

不確実性を考慮した家屋の更新に関する意思決定過程のモデル分析*

Model Analysis of Decision Making Process on House Renewal with Uncertainty*

榊原 弘之**, 土屋 哲***, 岡田 憲夫****, 多々納 裕一*****

By Hiroyuki Sakakibara**, Satoshi Tsuchiya***, Norio Okada ****, and Hirokazu Tatano *****

1. 本研究の概要

阪神・淡路大震災においては、木造老朽家屋の倒壊により多数の死者が生じた。家屋の安全性確保は所有者自身の責務と考えることもできる。しかし、大量の家屋倒壊が、火災を招いたり、都市景観の悪化を引き起こすような負の外部効果が存在する場合は、家屋の所有者がみずから家屋の安全性を維持するように政府が誘導策を採る必要が生じる。

家屋の安全を維持するためには、現在の家屋の質を把握し、必要に応じて更新する必要がある。しかし、劣化の程度の評価には専門知識を要するため、所有者が家屋の質に関する確実な情報を得るためには調査費用を要する。本研究では、現在の家屋の質を確定する行為（安全性診断）、及び家屋の更新に関する意思決定モデルを構築すると共に、政府の補助政策により負の外部効果が軽減される可能性について検討する。

2. 家屋の質の時間的遷移

家屋の質は、居住性と安全性の2種類から成るとする。ここで、居住性とは平常時における所有者の効用を決定する要因を指す。一方、安全性は、災害発生後の家屋の状態（倒壊・非倒壊）を決定づける要因を意味する。

居住性、安全性はともに時間の経過につれて劣化する。本論文では、所有者は任意の時点における居住性に関して事前に完全情報を有しているが、安全性に関しては確率的にしか知ることができないもの

* キーワーズ：防災計画，計画基礎論，家屋更新

** 正員，修（工），山口大学工学部社会建設工学科
（山口県宇部市常盤台2-16-1, Tel. 0836-22-9721,
Fax 0836-35-9429）

*** 学生員，京都大学工学部
（京都市左京区吉田本町, Tel. 075-753-5070）

**** 正員，工博，京都大学防災研究所
（京都府宇治市五ヶ庄, Tel. 0774-38-4035, Fax 0774-38-4044）

***** 正員，工博，京都大学防災研究所
（京都府宇治市五ヶ庄, Tel. 0774-38-4308, Fax 0774-38-4044）

とする。

次に、時間軸に関する変数の定義を行う。時刻を t で表し、意思決定の時点点を $t=0$ とする。 $t=0$ における所有者の余命を T とする。また、家屋の履歴（完成後の経過時間）を h とする。つまり、当該家屋は $t=-h$ において建設されたことになる。

経年劣化に伴い、居住性は指数的に低下するとする。その結果、時刻 t における居住性 $q(t)$ は次式で表される。

$$q(t) = e^{-\alpha(t+h)} \quad (1)$$

ここで、 α はそれぞれ居住性の低下パラメータである。

安全性の質に関しては、「良」、「不良」の2種類が存在し、時間の経過とともに次第に「良」から「不良」へと遷移するものとする。平常時においては安全性の「良」、「不良」の違いが居住性に影響を及ぼすことはないが、地震発生時に「不良」であった家屋は必ず倒壊してしまうものとする。また微小時間経過後に「良」から「不良」へと遷移する確率を π とし、地震が γ の指数分布に従うとする。 t において家屋の状態が「良」、「不良」及び「倒壊」である確率をそれぞれ $P_g(t)$, $P_b(t)$, $P_d(t)$ とすると、以下の微分方程式が成立する。

$$\frac{dP_g(t)}{dt} = -\pi P_g(t), \quad \frac{dP_b(t)}{dt} = \pi P_g(t) - \gamma P_b(t), \quad \frac{dP_d(t)}{dt} = \gamma P_b(t) \quad (2)$$

