【土木計画学研究・講演集 No.22(2) 1999年10月】

時間制約を明示的に考慮した私的交通行動モデル

Private Trip Demand Model Formulation With Time Constraints

浦部 晶彦*，森杉 壽芳**，河野 達仁***

By Akihiko URABE, Hisayoshi MORISUGI**, Tatsuhito KONO****

1．はじめに

四段階交通需要予測は，交通活動と交通以外の活動との代替性や補完性を明示的に考慮していないために，交通施設整備による誘発交通量の推定を行うことができないという欠点を持つ．このような欠点を克服するための分析フレーム[1)2)]としては，古典的消費者行動理論が考えられる．しかし，現在提案されているモデルは，時間制約を明示的に考慮していないか，あるいは，明示していても，労働時間を自分で自由に決められるという仮定から得られた時間価値を賃金率と等しいとしているという問題点がある．また，交通施設整備によって，定常的な交通である通勤が変化しにくい反面，買い物・レジャーを中心とした交通需要が変化して誘発需要が発生すると考えられる．このため，著者らは，私的交通を対象として，労働時間が固定されている場合の時間価値が，所得や利用可能な時間のみならず，交通を含む様々な財の価格や所要時間の関数，すなわち，時間価値関数であることを指摘し，その感度分析および比較静学分析の方法論を示してきた[3)4)]．従って，この時間価値関数の推定や予測は，需要予測と同時に行われる内生変数となる．このためには，従来行われてきた，時間価値を先決した後に需要予測を行うという方法論は適用できず，新たな推定法や予測法を必要とする．

そこで本研究では古典的消費者行動理論に基づき，時間価値の予測と，直接効用関数を特定化した場合と間接効用関数を特定化できた場合の交通需要予測の方法論を提案する．

key words：交通需要予測，誘発需要，古典的消費者行動理論

* 学生員，東北大学大学院 情報科学研究

** 正会員，工博，東北大学教授 情報科学研究科
(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06
Tel:022-217-7498, Fax:022-217-7500)

***学生員，工修，東北大学大学院 情報科学研究科

2．交通需要予測方法論

(1)モデルの定式化

一定の所得(I)のもとで効用が最大になるように，効用に関わる財の組み合わせを選ぶ消費者行動理論がある．これに時間制約式を加えることによって、個人の交通行動モデルを定式化する．

そこで財の種類を，交通需要量 Z_{Nj}，余暇の需要量 Z_z，および，それら以外の合成財の需要量 Z_k としたとき，個人の行動は次の式(1)のように表現できる．

$$V = \max_{Z_z, Z_{Nj}, Z_k} U(Z_z, Z_{Nj}, Z_k) \tag{1}$$

$$s.t. \quad \sum_{j \in J} P_{Nj} Z_{Nj} + Z_k = I \qquad \text{(予算制約式)}$$

$$Z_z + \sum_{j \in J} \tau_{Nj} Z_{Nj} = T \qquad \text{(時間制約式)}$$

ただし，Z_z:余暇需要量

Z_{Nj}:起点Nから目的地jまでの交通需要量（$j \in J$）

Z_k:合成財の需要量

P_z:余暇の価格（$P_z=0$）

P_{Nj}:起点Nから目的地jまでの交通価格（$j \in J$）

P_k:合成財の価格は1とする

I:所得

τ_z:余暇1単位の消費所要時間は1とする

τ_{Nj}:交通1単位の消費所要時間（$j \in J$）

τ_k:合成財1単位の消費所要時間

$(\tau_k=0)$

T:労働時間以外の活動の利用可能時間

U(.) 直接効用関数

V(.) 間接効用関数

予算制約式のラグランジェの未定乗数をλ，時間制約式のラグランジェの未定乗数をμとすると，ラグランジェ関数Lは式(2)で表される．

$$L=U(Z_z,Z_{Nj},Z_k)+\lambda\left(I-\sum_{j\in J}P_{Nj}Z_{Nj}-Z_k\right)+\mu\left(T-Z_Z-\sum_{j\in J}P_{Nj}Z_{Nj}\right) \quad (2)$$

