

離散選択モデルを用いたレクリエーション便益に関する信頼区間推定法*

Interval Estimation Methods for Recreation Benefit with Discrete Choice Model

川除 隆広**・多々納 裕一***・岡田 憲夫***

By Takahiro KAWAYOKE, Hirokazu TATANO and Norio OKADA

1. はじめに

公共事業の説明責任や透明性の確保を背景として、社会基盤整備に対する費用便益分析は、益々重要となってきた。また、環境財等のように定量的な評価が困難である事業効果についても、精度ある便益の計量化が求められるようになってきている。

一方で公共財・環境財については、明確な市場が存在しないことから、直接的な需要関数の推計は困難である。そのため、このような財に対する事業効果の計測法としては、財の価格を反映していると考えられる代理変数を用いて便益を推計する方法やアンケート等により支払意思額を直接尋ねる方法等が開発されてきている。前者は、旅行費用法やヘドニック法が代表的であり、後者は仮想的市場評価法が代表的である。いずれの手法も、レクリエーション財の便益の計量化手法として広く用いられている。

しかし、これらの手法による推計便益については、従来平均値（期待値）主体で議論がなされており、推計便益の信頼性について直接議論がなされることは多くなかった。推計便益の直接的な信頼性評価手法としては、Krinsky and Robb(1986)¹⁾による推計パラメータの多変量正規性を考慮したシミュレーション手法や、bootstrap 法²⁾によるシミュレーション手法等が存在する。

本研究では、レクリエーション施設の整備便益について、旅行費用法に着目し、推計便益の信頼性の評価手法として信頼区間推計法を提示する。具体的

には、離散選択モデルをもとに、新しいレクリエーション施設の整備に関する個人の期待効用から得られるオプション価値について近似的な信頼区間推定法およびシミュレーションを用いた信頼区間推定法を提示する。次いで仮想データを基にした数値実験を行うことで両推定法から得られた信頼区間について考察を行い、本研究で得られた知見をとりまとめることで本研究のまとめとする。

2. モデルの定式化

(1) ランダム効用モデル

ここでは、離散選択モデルとしてロジットモデル(Logit Model)¹⁾をもとに定式化を行う。

状況としては、新しいレクリエーション施設整備に対するSP調査の実施を想定する。新しく整備するレクリエーションサイトの環境・アメニティ質をQとする。個人nの属性を $Z_n = (z_{1n}, \dots, z_{mn})$ とし、現在の所得を Y_n 、レクリエーションサイトまでの旅行利用（一般化費用）を c_n とする。個人について、レクリエーションサイトまでの旅行選択行動について選択を望む($i=1$)、選択を望まない($i=0$)と設定すると個人nの選択に関する効用関数は式(1)で表される。

$$U_{in}(Z_n, Q, Y_n - c_{in}) \quad (i=0,1) \quad (1)$$

個人nが選択肢 $i=1$ を選ぶ条件は式(2)である。

$$U_{in} \geq U_{0n} \quad (2)$$

ランダム効用理論では、 U_{in} を確率的に変動する確率項 ε_{in} と変動しない確定項 V_{in} に区分する。

$$U_{in}(Z_n, Q, Y_n - c_{in}) = V_{in}(Z_n, Q, Y_n - c_{in}) + \varepsilon_{in} \quad (3)$$

ここで、所得に関して準線形を仮定することで、間接効用関数を式(4)として定式化する。

$$U_{in}(Z_n, Q, Y_n - c_{in}) = (v(Z_n, Q)) \cdot i + \gamma \cdot (Y_n - c_{in}) + \varepsilon_{in} \quad (4)$$

各選択肢の効用は式(5)、(6)で示される。

* キーワード：公共事業評価法、整備効果計測法、意識調査分析、環境計画

** 正員、工修、京都大学大学院 工学研究科 博士課程

(〒606-8501 京都市左京区吉田本町、TEL 075-753-5070)

株式会社 日建設計 土木事務所 環境計画室

(〒541-8528 大阪市高麗橋4-6-2、TEL 06-6229-6384/ FAX 06-6203-4302)

