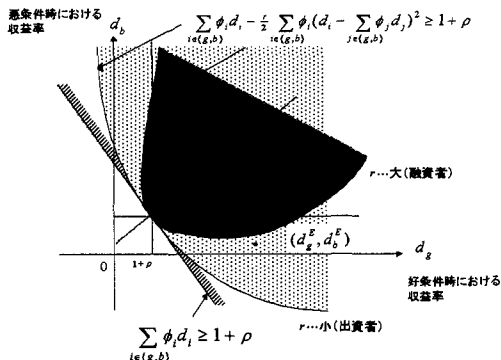


図-2 自己スクリーニングと参加条件の図示

3. 事業の成立可能性に関する分析

3.1 分析方法

事業の成立可能性は、図-2に示した好条件時と悪条件時の収益率の組み合わせを表す点 (d_g, d_b) が放物線の内側に位置するかどうかで判定される。事業を取り巻く諸条件はモデルの外生変数として表現されているので、第一には、外生変数の変化に応じて (d_g, d_b) がどのように変化するかを調べれば良い。第二には、放物線自体の形状が変化して、投資家の参加条件を満たす領域が変化する。第一の分析には、収益率 (d_g, d_b) についての比較静学分析が有効である。第二の分析では、図-2を用いた図解が有効である。ただし、事業の成立可能性は最終的には両者を同時に組み合わせた分析によって判断されるべきことに注意が必要である。

3.2 図解による分析

図-2を用いた分析では、まずは外生変数の変化によって放物線の内側の領域がどう変化するかを調べる。(19)に含まれる外生変数として、状態の生起確率 ϕ_i, ϕ_j と安全資産の収益率 $1+\rho$ が変化すれば、放物線の軸と交点(あるいは接点)が変化する。次に、生起確率 ϕ_i, ϕ_j と投資家の絶対的危険回避度 r は放物線の開き具合を規定している。 π_i が他の外生変数によって決まるとすれば、出資者の収益率 d_i^E (16.a)は、出資額 E が増大すると提供した資金一単位当たりでの収益は逡減していくことは明らかである。融資額 L と融資の利率 l が増大すると低下することも明らかである。融資者の収益率 d_i^L については、もし、元利合計が返済されない場合は、融資額 L が大きいほど融資額一単位当たりでの収益は逡減していく。元利合計が返済される場合は、収益率は融資の利率 l に等しいため、そのときには利率 l の増加はそのまま収益率の増大を意味する。

3.3 比較静学

次に、 (d_g, d_b) に関する比較静学分析(詳細は上田他(2000)を参照)によって事業の成立可能性について分析する。比較静学は、出資者の収益率 d_i^E について行うが、融資者の収益率 d_i^L についての結果は、 $d_i^L \leq 1+l$ となって当初契約した利率以下になる場合については d_i^E についての比較静学と全く同じ結果になる。表-3は比較静学の結果をまとめたものである。

表-3 比較静学の結果

スキーム	(A)	(B)	(C)
政府が確保する効用水準	μ, μ	-	-
状態 <i>j</i> での所得	Ω_j	?	+
状態 <i>j</i> での所得	Ω_j	+	0
PFI事業のサービスへの必要性	β	?	?
サービス生産費用のスケール	m	-	-
サービス生産の労働集約度	γ	-	-
状態 <i>i</i> での資金	w_i	-	-
状態 <i>i</i> の生起確率	ϕ_i	?	0
状態 <i>j</i> の生起確率	ϕ_j	?	0
出資額	E	-	-
融資額	L	?	?
融資の利率	l	-	-

第一に、各スキームにおいて偏微分係数が本質的に同じ形式、共通した結果が得られている部分がある。

第二に、スキーム(A)と(B)は各外生変数に関する偏微分係数は異なるが、定性的には全く同じである。

第三に、スキーム(C)については符号が確定しており、特に状態の生起確率 ϕ_i, ϕ_j が状態別の収益率 d_i^E に影響しない(偏微分係数がゼロ)という点が他のスキームと異なる。ただし、状態の生起確率 ϕ_i, ϕ_j は(17)に影響を与え、事業の成立可能性を左右することに注意する。

