【土木計画学研究・講演集　No.22(2)　1999年10月】

厚生指標の作成における計測方法論に関する考察*

*A Study on the Measurement Methodology for Welfare Indicies**

福本潤也**

By　Jun-ya FUKUMOTO**

1. はじめに

各地域の厚生水準を比較可能な形に指標化することは，我々が対象とする国土・地域計画における合理性を確保する上で有効であると考えられる．しかし，経済企画庁の新国民生活指標(PLI:People's Life Indicators)に対する国民や地方自治体の反応からもわかる通り，既存の指標の有用性については否定的な意見が多い．筆者は，指標の意義に対する社会的理解が深まり，国土・地域計画に有効利用されていくためには，指標の理論的位置づけを明らかにしていくこと，ならびに，指標の作成方法を客観的で社会的に合意が得られやすいものへと改良していくことが必要であると考える．本稿では，後者の問題に関連して議論したい．

さて，厚生指標の作成にあたっては，通常，①地域社会を構成する各主体の効用関数の計測と②各主体の効用の集計化という2種類の分析が必要になる[9]．ここで，分析者が利用可能な情報である地域統計データの多くが，地域レベルで集計化(平均化)されたものである点に注意が必要である．なぜなら，①の分析には各主体が置かれている状態とそこでの選択結果，②の分析には各主体の効用関数と置かれている状態，というミクロレベルでの情報が必要であるのに対して，集計化されたマクロレベルでの情報からは分析に求められる十分詳細な情報を得ることができないからである．①に関連した問題については，土木計画学の分野でも交通需要分析などの研究で調査方法論から統計的推測論までかなりの研究の蓄積があり，その対処は比較的容易であると考えられる．しかしながら，②に関連した問題については，土木計画学の分野ではこれまで真剣に検討されてこなかった(例外として，小林(1987)など[1)-3)])．地域データを扱った既存研究でも圧倒的大部分は平均値などのマクロレベルでの情報に基づいた分析を行ってきたが，そこでは暗黙のうちに何らかの強い仮定を置いて，ミクロレベルの状態を特定していたといえる．

以上の問題に対して，筆者は現在，以下に示す研究に取り組もうとしている．すなわち，第一に，比較的緩い仮定のもとでマクロレベルの情報からミクロレベルの状態の確率分布を推定し，厚生指標の評価値の確率分布を求めること，第二に，統計調査の整備による新たな情報の獲得が厚生指標の精度の改善にどれほど寄与するか，さらにはそれを通じて統計整備の価値を計量すること，を目的とするものである．本稿は，以上の問題意識に立った取り組みの第一歩であり，簡単な立地問題を想定したえで，利用可能な情報と求めたい分析結果の組み合せに応じて，いかなる分析枠組みが求められるかについて検討することを意図している．

2. 立地問題の設定

ここでは，既存研究[4)]を参考としながら，3. 以降の議論で用いられる立地問題を設定する．本稿ではその目的を踏まえ，2種類の立地問題を設定する．

(1)前提条件

前提条件は次の通りである．

①評価対象地域には，属性 b_j $(1 \le j \le J)$ の土地がそれぞれ $L_j (L_1 + \cdots + L_J = L)$ 区画存在する．

②評価対象地域への立地を検討している属性 a_i $(1 \le i \le I)$ の家計がそれぞれ $H_i (H_1 + \cdots + H_I = H)$ 世帯存在する．

