

混合相補性問題によるSCGEモデルと 物流ネットワーク均衡モデルの統合化

A Mixed Complementarity Problem for Integrating of Freight Network Equilibrium into SCGE Model

宮城俊彦**

Toshihiko Miyagi

1. はじめに

多地域一般均衡モデル (Spatial Computable General Equilibrium Model. 以下、SCGEモデルと略称する) は、元々、1地域あるいは1国を扱うCGEモデルの拡張版である国際貿易モデルに対して用いられた用語である。国際貿易モデルでは、関税率の自国経済へ与える影響分析が重要であり、したがって、財の価格体系が関税によって歪みをもつ場合の分析に最大の関心事であった。その後、国を地域に置き換えた形でのSCGEモデルが提案されるようになってきた。国内取引を扱う場合には、関税ではなく、交通費用が財の価格体系に歪みを与えることになる。また、関税の場合には、その受け取りは政府であるが、交通の場合には、運輸業者あるいは交易者であり、これらは1つの産業セクターを構成するため、国内取引を扱うSCGEモデルの定式化は、国際貿易モデルとは自ずと異なってくる。

これまでに提案され、そして実用に供しているCGEあるいはSCGEモデルは、ほとんど混雑不経済を扱っていない。すなわち、運輸業者あるいは交易者は、交通混雑を織り込んで最適行動をとっていると仮定したとしても結果にたいして影響を与えないという見方である。実際、これらのモデルが適用される状況あるいは政策課題を考えた場合、混雑効果を加味することが必ずしも必要なわけではない。しかし、それでもなお、CGEあるいはSCGEモデルに混雑外部性を考慮することは、次の点で有意義である。

(1) 市町村単位の地域区分あるいはゾーンで構成される県レベルの経済計画においては、道路ネットワークの構成と施設水準、そして、その結果と生じる交通混雑が地域経済に与える効果を分析する必要が生じる。

(2) SCGEモデルに外部不経済を取り込んだ形での拡張は理論的な面で興味があり、また、SCGEモデルの適用分野の拡張につながる。このとき、当混雑を考慮しない分析も同一モデルフレームで行うことができることはいうまでもない。

(3) 外部性を考慮したSCGEモデルは、問題の特性より、一般に相補性問題あるいは変分不等式問題になる。多くのCGEあるいはSCGEモデルは、正の価格の財を扱うため、もっと簡便な定式化を選択してきた。しかし、地域をより小さくとり、また、扱う産業セクターを細かく定義した場合には、政策の変更によっては、特定の地域のある産業の産出価格が負の値をとり、生産が行えずシナリオも想定できる。このような問題に対応するためには、SCGEモデルを大域的最適化問題として再構成しておく必要がある。

本研究は、宮城・本部(1996)のSCGEモデルと物流ネットワーク均衡モデルを混合相補性問題として定式化し、統合することを試みたものである。その際、宮城・本部モデルの一部拡張も行われる。

CGEモデルと物流ネットワーク均衡を統合する試みは、Roson(1993), Friesz, Suo and Westlin(1998)によって行われ、相補性問題あるいは変分不等式問題として定式化されている。彼らが基本にしたCGEモデルはMathiesen(1985)によるものであり、いくつかの単純化が行われている。続く節では、経済均衡モデルの概略を示すと同時にRosonやFrieszらのアプローチの問題点を指摘する。そして、経済均衡モデルおよび物流ネットワーク均衡モデルが相補性問題として記述できることに触れた後、3節でSCGEモデルと物流ネットワーク均衡モデルを混合相補性問題によって統合する。

2. 経済均衡モデルと物流ネットワーク均衡モデル

経済均衡と交通ネットワークを統合する試みは、古くは土地利用・交通統合モデルあるいは空間価格

* キーワード：混合相補性問題、多地域CGEモデル、物流ネットワーク均衡問題

** 正会員 工博 岐阜大学大学教授 地域科学部地域科学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸1-1)

均衡と交通ネットワーク均衡の統合など、これまでもいくつか提案されてきた。しかし、これまでのモデルはほとんどが、いわゆる部分均衡を前提にしている。Miyagi (1998)は、多地域CGEモデルと物流ネットワーク均衡を連結するモデルを提案しているが、このモデルは実用性に重点をおいたシーケンシャル型の構造になっており、経済主体は交通混雑を織り込んだ意思決定を行っており、交通混雑を考慮した経路選択と経済主体の行動は独立して定義されている。

一方、Roson(1993)やFriesz, Suo and Westin (1998)はCGEと物流ネットワーク均衡を統合するモデルを提案している。彼らのアプローチの問題点は以下の点に見出される。