符号の確定していない部分は、好条件時と悪条件時での外生変数の関係を仮定することで符号を定めることができる。スペースの関係上、ここではスキーム(A)において、状態の生起確率の変化に関する比較静学を取り上げる。好条件時の収益率と生起確率に着目して、 $i = g, j = b$ とすれば、好条件時の方が家計の効用は高いと考えることができるので、 $v_g > v_b$ と仮定できる。これはスキーム(A)のように $p = p_g = p_b$ が成り立つもとは、次式と等価である。

$$\Omega_g P_{og}^{\beta-1} - \Omega_b P_{ob}^{\beta-1} \geq 0 \quad (20)$$

偏微分係数 $\partial d_i^E / \partial \phi_j$ を $i = g, j = b$ として書き改める。

$$\frac{\partial d_g^E}{\partial \phi_b} = E^{-1} \beta m v_g \beta^{\gamma-1} \Omega_g^{\gamma} P^{-\gamma} \left(\sum_{j \in \{g,b\}} \phi_j P_{oj}^{\beta-1} \Omega_j \right)^{-1} (\Omega_g P_{og}^{\beta-1} - \Omega_b P_{ob}^{\beta-1}) \geq 0 \quad (21)$$

同様に $\partial d_i^E / \partial \phi_j$ を $i = b, j = g$ として書き改める。

$$\frac{\partial d_b^E}{\partial \phi_g} = E^{-1} \beta m v_b \beta^{\gamma-1} \Omega_b^{\gamma} P^{-\gamma} \left(\sum_{j \in \{g,b\}} \phi_j P_{oj}^{\beta-1} \Omega_j \right)^{-1} (\Omega_b P_{ob}^{\beta-1} - \Omega_g P_{og}^{\beta-1}) < 0 \quad (22)$$

(22)と(23)から、スキーム(A)のもとでは好条件時の生

起確率が大きくなるとその状態での収益率は大きくなり、悪条件時には、収益率は小さくなる。

ここで補足しておく、スキーム(B)もスキーム(A)の場合と同じ比較静学の結果を得ることができる。

所得に関する比較静学についても、まずスキーム(A)で考える。 β が十分に小さければ次式が成り立つ。

$$\beta^{-1} (\phi_i \Omega_i P_{oi}^{\beta-1}) \left(\sum_{j \in \{g,b\}} \phi_j P_{oj}^{\beta-1} \Omega_j \right)^{-1} \geq 1 \quad (23)$$

このとき、付録に示した偏微分係数を用いて、

$$\frac{\partial d_i^E}{\partial \Omega_i} = E^{-1} [\beta - \gamma m v_i \beta^{\gamma-1} P^{-\gamma} (1 - \beta^{-1} (\phi_i \Omega_i P_{oi}^{\beta-1}) \left(\sum_{j \in \{g,b\}} \phi_j P_{oj}^{\beta-1} \Omega_j \right)^{-1})] \geq 0 \quad (24)$$

従って、サービスへの必要性が小さい場合には、家計の所得に関する比較静学は正になる。スキーム(B)においてもスキーム(A)と同様の方法で同様の結果を得る。

民間主導型事業のサービスへの必要性を表現している外生変数 β については、残念ながら、比較静学分析の結果は確定していない。直観的には、これが増大すると利用者である家計のサービスへの支出が増大するので、事業主体から見れば収入が増大して投資家の収益率も高まると考えられる。一方で、必要性が高いので、サービス生産量も大きく費用が増大するという影響も考え得る。政府が効用水準を確保することを事業の条件としているので、料金を上げて収入を確保しながらサービスへの需要量を押しえてサービス生産費用を下げるという選択を行うにしても困難が伴う。そのため、必要性が高いことが必ずしも投資家の収益率を引き上げると一概に判断できない。

4. おわりに

本稿では民間主導型事業の成立可能性について考察した。同一のサービス生産技術や利用者の需要構造であっても、政府と事業主体の間での交渉する際のスキームは、事業の成立可能性に影響を及ぼす。また、外生変数の成立可能性に及ぼす影響は感覚的な理解に合致するものもあれば、影響が確定しないものもある。本稿は定性的な分析を行っているため、実際の事業について成立可能性を判定するには計量モデルとして展開していかなければならない。なお、 β の変化に関する数値実験の結果については講演時に紹介する。

参考文献

- 1) 浅野貴志(1999), 依頼人-代理人関係から見た社会資本整備の事業方式の比較分析, 岐阜大学大学院 工学研究科土木工学専攻都市工学講座, 学位論文(修士)
- 2) 上田李行, 長谷川専, 浅野貴志(1999), PFIにおける事業方式とリスクの分担に関する一考察(概要), 土木計画学研究・講演集 22 (1), pp.629~pp.630
- 3) 上田李行, 中澤毅基, 長谷川専, 福本潤也(2000), 民間主導型社会資本整備事業の成立可能性に関する一考察, 日本交通政策研究会山台報告資料