③各家計は，設定された市場構造のもとで立地する区画を選択する．家計は評価対象地域外($j=0$)に立地することも可能である．

④評価対象地域内の各区画には，最大で1世帯しか立地できない．評価対象地域外への立地については，世帯数の制限はない．

⑤各家計が得られる効用 v_{ij} は(1)式の準線形効用関数で表される．ランダム項は同一の分散を有するガンベル分布に従う．

⑥評価対象地域外に立地した場合には，各家計は(2)式で示される留保効用 v_{i0} を得る．

⑦各土地所有者(不在地主)は評価対象地域内の1区画を保有している．効用関数は(3)式の通りである．

<u>立地者</u>

$$v_{ij} = V_{ij} + \varepsilon_{ij} = f(a_i, b_j; \zeta) + Y_i - R_j + \varepsilon_{ij} \tag{1}$$

$$v_{i0} = V_{i0} + \varepsilon_{i0} \tag{2}$$

ここで，V_{ij} (ε_{ij}):確定(確率)効用，Y_i:所得，R_j:地代，ζ:パラメータ，V_{i0}:定数

<u>土地所有者</u>

$$Z_j = R_j \tag{3}$$

*キーワード：計画基礎論，調査論，計画情報

**学生員 工修 東京大学大学院 工学系研究科 社会基盤工学専攻
(〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1
TEL:03-5841-6129 FAX:03-5841-7453)

(2)市場構造

市場構造として，以下で説明する同時型と連続型の2種類を考える．

(a)同時型

ここでは，ワルラス型のせり市場において地代をめぐる交渉が家計H世帯，土地所有者L人の間で行われ，ナッシュ均衡となる地代が決定されると同時に，各家計の立地も決定される状況を想定する．市場均衡は以下の相補性条件で表現される．

$$\begin{cases}\lambda_i = V_{ij} - \frac{1}{\theta}\ln n_{ij} & if \quad n_{ij} > 0 \\ \lambda_i \geq V_{ij} - \frac{1}{\theta}\ln n_{ij} & if \quad n_{ij} = 0\end{cases} \quad \forall i, j \tag{4}$$

$$\begin{cases}L_j = \sum_{i=1}^{I} n_{ij} & if \quad R_j > 0 \\ L_j \geq \sum_{i=1}^{I} n_{ij} & if \quad R_j = 0\end{cases} \quad \forall j \tag{5}$$

$$\begin{cases}H_i = \sum_{j=0}^{J} n_{ij} & if \quad \lambda_i > 0 \\ H_i \geq \sum_{j=0}^{J} n_{ij} & if \quad \lambda_i = 0\end{cases} \quad \forall i \tag{6}$$

ここで，λ_i：期待最大効用を意味する変数，

θ：立地選択の分散パラメータ

この時，(8)式のメリット関数を用いれば，(4)－(6)式の均衡解$(n_{ij}^*, R_j^*, \lambda_i^*) \in R_+^{I \times J + J + I}$を(7)式の最適化問題における目的関数値が 0 になっている場合の最適解$(n_{ij}^*, R_j^*, \lambda_i^*)$として表現できる[8]．立地家計数のベクトル($\{n_{ij}\}$)は，本研究の想定のもとでは一意に決まる[4]．

$$\min \Psi = \frac{1}{2}[\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}(\varphi_1^{ij})^2 + \sum_{j=1}^{J}(\varphi_2^{j})^2 + \sum_{i=1}^{I}(\varphi_3^{i})^2] \tag{7}$$

ただし，

$$\varphi_1^{ij} = \lambda_i - V_{ij}(R_j) - \frac{1}{\theta}\ln n_{ij} + n_{ij} - \sqrt{(\lambda_i - V_{ij}(R_j) - \frac{1}{\theta}\ln n_{ij})^2 + n_{ij}^2} \tag{8-a}$$

$$\varphi_2^{j} = L_j - \sum_{i=1}^{I} n_{ij} + R_j - \sqrt{(L_j - \sum_{i=1}^{I} n_{ij})^2 + R_j^2} \tag{8-b}$$

$$\varphi_3^{i} = H_i - \sum_{j=0}^{J} n_{ij} + \lambda_i - \sqrt{(H_i - \sum_{j=0}^{J} n_{ij})^2 + \lambda_i^2} \tag{8-c}$$