(a) レオンチェフ型の線形投入・産出構造を前提にしており、基本要素の投入は賃金率、資本レンタルとは独立に与えられる。

(b) 地域間交易係数は与件で、固定されており、ネットワーク費用は地域の産出には影響を与えるが、地域間交易パターンを変えることはない。

以上の2点の問題を克服するには、SCGEモデルの導入が不可欠である。以下にMathiesenの定式化をより一般化した経済均衡モデルを示し、それが相補性問題になることを明らかにする。

(1) 経済均衡モデル

経済主体を $i, (i=1, 2, \dots, m)$ 、コモディティを $j, (j=1, 2, \dots, n)$ 、経済主体 i の初期保有量を $f^i = \{f_j^i\}$ とおく。コモディティ j の価格ベクトルを $p = \{p_j\}$ 、生産量ベクトルを $y = \{y_j\}$ 、そして単位生産あたりの利潤関数を $\pi_j(p)$ で定義する。また、投入産出係数行列 B を定義する。投入係数は、産出のとき正の値を取り、投入に対しては負の値を取るように定義する。また、 $c = \{c_j\}$ は、単位生産コストを表す。経済主体 i の支出関数を $e^i(p, Y^i)$ 、コモディティ j に対する需要関数を $d_j^i(p)$ で定義する。 Y^i は所得を表す。このとき、経済均衡は以下のように記述できる。なお、式番号の「M」の表示はMathiesenの定式化を表している。

a) 利潤条件

$$-\pi_j(p) = c_j(p) - p_j \geq 0 \quad (1a)$$

$$c - B^T p \geq 0 \quad (M1)$$

b) 超過供給条件

$$g_j(p, y) = \sum_i y_j \frac{\partial \pi_j(p)}{\partial p_i} + \sum_i f_j^i - \sum_i \frac{\partial e^i(p)}{\partial p_j} \geq 0 \quad (1b)$$

$$By + f - d(p) \geq 0 \quad (M2)$$

c) 非負条件

$$p, y \geq 0 \quad (1c, M3)$$

d) 市場清算条件

$$\sum_j p_j g_j(p, y) = 0 \quad (1d)$$

$$p^T [By + f - d(p)] = 0 \quad (M4)$$

e) 負の利潤では、生産は行われない。

$$\sum_j y_j \pi_j(p) = 0 \quad (1e)$$

$$[c - B^T p]^T y = 0 \quad (M5)$$

f) 所得バランス

$$\sum_j p_j d_j^i(p) \leq Y^i = \sum_j p_j f_j^i \quad (1f)$$

Mathiesenのモデルでは、 $c = 0$ が仮定されており、このとき、(1f)は常に等式で成立する。したがって、変数ベクトルを (p, y) とおき、

$$F(p, y) = \begin{pmatrix} g(p, y) \\ -\pi_j(p) \end{pmatrix} \quad (2)$$

と定義すれば、(1)の経済均衡モデルは、以下に示す非線型相補性問題NCPに帰着する。

写像 $F: \Gamma \subseteq R^n \rightarrow R^n$ が与えられているものとし、次の関係を満足する $x \in R_+^n$ を求めよ。

$$x \geq 0, F(x) \geq 0, x^T F(x) = 0$$

Mathiesenは線形の生産、需要構造を仮定することによって、経済均衡問題(1)を線形相補性問題LCPとして定式化し、その解法を示した。

(2) 物流ネットワーク均衡モデル

Harker(1987)は物流ネットワーク均衡問題FNEがNCPで表されることを証明した。しかし、ここでは単純化されたFNEモデルを用いる。まず、ネットワーク構成するリンク集合、経路集合を L, K とおく。今、リンク ℓ を利用するコモディティ j のネットワークフローを $\{x_\ell^j\}$ とおき、集計化されたリンクフローを $x = \{x_\ell \mid x_\ell = \sum_j x_\ell^j, \ell \in L\}$ で定義する。

リンクフローとパスフロー $h = \{h_k \mid k \in K\}$ の関係はリンク・パス接続行列 $\Delta = \{\delta_{\ell k} \mid \ell \in L, k \in K\}$ を用いて $x = \Delta h$ で関係づけられる。経路コスト関数 $t(h) = \{t_k(h) \mid k \in K\}$ はリンク・コスト関数 $T(x) = \{T_\ell(x) \mid \ell \in L\}$ を用いて次式で定義される。

$$t(h) = \Delta^T T(x(h))$$

ODペア集合を V とおき、ODペア v の最小経路費用、需要関数をそれぞれ $t^* = \{t_v^* | v \in V\}$ 、 $D = \{D_v(t^*) | v \in V\}$ と定義する。このとき、ネットワーク均衡問題は、次のように定義できる(Pang, 1995)。

$$h_p[t_p(h) - t_v^*] = 0, t_p(h) - t_v^* \geq 0, h_p \geq 0$$

$$\sum_{p \in K_v} h_p \geq D_v(t^*), t^* > 0 \quad (4)$$

したがって、フロー・コストベクトル (t^*, h) と次式で定義されるFをもつNCP (F)の解を求める問題に帰着する。

$$F(t^*, h) = \begin{pmatrix} \Lambda h - D(t^*) \\ t(h) - \Lambda^T t^* \end{pmatrix} \quad (5)$$