*** 正員、工博、京都大学 防災研究所 総合防災研究部門

(〒611-0011 宇治市五ヶ庄、TEL 0774-38-4308/ FAX 0774-38-4044)

$$U_{1n}(Z_n, Q, Y_n - c_{1n}) = \alpha \cdot Z_n + \beta \cdot Q + \gamma \cdot (Y_n - c_{1n}) + \varepsilon_{1n} \quad (5)$$

$$U_{0n}(Z_n, Q, Y_n - c_{0n}) = Y_n + \varepsilon_{0n} \quad (6)$$

ε_{1n} , ε_{0n} がそれぞれ独立かつ同一のガンベル分布 (平均 0, 分散 $\pi^2/6\lambda^2$) に従うものと仮定すると, 個人 n の選択確率 P_{1n} は式 (7) のロジットモデルとして定式化される。

$$P_{1n} = \frac{1}{1 + \exp(-(\alpha \cdot Z_n + \beta \cdot Q - \gamma \cdot c_n))} \quad (7)$$

ここで $\lambda=1$ として規格化している。

(2) 新しいレクリエーション施設の整備便益

新しいレクリエーション施設の整備前 ($\delta = a$) と整備後 ($\delta = b$) における個人の期待効用はログサム関数をもとに式 (8) として表現される。

$$S_n^a = E[\max_{i=0,1} \{V_{in}(Z_n, Q^a, Y_n - c_{in})\}] \quad (8)$$

$$= \ln[\sum_{i=0}^1 \exp\{V_{in}(Z_n, Q^a, Y_n - c_{in})\}]$$

一方, 施設の整備以前はレクリエーションサイトが存在しないことから, 施設の整備前 ($\delta = a$) と整備後 ($\delta = b$) の期待効用 S_n^a は式 (9), (10) となる。

$$S_n^a = E[\{V_{0n}(Z_n, Q^a, Y_n - c_{in})\}] = \ln[\exp(\gamma \cdot Y_n)] \quad (9)$$

$$S_n^b = E[\max_{i=0,1} \{V_{in}(Z_n, Q^b, Y_n - c_{in})\}] \quad (10)$$

$$= \ln[\exp\{\gamma \cdot Y_n\} + \exp\{\alpha \cdot Z_n + \beta \cdot Q + \gamma \cdot (Y_n - c_n)\}]$$

ここで, 「 $Q^a = 0$ 」, 「 $Q^b = Q$ 」である。

また, 新しいレクリエーション施設の整備 (利用可能性) に関する個人のオプション価値 OP_n は式 (11) を満足するよう定義できる。

$$S_n^b = S_n^a \quad (11)$$

$$= E[\max_{i=0,1} \{V_{in}(Z_n, Q^b, Y_n - c_{in} - OP_n)\}] = E[V_{0n}(Z_n, Q^b, Y_n - c_{in})]$$

ここでは, オプション価値を補償変分により定義しているが, 効用関数に所得に準線形を仮定していることから, 補償変分と等価変分によるオプション価値は一致する。

式 (9)-(11) をもとに, 式 (12) が定式化される。

$$\ln[\exp\{\gamma \cdot (Y_n - OP_n)\} + \exp\{\alpha \cdot Z_n + \beta \cdot Q + \gamma \cdot (Y_n - c_n - OP_n)\}] \quad (12)$$

$$= \ln[\exp(\gamma \cdot Y_n)]$$

以上をもとに, 新しいレクリエーション施設整備に関する個人のオプション価値は式 (13) として定式化される。

$$OP_n = \frac{1}{\gamma} \ln[1 + \exp\{\alpha \cdot Z_n + \beta \cdot Q - \gamma \cdot c_n\}] \quad (13)$$