最適解を求めるため，各変数 Z_z, Z_{Nj}, Z_k, λ，μ で偏微分すると次の式(3)(4)(5)(6)(7)が得られる．注意しなければならないのは，ラグランジェ乗数は価格・所要時間，所得および利用可能時間の関数という事実である．

$$\frac{\partial L}{\partial Z_z}=\frac{\partial U}{\partial Z_z}-\mu=0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z_{Nj}}=\frac{\partial U}{\partial Z_{Nj}}-(\lambda P_{Nj}+\mu\tau_{Nj})=0 \quad (j\in J) \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z_k}=\frac{\partial U}{\partial Z_k}-\lambda=0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=I-\sum_{j\in J}P_{Nj}Z_{Nj}-Z_k=0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu}=T-Z_Z-\sum_{j\in J}P_{Nj}Z_{Nj}=0 \quad (7)$$

(2)時間価値の導出

次に本モデルでの時間価値関数を定式化する．交通に関する時間価値は，微少な時間節約があるとき効用を一定に保つための交通価格の増分として定義されている．つまり，間接効用関数の全微分がゼロであるので，式(8)が得られる．

$$dV=\frac{\partial V}{\partial P_{Nj}}dP_{Nj}+\frac{\partial V}{\partial \tau_{Nj}}d\tau_{Nj}=0 \quad (8)$$

式(8)を変形することによって，式(9)の時間価値関数が得られる．ただし，包絡定理から得られる式(10)を利用するものとする．また，最適解を $Z_z^*, Z_{Nj}^*, Z_k^*, \lambda^*, \mu^*$ と表現する．

$$\gamma_t=-\frac{dP_{Nj}}{d\tau_{Nj}}=\frac{\dfrac{\partial V}{\partial \tau_{Nj}}}{\dfrac{\partial V}{\partial P_{Nj}}}=\frac{-\mu^* Z_{Nj}^*}{-\lambda^* Z_{Nj}^*}=\frac{\mu^*}{\lambda^*} \quad (9)$$

$$\frac{\partial V}{\partial P_i}=-\lambda^* Z_i^* \quad (i=z,Nj,k) \quad (10a)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau_i}=-\mu^* Z_i^* \quad (i=z,Nj,k) \quad (10b)$$

$$\frac{\partial V}{\partial I}=\lambda^* \quad (10c)$$

$$\frac{\partial V}{\partial T}=\mu^* \quad (10d)$$

以下では，交通需要量と時間価値をλとμの変化とともに数値的に計測するため直接効用関数を特定化した場合と，間接効用関数を特定化する場合の二つの方法において，交通需要量 Z_z^*, Z_{Nj}^*, Z_k^* と λ^*, μ^* を求める方法論を順次説明する．

(3)直接効用関数を特定化した場合の需要予測の方法論

(a)直接効用関数の特定化におけるパラメータ推定

式(11)のように直接効用関数 U をコブ-ダグラス型の直接効用関数に特定化する．

$$U(Z_z,Z_{Nj},Z_k)=\ln Z_z+\beta_j\sum_{j\in J}\ln Z_{Nj}+\eta\ln Z_k \quad (11)$$