ここに、 Λ はODペア・経路接続行列。

(3) SCGEモデルの拡張

ここでは、Mathiesenの競争均衡モデルを次の2つの視点から拡張する。まず、生産関数には、ネステッド構造を仮定し、レオンチェフ・CES型生産関数を導入する。次に、地域間取引を考慮した形での定式化を示す。すなわち、宮城・本部によって提案されたSCGEモデルをNCPとして再定式化する。SCGEを大域最適化問題として定式化する別のアプローチについては赤松・半田(1997)を参照のこと。なお、この節では、ODペアを $rs \in V$ で表記している。

まず、地域 s に立地し、コモディティ j を生産する企業の単位生産に伴う単位費用関数は次式で与えられる。

$$c_s^j(p, w) = \sum_i q_s^i a_{ij}^j + \frac{1}{\eta} \left\{ \sum_k \gamma_s^k [w_s^k]^{1-\sigma_j} \right\}^{\frac{1}{1-\sigma_j}} \quad (6)$$

ただし、

$$q_s^i = \frac{1}{\varepsilon_i} \left[\sum_{r \in \mathcal{R}} \theta_r^i (v_{rs}^i)^{1-\sigma_i} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_i}}, v_{rs}^i = p_r^i \exp(\eta_{rs}^i) \quad (7)$$

ここに、 q_s^i は混雑に伴う価格の歪みを考慮した受け取り価格である。また、 γ_s^k, θ_r^i はシェアパラメータ、 σ_j, σ_i はコモディティ j および輸送部門の弾力性パラメータを表す。 η_{rs}^i はコモディティ i の地域間輸送に伴う混雑費用であり、次式で定義する(宮城・浅野, 1999)。

$$\eta_{rs}^i = \omega^i [MC_{rs}(h) - AC_{rs}(h)], rs \in V$$

MC, ACはそれぞれ限界費用、平均費用であり、次式で定義する。

$$\text{For } h_k > 0, MC_{rs}(h) = \frac{\partial t_k(h)}{\partial h_k}, AC_{rs}(h) = t_k(h), k \in K_{rs}$$

また、世帯の支出関数は、CES型効用関数を前提にした支出最小化問題の解として次式で与えられる。

$$e_s(q, u_s) = \frac{u_s}{\xi} \left[\sum \delta^i (q_s^i)^{1-\sigma_h} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_h}} \quad (10)$$

ここに、 u_s は世帯の効用。また、 $Y_s = e_s(q, u_s)$ が成立する。

今、選択する経路に関し、限界価格、平均費用は既知であると仮定する。このとき、均衡条件は以下の体系で与えられる。

(a) 利潤条件

$$c_s^j(p, w) - p_s^j \geq 0 \quad (11a)$$

(b) 超過供給条件

$$X_r^i - \sum_s \tau_{rs}^i(p) \left[\sum_j a_{sj}^i X_s^j + d_s^i(p) \right] \geq 0 \quad (11b)$$

(c) 非負条件

$$X \geq 0, p \geq 0, w > 0 \quad (11c)$$

(d) 市場清算条件

財市場

$$\sum_{r,j} p_r^i \{X_r^i - \sum_s \tau_{rs}^i(p) [\sum_j a_{sj}^i X_s^j + d_s^i(p)]\} = 0 \quad (11d)$$

要素市場

$$\sum_j X_s^j \frac{\partial c_s^j(p, w)}{\partial w_s^k} - f_s^k = 0 \quad (11e)$$

(e) 生産停止条件

$$\sum_{s,j} X_s^j \{c_s^j(p, w) - p_s^j\} = 0 \quad (11f)$$

ここに、 τ_{rs}^i は交易係数であり、次式で与えられる。

$$\tau_{rs}^i(p, t^*) = \theta_r^i \exp[(1 + \sigma_i) \eta_{rs}^i] \left(\frac{q_s^i(p)}{p_r^i} \right)^{\sigma_i} \quad (12)$$

3. 統合モデル

(1) 混合相補性問題

混合相補性問題(MCP)は、一般化された相補性問題とも呼ばれ(Laan & Talmán, 1985)、次のように定義できる。

[MCP1]