(b)連続型

(a)では，ワルラス型のせり市場を想定したが，実際の土地市場においては，家計の立地行動が同時的にではなく連続的に行われている．この点を踏まえると，(a)の想定が現実的でない可能性がありうる．そこで，ここでは，家計が(4)－(6)式を満足するナッシュ均衡解となる地代をまず提示し，次に家計が自然によって決定された順番に従い，(9)式で示される選択確率に従って，連続的に立地する区画を選択していく状況を想定する．なお，新たに立地する家計は既に他の家計が立地している区画には立地できないと仮定する(立地の排他性)．以上の想定は次のように表現される．

<u>第1ステージ</u>

評価対象地域内に土地を有する全ての土地所有者が所有する土地の地代を提示する．

<u>第2ステージ</u>

自然が合計H世帯の家計を1番からH番まで順序づける．任意の順序付けがなされる確率は，全て等確率$(1/H!)$とする．

<u>第hステージ</u>$(3 \leq h \leq H+2)$

h番目の家計が立地する土地を選択する．

$$p_{ij}^{(h)} = \exp(\theta V_{ij}) \Big/ \sum_{j \in J(h)} \exp(\theta V_{ij}) \tag{9}$$

ここで，$p_{ij}^{(h)}$：第hステージに属性a_iの家計が属性b_jの土地に立地する確率，$n_{ij}^{(h)}$：第hステージまでに属性b_jの土地に立地した属性a_iの家計数，

$J(h) = \{0\} \cup \{j \mid 1 \leq j \leq J, \sum_{j=1}^{J} n_{ij}^{(h-1)} < L_j\}$

この時，土地所有者が提示した地代のベクトルに対して，実現しうる立地家計数のベクトルは複数存在することになる．そのため，土地所有者が価格付けに際して想定した立地家計数のベクトル((4)－(6)式を満足する$\{n_{ij}\}$)と実際に実現する立地家計数のベクトルは一般には異なることとなる．

3. 厚生指標の作成に利用可能な情報

本稿は，評価対象地域に立地する家計の効用水準から構成される地域社会の厚生水準を示す指標の作成を念頭に置いているが，ここでは，2. の想定のもとで評価対象地域の厚生水準を計測するにあたり，利用される情報の整理を行う．以下では，統計調査を通じて得られる統計情報と，想定したシステムが各変数間の関係に課すシステム制約条件に分類したうえで各々を解説する．

(1)統計情報

(a)立地パターン情報

統計調査の結果，評価対象地域内に立地する家計数の情報が得られたとする．この情報を本稿では立地パターン情報と呼ぶ．立地パターン情報がどの程度の詳細さで観測されるかは統計調査に依存するが，代表的な場合としては，

①土地･家計属性の組合せ毎の家計数 $\{n_{ij}\} \in R_+^{I \times J}$，

②土地属性毎の家計数 $\{\sum_{i=1}^{I} n_{ij}\} \in R_+^{J}$，

③家計属性毎の家計数 $\{\sum_{j=1}^{J} n_{ij}\} \in R_+^{I}$，

④評価対象地域内の総家計数 $\{\sum_{i,j=1}^{I,J} n_{ij}\} \in R_+$，

の4種類が考えられる．なお，評価対象地域への立地を検討した家計のうち，評価対象地域内に立地した家計については統計調査を通じて観測可能であるが，評価対象地域外に立地した家計数については，通常，観測不可能である点に注意が必要である．

(b) 特性情報

統計調査の結果，評価対象地域内に立地した家計の属性 a_i や所得 Y_i，各土地の属性 b_j や地代 R_j に関する情報が得られたとする．この情報を特性情報と呼ぶ．特性情報も，どの程度の詳細さで観測されるかは統計調査に依存するが，代表的な場合としては，

①家計属性毎の平均 $\{\sum_{j=1}^{J} n_{ij} x_j / \sum_{j=1}^{J} n_{ij}\} \in R^{|x| \times I}$，

②土地属性毎の平均 $\{\sum_{i=1}^{I} n_{ij} x_i / \sum_{i=1}^{I} n_{ij}\} \in R^{|x| \times I}$，