3. 個人のオプション価値の信頼区間推定法

(1) 近似法による信頼区間推定法

ここでは, 式 (13) をもとに, 近似法に基づく個人のオプション価値の信頼区間推定量を定式化する。ロジットモデルでは, 最尤推定法によりパラメータの点推定量 $\hat{\theta} = (\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma})$ と分散共分散行列 $V(\hat{\theta})$ が推計される。推計パラメータは漸近的に, 平均 $\hat{\theta}$ と分散共分散行列 $V(\hat{\theta})$ を有する多変量正規分布で示される。そのため, 個人のオプション価値の期待値と分散は次式から求められる。

$$E(OP(Z_n)) = \int_{\theta_1=-\infty}^{\infty} \cdots \int_{\theta_n=-\infty}^{\infty} OP(\theta|Z_n) \cdot \phi(\theta) d\theta_1 \cdots d\theta_n \quad (14)$$

$$V(OP(Z_n)) = \int_{\theta_1=-\infty}^{\infty} \cdots \int_{\theta_n=-\infty}^{\infty} (OP(\theta|Z_n) - E(OP(Z_n)))^2 \cdot \phi(\theta) d\theta_1 \cdots d\theta_n \quad (15)$$

ϕ は標準多変量正規分布の確率密度関数である。

ただしこの場合, $OP(\theta|Z_n)$ が θ の非線形関数であることから, $E(OP(Z_n))$ と $V(OP(Z_n))$ の近似値を求めることを目的に, $OP(\theta|Z_n)$ をその平均値の周りでテラー展開し, 2 次以降の項を無視した式 (16) をもとに推計を行なっている。

$$OP(\theta|Z_n) \approx OP(\hat{\theta}|Z_n) + \sum_{i=1}^I C_i (\theta_i - \hat{\theta}_i) \quad (16)$$

ここで, $C_i = \frac{\partial OP(\theta|Z_n)}{\partial \theta_i} \Big|_{\theta=\hat{\theta}}$ である。

以上より, 個人のオプション価値の期待値と分散の近似値は, 式 (17), (18) となる。

$$E(\overline{OP(Z_n)}) = \frac{1}{\gamma} \ln[1 + \exp\{\hat{\alpha} \cdot Z_n + \hat{\beta} \cdot Q + \hat{\gamma} \cdot (Y_n - c_n)\}] \quad (17)$$

$$V(\overline{OP(Z_n)}) = \sum_{i=1}^I C_i^2 \cdot \text{Var}(\hat{\theta}_i) + 2 \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{j=i+1}^I C_i \cdot C_j \cdot \text{COV}(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j) \quad (18)$$

個人のオプション価値の分布形は未知であるが, サンプル数が十分大きい場合, オプション価値は大量の法則における中心極限定理より正規分布で近似できる。このことを援用すると, オプション価値は平均 $E(OP(Z_n))$ と分散 $V(OP(Z_n))$ を有した正規分布に近づく。 $U_{\gamma/2}$ を標準正規分布の片側 $\gamma/2$ の確率を与える値とすると, 個人のオプション価値の近似的な $(1-\gamma) \times 100\%$ 信頼区間は式 (19) をもとに求めることが可能となる。

$$\left[E(\overline{OP(Z_n)}) - U_{\gamma/2} \sqrt{V(\overline{OP(Z_n)})}, E(\overline{OP(Z_n)}) + U_{\gamma/2} \sqrt{V(\overline{OP(Z_n)})} \right] \quad (19)$$

(2) シミュレーションによる信頼区間推定法

次に, シミュレーションによる個人のオプション価値の信頼区間推定量を定式化する。

推計されたロジットパラメータは漸近的に多変量

正規分布で示されることから、式(13)の推定量について、式(20)に基づいた多変量正規乱数を適用することで、オプション価値のシミュレーション値 $OP^*(\theta^*|Z_n)$ が推計される。

$$\theta^* = \text{random}[N(\hat{\theta}, V(\hat{\theta}))] \quad (20)$$

ここで $N(\hat{\theta}, V(\hat{\theta}))$ は、平均 $\hat{\theta}$ と分散共分散行列 $V(\hat{\theta})$ を有する多変量正規分布である。

乱数を任意（R 回）に発生させることで、 $OP^*(\theta^*|Z_n)$ の分布が形成される。なお、乱数の発生回数 R は 1000 程度（以上）において、安定した推計結果が得られることが報告されている²⁾。