Given: $F: R^N \rightarrow R^N, \ell, u \in R^N$

Find: $x, y, z \in R^N$

$$F(x) - y + z = 0$$

$$s.t. \quad \ell \leq x \leq u, y \geq 0, z \geq 0$$

$$y^T(x - \ell) = 0, z^T(u - x) = 0$$

上の定義は、別の形式のMCPとして再定義できる。

すなわち、 $n_1 + n_2 = N$ に対し、

$$x = (x_1, x_2), x_1 \in R^{n_1}, x_2 \in R^{n_2}$$

と分割する。これに応じて、その他の変数も分割し、

$$\ell_1 = 0, \ell_2 = -\infty, u_1 = u_2 = +\infty$$

とおくと、MCP1はLuo et al. (1996)の定義するMCPを得る。

[MCP2]

Given: $F_1(x_1, x_2) \in R^{n_1}$ and $F_2(x_1, x_2) \in R^{n_2}$

Find: $x_1 \in R^{n_1}, x_2 \in R^{n_2}$ such that

$$F_1(x_1, x_2) \geq 0, x_1^T F_1(x_1, x_2) = 0, x_1 \geq 0$$

$$F_2(x_1, x_2) = 0, x_2 : \text{free}$$

ここで、 $n_2 = 0$ とおけば、上記の問題は通常非線形相補性問題になる。このことから類推できるように、MCPは変数の定義域と次元および関数形を適当に定義し直すことによって、線形相補性問題、非線形方程式体系そして変分不等式問題を含むより広範囲な最適化問題に対処することができる。

(2) 統合化

式(16)から得られる地域間交易の需要量は次式で与えられる。

$$M_{rs}^i(p, t^*, X) = m_{rs}^i X_s^i = \theta_r^i \exp[-\sigma_r^i \eta_{rs}^i] \left(\frac{q_s^i(p)}{p_r^i} \right)^{\sigma_r^i} X_s^i \quad (13)$$

交易量を自動車交通量に変換する係数 μ_{rs}^i は与えられているものと仮定する。したがって、

$$D_{rs} = \sum_i \mu_{rs}^i M_{rs}^i$$

として地域間OD交通量が与えられる。このように、(4)および(11)で定義されたネットワーク均衡と経済均衡問題は、変数ベクトル $x = (p, y, w, h, t^*)$ をもつ混合相補性問題として定式化できる。

4. まとめ

この論文は多地域一般均衡モデルとワードロップ型の交通均衡モデルの統合を混合相補性問題として定式化を目的としている。従来提案されている同種のモデルと比較して、(1)一般均衡モデルに生産

要素を含んでいる、(2)地域間交易係数がネットワーク混雑に反応するように構成されている、

(3)非線形相補性問題や変分不等式問題を内包するより一般的な混合相補性問題によって定式化している、などの長を有し、多地域一般均衡モデルの拡張モデルと同時に交通ネットワーク均衡モデルの拡張でもある。このようなモデルは、県レベルの幹線道路を含む総合交通体系を分析するのに有効であり、特に、交通施設の新規投資事業や改良事業が地域経済にどのような効果をもたらすかを分析するのに有効である。

参考文献

- 1) 赤松 隆・半田正樹(1987): 変分不等式アプローチによる多地域一般均衡モデルの構築と解析、土木計画学研究講演集、No. 20, pp. 367-370.
- 2) Friesz, T.L., Z-G Suo and L. Westin (1998): Integration of freight network and computable general equilibrium models, Chapter 12 in Network Infrastructure and the Urban Environment (L. Lundqvist, L-G Mattsson and J. Kim eds.), Springer.
- 3) Harker, P.T. (1987): Predicting Intercity Freight Flows, UVN Science Press, Utrecht.
- 4) Laan, G. van der, and A.J.J. Talman (1985): An algorithm for the linear complementarity problem with upper and lower bounds, Journal of Optimization Theory and Applications 62(1), pp.151-163.
- 5) Luo, Z-Q, Pang J-H and Ralph D. (1996): Mathematical Programs with Equilibrium Constraints, Cambridge University Press, Cambridge
- 6) Mathiesen L. (1985): Computation of experience in solving equilibrium models by a sequence of linear complementarity problems, Mathematical Operations Research 23, pp.1225-1250.
- 7) Miyagi, T. (1998): A spatial computable general equilibrium approach for measuring multiregional impacts of large scale transportation projects, Chapter 13 in Network Infrastructure and the Urban Environment (L. Lundqvist, L-G Mattsson and J. Kim eds.), Springer.
- 8) 宮城俊彦・本部賢一(1996): 応用一般均衡分析を基礎にした地域間交易モデルに関する研究、土木学会論文集、No.530/IV-30, pp.30-40.
- 9) 宮城俊彦・浅野雄史(1999): SCGEモデルにおける輸送部門の取り扱い方に関する2, 3の考察、本講演集。
- 10) Pang, J-C.: Complementarity Problem, Handbook of Global Optimization, R. Horst and P.M. Pardalos eds., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, the Netherlands, pp. 271-338, 1995.
- 11) Roson, R. (1993): Spatial computable economic equilibria and freight network models, International Journal of Transportation Economics 20, pp. 51-66.