直接効用関数をコブ-ダグラス型に特定化することによってラグランジェ関数の偏微分の関係式(3)(4)(5)より，次の式(3)'(4)'(5)'が得られる．ただ，式(3)'(4)'(5)'(6)(7)は非線形連立方程式であり，所得制約のみを考えるケースと違い，一般的な需要量 Z_i を陽関数として簡単に表示することは非常に難しい．しかし，以下の方法を行えば，各需要量とラグランジェの未定乗数を解析的，または，数値計算によって求めることができる．

$$\frac{1}{Z_z}-\mu_z=0 \tag{3)'$$

$$\frac{\beta_j}{Z_{Nj}}-\lambda P_{Nj}-\mu\tau_{Nj}=0 \qquad (j\in J) \tag{4)'$$

$$\frac{\eta}{Z_k}-\lambda=0 \tag{5)'$$

そこで，式(4)'へ式(3)'(5)'を代入して各ラグランジェの未定乗数を消去すれば，式(12)で表される定数項がゼロの重回帰式が得られる．

$$\frac{\tau_{Nj}}{Z_z}=\beta_j\left(\frac{1}{Z_{Nj}}\right)-\eta\left(\frac{P_{Nj}}{Z_k}\right) \quad (j\in J) \tag{12}$$

式(12)から，j以上の数の時系列データを用いた重回帰分析からパラメータβ_j，ηを推定可能となる．式(12)によってパラメータは求まるが，価格か所要時間が変化したときの交通需要 Z_{Nj} の予測を行うことはできない．なぜならば，合成財の需要量 Z_k および余暇時間 Z_z の値が予測できないからである．Z_k や Z_z の予測には価格や所要時間が変化したときのλとμを知る必要がある．

(b)需要予測法

次に，需要予測を行う方法論を説明する．式(12)を用いて求められたβ_jおよびηのパラメータと新規価格 P_i ・所要時間 τ_i(i=z,Nj,k)を式(3)'(4)'(5)'へ代入し，式(6)(7)を満たすλとμの値，つまり，最適解λ*とμ*を求める．λ*とμ*は式(3)'(4)'(5)'を式(6)(7)へ代入した式(13)(14)を満足する値である．

$$\sum_{j\in J}P_{Nj}\left(\frac{\beta_j}{\lambda P_{Nj}+\mu\tau_{Nj}}\right)+\left(\frac{\eta}{\lambda}\right)=I \tag{13}$$

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)+\sum_{j\in J}\tau_{Nj}\left(\frac{\beta_j}{\lambda P_{Nj}+\mu\tau_{Nj}}\right)=T \tag{14}$$

λとμは価格・所要時間を変数とする関数として式(13)(14)から解析的に求めることが，理論上，可能である．しかし，λとμが価格と所要時間の非常に複雑な関数となる．そこで，式(13)(14)より，式(13)'(14)'と変形できる．この式(13)'(14)'からμ*/λ*の恒等式として式(15)を得ることができる．これは時間価値γの恒等式ということなので，繰り返し計算によって時間価値を得ることができる．

$$\lambda=\frac{1}{I}\sum_{j\in J}\left\{\frac{\beta_j}{1+\frac{\mu}{\lambda}\left(\frac{\tau_{Nj}}{P_{Nj}}\right)}\right\}+\eta \tag{13)'$$

$$\mu=\frac{1}{T}+\frac{1}{T}\sum_{j\in J}\left\{\frac{\beta_j}{\frac{\lambda}{\mu}\left(\frac{P_{Nj}}{\tau_{Nj}}\right)+1}\right\} \tag{14)'$$

$$\sum_{j\in J}\left[\frac{\beta_j\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)\left\{\frac{T}{I}\left(\frac{P_{Nj}}{\tau_{Nj}}\right)-1\right\}}{\left(\frac{P_{Nj}}{\tau_{Nj}}\right)+\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)}\right]=1-\eta\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)\frac{T}{I} \tag{15}$$

需要予測にあたってλ*とμ*が個別に得られなければ需要予測は行えない．そこで，得られた時間価値を式(13)'へ代入することによってλを得ることができる．

以上の方法で，価格や所要時間が変化したときの最適解λ*,μ*を得ることができたのならば，式(3)'(4)'(5)'から最適な需要量Z_z^*,Z_{Nj}^*,Z_k^*が需要予測値，式(9)から時間価値を得られる．