(a) 直接・順列評価による信頼区間推定

$OP^*(\theta^*|Z_n)$ の推計値をもとに、直接・順列評価については、R/2 番目の推計値が中央値であり、 $(1-\gamma) \times 100\%$ 信頼区間は、 $(1-\gamma)/2 \times R$ 番目が信頼上限、 $\gamma/2 \times R$ 番目が信頼下限となる。

(b) 正規分布を仮定した信頼区間推定

発生させた推定量 $OP^*(\theta^*|Z_n)$ は正規分布に近似する。このことを援用すると推計値の期待値と分散は、

$$E(OP^*(Z_n)) = (\sum_{i=1}^R OP_i^*(\theta^*|Z_n)) / R \quad (21)$$

$$V(OP^*(Z_n)) = E\{[OP(\theta^*|Z_n) - E(OP^*(Z_n))]^2\} \quad (22)$$

となり、 $(1-\gamma) \times 100\%$ 信頼区間は、式(23)をもとに推計が可能である。

$$\left[E(OP^*(Z_n)) - U_{\gamma/2} \sqrt{V(OP^*(Z_n))}, E(OP^*(Z_n)) + U_{\gamma/2} \sqrt{V(OP^*(Z_n))} \right] \quad (23)$$

4. 仮想データによる数値事例の検証

ここでは、前章までに定式化した信頼区間推定法について、仮想データを用いた数値実験を行ない、近似法およびシミュレーション法による信頼区間の推定精度について考察する。

信頼区間の比較検証としては次の3つのケースを想定する。なお、シミュレーション法については各々（R=500, 1000, 3000）を実施する。

- a) シミュレーション法（直接・順列評価）
- b) シミュレーション法（正規分布を仮定）
- c) 近似法

(1) 仮想データの概要

本研究では、数値事例の検証データとして、モンテカルロ法を適用した仮想データを作成している。

検証に用いるSP選択行動モデルの効用関数は簡単のため式(24)を用いる。

$$\Delta U_n = U_{1n} - U_{0n} = \alpha \cdot z_n + \beta \cdot Q - \gamma \cdot c_n + \varepsilon_n \quad (24)$$

なお、回答結果は、仮想パラメータを設定し、各個人に仮想データを適用することで作成している。

表-1 仮想データの概要

変数	乱数	レンジ	備考
z_n	個人属性	一様乱数	0~10
Q	環境・アメニティ質	定数	1
c_n	一般化費用	一様乱数	0.5~1.5
ε_n	誤差項	logistic 乱数	$(\eta, \lambda) = (0, 1)$
N	サンプル数	10,000	
仮想パラメータ: $\alpha = 0.5, \beta = 2.0, \gamma = 5.0$			

(2) 数値事例による検証結果

モデルの推定結果を表-2に示す。構築したモデルは仮想データを適用していることから、各パラメータのt値、尤度比等の統計指標は非常に有意であり、パラメータの符号条件も一致している（個人属性は郊外活動頻度等を想定している）。

表-2 モデル推計結果

パラメータ	推計値	t 値
α (個人属性)	0.490	39.12
β (環境・アメニティ質)	2.016	26.35
γ (一般化費用)	5.017	49.77
ρ^2	0.432	
Hit Ratio	0.822	

表-2のモデルをもとに、式(13)について仮想データの平均値を代表値とした近似法およびシミュレーション法による信頼区間の推計を行う。結果を表-3に示す。図-1にはR=1000を例としたシミュレーション法による推計値分布を示している。図-1からは、再現値は概ね正規分布に近似しており、シミュレーションが妥当に実行されていると解釈できる。表-3に示す信頼区間についてはa), b), c)の3つのケースとも平均値（中央値）は精度よく一致している。一方、信頼区間のレンジでみると、a)およびb)ではR=500, 1000, 3000において概ね一致するが、c)においてはレンジが約1/200にまで縮減している。このことは、b), c)における標準偏差および変動係数の比較においても明らかである。このことは、シミュレーション法a), b)による推計結果が概ね一致していたことを考慮すると、近似法による信頼区

表-3 95%信頼区間推計結果の比較

a) シミュレーション (直接・順列評価)