家屋の状態が「良」であることが明らかな時点から時間 s が経過した時点における家屋の状態が「良」、「不良」及び「倒壊」である確率 $P_{gg}(s)$, $P_{gb}(s)$, $P_{gd}(s)$ は、微分方程式(2)を解くことにより以下のように導かれる。

$$P_{gg}(s) = e^{-\pi s}, \quad P_{gb}(s) = \frac{\pi(e^{-\gamma s} - e^{-\pi s})}{\pi - \gamma}, \quad P_{gd}(s) = 1 - \frac{\pi e^{-\gamma s} - \gamma e^{-\pi s}}{\pi - \gamma} \quad (3)$$

また、家屋の状態が「不良」であることが明らかな時点から時間 s が経過した時点における家屋の状態に関する確率 $P_{bg}(s)$, $P_{bb}(s)$, $P_{bd}(s)$ も同様に

$$P_{bg}(s) = 0, \quad P_{bb}(s) = e^{-\gamma s}, \quad P_{bd}(s) = 1 - e^{-\gamma s} \quad (4)$$

となる。

一方、家屋修繕に関する意思決定を行う際には通常家屋は倒壊に至っていないため、実際の意思決定時点($t=0$)において家屋の状態が「良」、「不良」である確率 $\tilde{P}_g, \tilde{P}_b$ は

$$\tilde{P}_g = e^{-\pi h}, \quad \tilde{P}_b = 1 - e^{-\pi h} \quad (5)$$

となる。以上により、 $t(t \geq 0)$ における各状態の確率 $P_g(t), P_b(t), P_d(t)$ は

$$\begin{aligned} P_g(t) &= \tilde{P}_g P_{gg}(t) & P_b(t) &= \tilde{P}_g P_{gb}(t) + \tilde{P}_b P_{bb}(t) \\ P_d(t) &= \tilde{P}_g P_{gd}(t) + \tilde{P}_b P_{bd}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

として得られる。

3. 家屋更新と安全性診断に関する意思決定の分析

(1) 所有者の効用の定義

所有者が時刻 t において得る効用は、そのときの家屋の質と所得に依存する。家屋が災害で倒壊していない場合、時刻 t における所有者の間接効用関数を以下のように仮定する。

$$u(t) = y(t) + v(t) \quad (7)$$

$y(t)$ は時刻 t における所有者の所得を意味する。一方、 $v(t)$ は家屋の存在により生じる項であり、家屋の居住性 $q(t)$ に依存する。 $v(t)$ は次式で表される。

$$v(t) = B_0 q(t) = B_0 e^{-\alpha(t+h)} \quad (8)$$

時刻 t において、家屋が倒壊していない限り、所有者は(7)式で表される効用を得ることができる。従って所有者の生涯期待効用 $U(T)$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} U(T) &= \int_0^T [y(t) + \{P_g(t) + P_b(t)\}v(t)]e^{-\beta t} dt \\ &= \int_0^T y(t)e^{-\beta t} dt + \int_0^T \{P_g(t) + P_b(t)\}v(t)e^{-\beta t} dt \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 β は時間割引率である。所有者の意思決定により $P_g(t), P_b(t)$ が変化するため、安全性診断や家屋更新の価値を評価するには、(9)式の第二項の変化分と費用を比較すればよい。本研究では、 $v(t)$ を所有者の部分効用、(9)式の第二項を生涯期待部分効用と呼ぶこととする。

一方本研究では家屋の更新と安全性診断を以下のように定義する。

定義 1 家屋の更新：居住性と安全性の両面において新築時($t=-h$)と同様の状態に変化させる行為を家

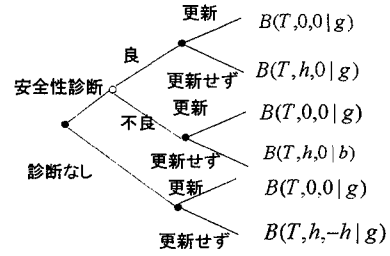


図1 安全性診断・家屋更新意思決定モデル

屋の更新として定義する。家屋の更新には費用 C_R を要するものとする。

定義 2 家屋の安全性診断：家屋の現時点における安全性が「良」、「不良」いずれであるかを確定する行為を家屋の安全性診断と呼ぶ。安全性診断に要する費用を C_I とする。