③評価対象地域での平均 $\{\sum_{i,j=1}^{I,J} n_{ij} x_i / \sum_{i,j=1}^{I,J} n_{ij}\} \in R^{|x|}$，

の3種類が考えられる（$x_{i(j)} = a_i, b_j, Y_i, R_j$）．

(2) システム制約条件

(a) 均衡制約条件

市場構造が2．で設定した同時型の場合，システムで実現している（n_{ij}, R_j, λ_i）において，(7) 式の最適化問題の目的関数値が 0 に等しくなければならない（$\Psi = 0$）．この条件を以下では，均衡制約条件と呼ぶ．市場構造が連続型の場合には，実現した立地パターンは均衡制約条件を一般に満足しない．

(b) 確率制約条件

市場構造が2．で設定した連続型の場合，$\{H_i, a_i, Y_i, L_j, b_j, \zeta\} \in R_+^{2 \times I + J} \times R^{|a| \times I + |b| \times J + |\zeta|}$ が与えられると，(4)－(6) 式の条件から $\{R_j\}$ が一意に求まり，実現する立地家計数のベクトル $\{n_{ij}\}$ が確率的に求められる．$\{H_i, a_i, Y_i, L_j, b_j, \zeta\}$ が与えられた時，立地家計数のベクトル $\{n_{ij}\}$ が実現する確率を $P(\{n_{ij}\} | \{H_i, a_i, Y_i, L_j, b_j\}; \zeta)$，実現しうる立地家計数のベクトルの集合を $\Omega = \{\{n_{ij}\} | P(\{n_{ij}\} | \{H_i, a_i, Y_i, L_j, b_j\}; \zeta) \neq 0\}$ とすると，以上の条件は次のように表現される．

$$0 \leq P(\{n_{ij}\} | \{H_i, a_i, Y_i, L_j, b_j\}; \zeta) \leq 1 \qquad (10)$$

$$\sum_{\{n_{ij}\} \in \Omega} P(\{n_{ij}\} | \{H_i, a_i, Y_i, L_j, b_j\}; \zeta) \qquad (11)$$

この条件を以下では，確率制約条件と呼ぶことにする．市場構造が同時型の場合には，$\{H_i, a_i, Y_i, L_j, b_j, \zeta\}$ が与えられると，一意に実現する $\{n_{ij}^*\}$ が決定されることから，次のようになる．

$$P(\{n_{ij}^*\} | \{H_i, a_i, Y_i, L_j, b_j\}; \zeta) = 1 \qquad (12)$$

$$P(\{n_{ij}\} | \{H_i, a_i, Y_i, L_j, b_j\}; \zeta) = 0 \quad \forall \{n_{ij}^*\} \neq \{n_{ij}\} \qquad (13)$$

4. 厚生指標の作成における計測方法論の検討

厚生指標の作成における計測作業は，1．でも述べた通り，①地域社会を構成する各主体の効用関数の計測と②各主体の効用の集計化という2種類に分類される．ここでは，①評価対象地域内のミクロレベルでの情報が得られた場合に各家計属性毎の効用関数を推定する問題，②効用関数を所与としたうえでマクロレベルでの統計調査結果から評価対象地域の厚生水準を評価する問題，の2つを取り上げ，計測方法について検討する．さらに，あらたな統計調査の価値の計測方法についても簡単に検討する．

(1) 効用関数の推定

立地パターン情報として土地・家計属性のペア毎の家計立地数，特性情報として家計・土地属性の組み合わせ毎の家計属性・土地属性・地代・所得についての情報が得られたとする．

市場構造が同時型の場合，ロジットモデルの IIA 特性より，評価対象地域外の情報を完全に無視しても分析に支障を来さない．この時，誤差が全く存在しなければ，均衡制約条件 $\Psi = 0$ に観測された情報を代入して ζ について解くことで，パラメータの推定値が得られる．ただし，一般には観測誤差などが存在するため，観測された情報を Ψ に代入しても，必ずしも $\Psi = 0$ が成立するとは限らない．その場合には，各家計属性毎に立地選択確率を外的基準として，集計ロジットモデルの推定と同様の方法でパラメータ推定を行う必要がある．