理論上は，直接効用関数を特定化した場合において，これまで説明してきた手法で需要予測と時間価値の推定を行うことができる．

こうして得られた需要予測値 Z_{Nj} は式(4)'より式(4)"として与えられる．このとき，任意の交通価格と所要時間が変化するとλとμが変化して，Z_{Nj} も変化することになる．

以上は，対数線形の直接効用関数であるコブ-ダグラス型を仮定した場合であるが，CES やトランスログなどの他の関数形であっても同じ

手順でパラメータ推定，需要予測と時間価値に関する予測を行うことができる．どのような関数形が適切かは，ケーススタディを積み重ねる以外にはない．今後に残された課題である．

$$Z^*_{Nj} = \frac{\beta_j}{\lambda^* P_{Nj} + \mu^* \tau_{Nj}} \qquad (4)''$$

(4)間接効用関数を特定化する場合の需要予測の方法論

式(10)からラグランジェの未定乗数を消去すると式(11)が得られる．

$$\frac{\dfrac{\partial V}{\partial P_i}}{\dfrac{\partial V}{\partial I}} = \frac{\dfrac{\partial V}{\partial \tau_i}}{\dfrac{\partial V}{\partial T}} = -Z^*_i \quad \left(i = z, Nj, k\right) \qquad (11)$$

つまり，この関係式を満たす間接効用関数が得られれば，式(10)の包絡定理から各需要モデルを得ることができ，需要予測を行うことができる．しかし，式(11)を満たすべく間接効用関数の特定化は困難である．この理由は，直接効用関数を特定化した場合からも推測できるように，最適なラグランジェの未定乗数でさえも，価格と所要時間の非常に複雑な関数形として求められ，これらを代入した直接効用関数である間接効用関数は，より複雑な関数形で表されることが予想されるからである．ただ，間接効用関数を特定化できれば各需要モデルが容易に構築できる．

3．まとめ

本研究では，交通価格や所要時間の関数として表された交通需要の予測方法論を説明した．よって，それらの変化による誘発需要が考慮されているということも言うまでもない．

直接効用関数を特定化した場合，間接効用関数を特定化する場合よりも需要予測法としての適用可能性がある．ただ，ラグランジェ乗数λとμを容易に求めることに困難さは残っている．このように，最も簡単な関数形をしていると思われるコブ-ダグラス型の直接効用関数においてでさえも，各需要関数を導出するのは非常に難しい．よって，今後の研究として，二本の制約条件式を満たし，ラグランジェの未定乗数をより簡単に求めることのできる直接効用関数を探求していく必要がある．

間接効用関数を特定化する場合の需要予測方法論において述べたように，式(11)を満たすべく間接効用関数の特定化は困難である．この理由は，コブダグラス型の直接効用関数の例にみるように最適なラグランジェの未定乗数でさえも，価格と所要時間の非常に複雑な関数形として求められ，よって，間接効用関数はより複雑な関数形で表される．以上，問題点を述べたが，間接効用関数を特定化できればロアの定理の拡張として各需要モデルが容易に構築できる．

<参考文献>

1) Hisayoshi MORISUGI,Le DAM HANH (1994)：LOGIT MODEL AND GRAVITY MODEL IN THE CONTEXT OF CONSUMER BEHAVIOR THEORY ，J.Infrastructure Plan.and Man.No.488/Ⅳ-23,pp.111-119
2) Hisayoshi MORISUGI,UEDA and Dam Hanh LE(1995)：GEV AND NESTED LOGIT MODELS IN THE CONTEXT OF CLASSICAL CONSUMER THEORY,J.Infrastructure Plan.and Man.No.506/Ⅳ-26,pp.129-136
3) 森園耕次，森杉壽芳(1998)：平成９年度土木学会東北支部技術研究発表会講演概要集，pp.478-479
4) 河野達仁，森杉壽芳(1998)：私的交通の時間価値の静学分析，ARSC 講演用論文