R	上限2.5%	中央値	下限2.5%	レンジ
R=500	0.197	0.187	0.178	0.0185
R=1000	0.196	0.187	0.178	0.0181
R=3000	0.196	0.187	0.178	0.0180

b) シミュレーション (正規分布を仮定)

R	上限2.5%	平均値	下限2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
R=500	0.196	0.187	0.178	0.0183	0.00468	0.0251
R=1000	0.196	0.187	0.178	0.0180	0.00459	0.0246
R=3000	0.196	0.187	0.178	0.0180	0.00460	0.0246

c) 近似法

近似法	上限2.5%	平均値	下限2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
	0.1868	0.187	0.1867	0.00008	0.00002	0.0001

注) 個人属性は $\bar{z}_n = 4.96$, 一般化費用は $\bar{c}_n = 0.80$ を適用

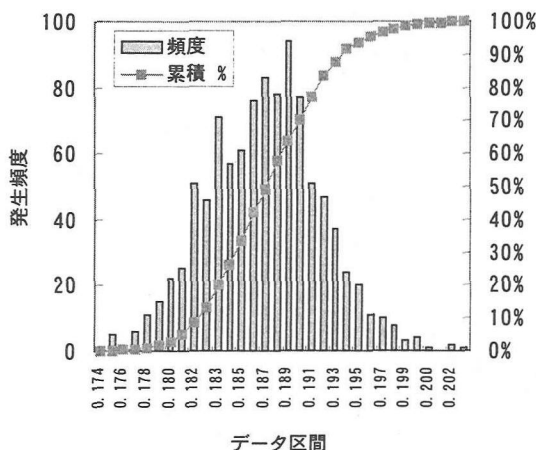


図-1 シミュレーション法による分布 (R=1000)

間推定量の定式化において、テラー展開1次近似までの近似解を適用したことが影響しているものと解釈される。

5. おわりに

本研究では、レクリエーション施設の整備便益について、旅行費用法に着目し、オプション価値の推計便益の信頼性の評価手法として、近似法およびシミュレーション法による信頼区間推計法を提示した。

特に実証的な検証は行っていないが、簡略化した数値検証による結果からは、非線型である推定量に対し、信頼区間を求める上では、シミュレーション法による推計が有効であり、近似法を適用する場合においては、本研究で用いた1次近似より高次の近似

解を適用する必要性を確認するに至った。このことは、費用便益分析における推計便益の信頼区間推定を行う上での有効な知見を提供するものと考えられる。

なお、今後の精度向上としては、近似法の高次の近似解を適用した定式化を行うとともに、より現実的なレクリエーションサイトの選択肢数を増やした場合の信頼区間推定についても検討を進めることを予定している。また、本研究ではSPデータに焦点をおいて分析を行ったが、SP・RPデータを同時に用いた場合の信頼分析法等についても検討を行っていく必要がある。この点に関しては今後の課題としていきたい。

【参考文献】

- 1) Ben-Akiva and Lerman : Discrete Choice Analysis, MIT Press, 1985.
- 2) Davison A.C. and D.V. Hinkley : Bootstrap methods and their application, Cambridge University Press, 1997.
- 3) Freeman III A. M.: The Measurement of Environmental and Resource Values, Resource for the Future, pp.469-472
- 4) Krinsky I. and A.L. Robb : On Approximating the Statistical Properties of Elasticities, The Review of Economics and Statics, 68, pp.715-719, 1986.
- 5) Train K.E. : Recreation Demand Models with Taste Differences Over People, Land Economics 74(2), pp.230-239, 1998.
- 6) 川除隆広・多々納裕一・岡田憲夫 : CVMによる推計便益の信頼区間推定法, 土木計画学研究・講演集, No.21(1), pp.13-16, 1998.
- 7) 小林潔司・文世一・多々納裕一 : 交通情報の経路誘導システムの経済便益評価に関する研究, 土木学会論文集, No.506/IV-26, pp.77-86, 1995.
- 8) 土木学会編 : 非集計行動モデルの理論と実際, 1995.
- 9) ネルソン W. : 寿命データの解析, 日科技連, 1988.
- 10) 林山泰久 : 非市場財の存在価値, 土木計画学研究・講演集, No.21(2), pp.35-48, 1998.