市場構造が連続型の場合，均衡制約条件を利用することはできない．また，立地の排他性が存在するため，立地選択確率を外的基準として用いる方法も適切な選択肢集合を考慮していないことになり，バイアスをもった推定結果を与えてしまう．この場合，理想的な推定方法は，評価対象地域内への立地を考慮している家計数に関して何らかの先験的確率分布 $F(\{H_i\}; \tau)$（τ：パラメータ）を仮定し，それを用いてベイズ推計することである．これは，次のように表現される．

$$\max_{\zeta, \tau} \int P(\{\bar{n}_{ij}\} | \{H_i, \bar{a}_i, \bar{Y}_j, \bar{L}_j, \bar{b}_j\}; \zeta) dF(\{H_i\}; \tau) \qquad (14)$$

ここで，$\{\bar{n}_{ij}, \bar{a}_i, \bar{Y}_j, \bar{L}_j, \bar{b}_j\}$：統計調査から得られた観測値のベクトル

立地する家計数が増えた場合には，(10) 式の確率を計算すること自体が多大な労力を要し，(14) 式を解くことは非現実的である．通常用いられる個人間の選択に関する独立性の仮定 [6] は，本稿で確率制約条件と呼ぶところの条件を緩和することで計算可能性を高めていることに相当する．

(2)厚生水準の確率分布の推測

家計の効用関数が既知で，家計属性・土地属性・地代・所得の評価対象地域全体での平均 $(\bar{a},\bar{Y},\bar{b},\bar{R})\in R^{|a|+|b|+2}$，各家計属性毎の立地家計数 $\{H_i(=\sum_{j=1}^{J}n_{ij})\}\in R_+{}^{I}$，各土地属性毎の区画数 $\{L_j\}\in R_+{}^{J}$ に関する情報が得られた場合に厚生水準を求める問題について考察する．ここでは厚生指標 $W\in R$ を各家計属性毎の家計の確定効用 $\{V_{ij}\}\in R^{I\times J}$ とそれぞれの評価対象地域内への立地者数 $\{n_{ij}\}\in R_+{}^{I\times J}$ から定義されるものとする．

$$W\equiv W(\{V_{ij}\},\{n_{ij}\}) \tag{15}$$

市場構造が同時型の場合，効用関数の推定の場合と同様に，評価対象地域外の情報を完全に無視しても分析に支障を来さない．ここで，観測されている $\{H_i,L_j,\xi\}$ に加えて，仮に $\{a_i,Y_i,b_j\}$ の情報が得られていたとする．この時，均衡制約条件 $(\Psi=0)$ を通じて，$\{R_j\}$ および $\{n_{ij}\}$ が一意に決定される．よって，$\{a_i,Y_i,b_j\}$ が確率分布 $G(\{a_i,Y_i,b_j\})$ に従うならば，$\{a_i,Y_i,b_j,R_j,n_{ij}\}$ が従う確率分布も容易に計算される（$M(\{a_i,Y_i,b_j,R_j,n_{ij}\})$ と表現する）．ここで，評価対象地域での平均値として観測された情報 $(\bar{a},\bar{Y},\bar{b},\bar{R})$ と矛盾しない $\{a_i,Y_i,b_j,R_j,n_{ij}\}$ の集合を $\Phi=\{\{a_i,Y_i,b_j,R_j,n_{ij}\}\mid \sum_{i,j=1}^{I,J}n_{ij}a_i=\bar{a},\ \sum_{i,j=1}^{I,J}n_{ij}b_j=\bar{b},\ \sum_{i,j=1}^{I,J}n_{ij}Y_i=\bar{Y},\ \sum_{i,j=1}^{I,J}n_{ij}R_j=\bar{R}\}$ とし，厚生指標の値が $\overline{W}$ となる $\{a_i,Y_i,b_j,R_j,n_{ij}\}$ の集合を $\Gamma=\{\{a_i,Y_i,b_j,R_j,n_{ij}\}\mid W(\{V_{ij}(a_i,b_j,Y_i,R_j)\},\{n_{ij}\})=\overline{W}\}$ で表すと，厚生指標の確率分布 $w(W)$ は次のように表現される．