(2) 家屋更新に関する意思決定

家屋更新に関する現時点における意思決定は、図1に示すような決定木で表されるものと仮定する。まず、所有者は安全性診断を受けるか否かを決定する。すなわち、診断を受けた場合、「良」、「不良」いずれかの判定が下されるものとする。次に、所有者は家屋を更新するか否かを決定する。安全性診断を受けなかった場合も、更新を選択することは可能である。所有者の生涯期待部分効用は以下のように表される。

家屋を更新した場合：

$$B(T,0,0|g) = \int_0^T B_0 \left\{ e^{-\pi} + \frac{\pi(e^{-\pi} - e^{-\pi h})}{\pi - \gamma} \right\} e^{-\alpha t - \beta t} dt \quad (10)$$

診断結果が「良」で更新しない場合：

$$B(T,h,0|g) = \int_0^T B_0 \left\{ e^{-\pi} + \frac{\pi(e^{-\pi} - e^{-\pi h})}{\pi - \gamma} \right\} e^{-\alpha(t+h) - \beta t} dt \quad (11)$$

診断結果が「不良」で更新しない場合：

$$B(T,h,0|b) = \int_0^T B_0 e^{-\pi} e^{-\alpha(t+h) - \beta t} dt \quad (12)$$

診断も更新も行わなかった場合：

$$\begin{aligned} B(T,h,-h|g) &= \int_0^T B_0 \left\{ e^{-\pi(t+h)} + e^{-\pi h} \frac{\pi(e^{-\pi} - e^{-\pi h})}{\pi - \gamma} \right. \\ &\quad \left. + (1 - e^{-\pi h}) e^{-\pi} \right\} e^{-\alpha(t+h) - \beta t} dt \end{aligned} \quad (13)$$

ここで生涯期待部分効用に関して、大小関係

$$B(T,h,0|b) \leq B(T,h,-h|g) \leq B(T,h,0|g) \leq B(T,0,0|g) \quad (14)$$

が常に成立する。

更新の純価値は、更新したときの生涯期待部分効用の増加分と、更新費用との差として与えられる。

従って各ケースについて次のようになる。

$$\text{診断なし: } f_1(T, h) = B(T, 0, 0 | g) - B(T, h, -h | g) - C_R \quad (15)$$

診断結果「良」:

$$f_2(T, h) = B(T, 0, 0 | g) - B(T, h, 0 | g) - C_R \quad (16)$$

診断結果「不良」:

$$f_3(T, h) = B(T, 0, 0 | g) - B(T, h, 0 | b) - C_R \quad (17)$$

$f_1(T, h), f_2(T, h), f_3(T, h)$ は T, h に関して単調増加関数である。更新の純価値が正であるとき、所有者は更新を選択する。(14)式より、 $f_2(T, h) \leq f_1(T, h) \leq f_3(T, h)$ の関係が常に成立するため、診断を受けなかった場合、診断結果が「良」の場合、診断結果が「不良」の場合において更新が実施される条件を T, h の領域内で図示すると、図2のようになる。各領域において所有者は以下のような意思決定を行う。

- a) $f_2(T, h) > 0, f_1(T, h) > 0, f_3(T, h) > 0$: 安全性診断の有無に関わらず所有者は更新を実施する。
- b) $f_2(T, h) \leq 0, f_1(T, h) > 0, f_3(T, h) > 0$: 安全性診断によって「不良」と判断された場合は更新を実施し、「良」と判断された場合は更新を実施しない。安全性診断を受けない場合は更新を実施する。
- c) $f_2(T, h) \leq 0, f_1(T, h) \leq 0, f_3(T, h) > 0$: 安全性診断によって「不良」と判断された場合は更新を実施し、「良」と判断された場合は更新を実施しない。安全性診断を受けない場合は更新を実施しない。
- d) $f_2(T, h) \leq 0, f_1(T, h) \leq 0, f_3(T, h) \leq 0$: 安全性診断の有無に関わらず所有者は更新を実施しない。

これらの結果から、本研究での設定を前提とすれば、余命、家屋の履歴と更新の意思決定の間の関係について次の命題を導くことができる。

- ・高齢者ほど更新のインセンティブが低い。
- ・老朽化した家屋の所有者ほど更新のインセンティブが高い。

これらの結果は家屋更新に関する意思決定の実態にも概ね合致したものと考えられる。また、安全性診断の有無が更新に関する意思決定に影響を与えていることが明らかとなった。

(3) 安全性診断に関する意思決定

安全性診断により得られる情報が正の価値を有す

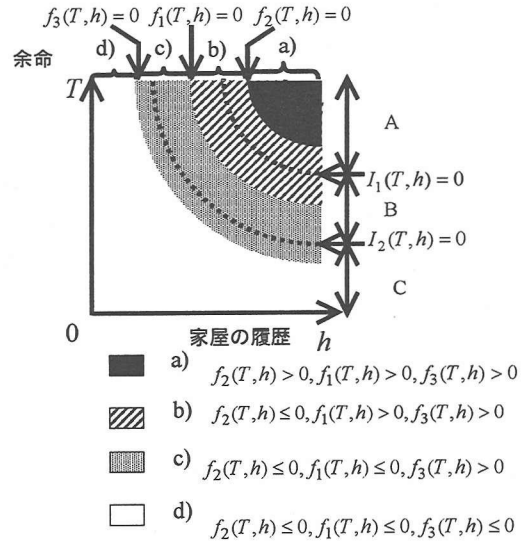


図2 余命・履歴と意思決定の関係

るのは、診断の結果によりその後の意思決定が異なる場合のみである。言い換えれば、診断結果が「良」ならば更新せず、「不良」ならば更新するような T, h の組において所有者は安全性診断を選択する。従って、図2におけるb)及びc)の領域においてのみ安全性診断が実施される可能性が存在する。各領域における安全性診断の純価値は次のように定義される。

b) ($f_2(T, h) \leq 0, f_1(T, h) > 0, f_3(T, h) > 0$)において

$$I_1(T, h) = \tilde{P}_g B(T, h, 0 | g) + \tilde{P}_b \{B(T, 0, 0 | g) - C_R\} - \{B(T, 0, 0 | g) - C_R\} - C_I \quad (18)$$

c) ($f_2(T, h) \leq 0, f_1(T, h) \leq 0, f_3(T, h) > 0$)において

$$I_2(T, h) = \tilde{P}_g B(T, h, 0 | g) + \tilde{P}_b \{B(T, 0, 0 | g) - C_R\} - B(T, h, -h | g) - C_I \quad (19)$$

$I_1(T, h), I_2(T, h)$ に関して次の関係が成立する。

$$\text{b)の領域において} \quad \frac{\partial I_1}{\partial T} < 0, \frac{\partial I_1}{\partial h} < 0 \quad (20)$$

$$\text{c)の領域において} \quad \frac{\partial I_2}{\partial T} > 0, \frac{\partial I_2}{\partial h} > 0 \quad (21)$$

以上の結果から、次のような知見が得られる。

①安全性診断に関する意思決定 T, h が十分大きい場合(A), 及び十分小さい場合(C)は、安全性診断の純価値は負となり、診断は選択されない。更新によって生涯部分効用の期待値が改善される可能性が非常に高い場合、及び非常に低い場合には、安全性診断によって得られる情報の価値が低いいため、所有者の安

全性診断を受けるインセンティブが低下する。

②安全性診断の純価値は $f_1(T, h) = 0$ の曲線上において最も大きな値をとる。 $f_1(T, h) = 0$ のとき、診断を受けなければ、更新時と非更新時の部分効用の期待値は等しく、更新に関する意思決定は無差別である。安全性診断を受けることによって更新時と非更新時の部分効用の期待値に差が生じ、期待値のより高い方を選択することが可能となる。従って安全性診断によって得られる情報の価値は高くなる。

4. 外部効果を考慮した補助政策の有効性の検討

家屋の質の低下が都市内の他の住民に負の外部効果を及ぼすような状況においては、政府の補助政策により各所有者の効用を改善することができる場合がある。

図2中で $I_2(T, h) \leq 0, f_3(T, h) > 0$ の条件を満足する所有者（余命、家屋の履歴を T_C, h_C とする）の集合（集合C）と、安全性が保証され、地震が発生しても倒壊することがない家屋の所有者（余命、家屋の履歴を T_O, h_O とする）の集合（集合O）が都市内に存在するとする。集合C, Oに含まれる所有者数はそれぞれ N_C, N_O とし、所得 $y(t)$ 、家屋の居住性の低下パラメータ α 等は双方同じであるとする。図2からわかるように、集合Cの所有者は安全性診断も家屋更新も選択しない。集合Cの所有者の生存中に地震が発生した場合、倒壊に伴う火災の発生により、倒壊家屋数に比例した負の外部効果が安全性の保証されている家屋の所有者に及ぶと仮定する（図3）。集合Cに含まれる家屋の劣化が独立な現象であると仮定すると、 $t = T_e$ において地震が発生した場合、集合Cの倒壊家屋数の期待値はベルヌーイ試行を用いて次のように与えられる。

$$C_C(N_C, T_e, h_C) = \sum_{n=0}^{N_C} n \binom{N_C}{n} (1 - e^{-\pi(T_e + h_C)})^n e^{-\pi(T_e + h_C)(N_C - n)} \quad (23)$$

一方、これらの所有者が安全性診断を受けた場合、「不良」家屋の所有者は更新を実施することから、 $t = 0$ においてすべての家屋の質が「良」となる。その結果、倒壊家屋数の期待値は次のように変化する。

$$C_B(N_C, T_e, h_C) = \sum_{n=0}^{N_C} n \binom{N_C}{n} (1 - e^{-\pi T_e})^n e^{-\pi T_e(N_C - n)} \quad (24)$$

$I_2(T, h) \leq 0$ の家屋の所有者

安全性が保証された家屋の所有者

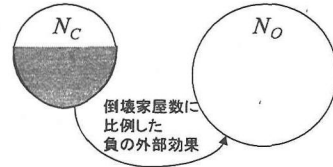


図3 負の外部効果

明らかに $C_C(N_C, T_e, h_C) > C_B(N_C, T_e, h_C)$ である。 $T_C < T_O$ としたとき、集合Oの所有者の生涯期待効用の現在価値は次式で与えられる。

$$\int_0^{T_O} y(t) e^{-\beta t} dt + \int_0^{T_O} B_0 e^{-(\alpha + \beta)(t + h_O)} dt - \int_0^{T_C} y e^{-\beta t} C_C(N_C, T_e, h_C) L e^{-\beta T_e} dT_e \quad (25)$$

ここで L は倒壊家屋当たりの外部効果の原単位である。 $C_C(N_C, T_e, h_C)$ が大きいほど負の外部効果は大きくなる。一方、Cに含まれる所有者が安全性診断を受けた場合、集合Oの所有者の生涯期待効用の現在価値は次式のように変化する。

$$\int_0^{T_O} y(t) e^{-\beta t} dt + \int_0^{T_O} B_0 e^{-(\alpha + \beta)(t + h_O)} dt - \int_0^{T_C} y e^{-\beta t} C_B(N_C, T_e, h_C) L e^{-\beta T_e} dT_e \quad (26)$$

集合Cと集合Oに含まれる所有者の生涯期待効用の現在価値をそれぞれ U_C, U_O とする。社会厚生関数が $N_C U_C + N_O U_O$ で定義されるとき、次の条件式が満足される場合、集合Cに含まれる所有者が安全性診断を受けることにより社会厚生関数が改善される。

$$-N_C I_2(T_C, h_C) < N_O L \int_0^{T_C} y e^{-\beta t} \{C_C(N_C, T_e, h_C) - C_B(N_C, T_e, h_C)\} e^{-\beta T_e} dT_e \quad (27)$$

集合Cの条件により、右辺は常に正である。一方左辺は、曲線 $I_2(T, h) = 0$ 上において0であり、 T_C, h_C が減少するにつれて増加する。(27)式の条件が満足されている場合、実際に集合Cに含まれる所有者が安全性診断を受けるように誘導するためには、安全性診断を受ける所有者に対する補助制度を設定する必要がある。詳細については講演時に譲る。

参考文献

- 1) 上田孝行, 高木朗義, 森杉壽芳: 災害脆弱地区の都市整備便益について, 第3回都市直下地震災害総合シンポジウム概要集, pp.481-484, 1998.