$$w(W(\{V_{ij}\},\{n_{ij}\}=\overline{W}) = \frac{\int_{\{a_i,Y_i,b_j,R_j,n_{ij}\}\in\Phi\cap\Gamma}dM(\{a_i,Y_i,b_j,R_j,n_{ij}\})}{\int_{\{a_i,Y_i,b_j,R_j,n_{ij}\}\in\Phi}dM(\{a_i,Y_i,b_j,R_j,n_{ij}\})} \tag{16}$$

これより，$\{a_i,Y_i,b_j\}$ について先験的確率分布 $G(\{a_i,Y_i,b_j\})$ を設定することで，厚生指標の確率分布を求めることが可能になることがわかる．

同様の考察より，市場構造が連続型の場合においても，厚生指標の定式化可能なことがわかる．ただし，この場合は $\{a_i,Y_i,b_j\}$ に加え，評価対象地域内への立地を検討していた家計数 $\{H_i\}$ に関する先験的確率分布の仮定も必要となる．また，確率制約条件を考慮する必要も生じるが，一般にその場合の計算は著しく困難なものとなる．

(3)統計調査の価値

(2)において，厚生指標の確率分布を形式的に定式化した．ここでは，仮に新たな統計調査が行われた場合に計画を立案・実施するうえでいかなるメリットが生じるかについて定量的な評価を行うための枠組みを検討したい．

いま，厚生指標の評価値（の期待値）が最大化されるよう，社会資本整備が行われる場合を考える．この時，ミクロレベルでの状態が確定的に把握されているならば，各状態 $s(\in S)$ 毎に選択される代替案が決定され，評価対象地域内の土地属性の変化 $\{b_j\}\rightarrow\{b_j^{s(PI)}\}$ として表される．ミクロレベルでの状態が確率的にしか把握されないならば，選択されるプロジェクトは評価対象地域内の土地属性の変化 $\{b_j\}\rightarrow\{b_j{}^{(II)}\}$ として表される．この時，完全情報の期待価値 $EVPI$ は，繁桝(1985)に従えば，(19)式のように表現される．

$$\{b_j^{s(PI)}\}=\underset{\{b_j^s\}\in B}{\arg\max}\,W(\{V_{ij}(b_j^{s(PI)})\},\{n_{ij}\}) \tag{17}$$

$$\{b_j{}^{(II)}\}=\underset{\{b_j\}\in B}{\arg\max}\,E[W(\{V_{ij}(b_j{}^{(II)})\},\{n_{ij}\})] \tag{18}$$

$$EVPI = E[W(\{V_{ij}(b_j^{s(PI)})\},\{n_{ij}\})-W(\{V_{ij}(b_j^{(II)})\},\{n_{ij}\})] \tag{19}$$

ここで，$E[\cdot]$：状態 s に関する期待値オペレータ，

B：社会資本整備プロジェクトの実行可能集合

5. おわりに

本研究では，システムの内部状態に関する完全な情報がない状況で作成される厚生指標がいかなる仮定や制約を置いたものであるかを検討することを目的とした．筆者の力量不足もあり，十分な議論ができなかったが，発表時までには，より見通しのよい形で整理したい．

【参考文献】

[1] Erlander, S. and Stewart, N.F.: The Gravity Model in Transportation Analysis, VSP, 1990.[2] Fisk, C. et al.:"Entropy and information theory" : critique, comments, and reply, Environment and Planning A, Vol.17, pp.679-710, 1985.[3] Roy, J.: An alternative information theory approach for modelling spatial interaction, Environment and Planning A, Vol.19, pp.385-394, 1987.[4]赤松隆・半田正樹・長江剛志：変分不等式アプローチによる多地域一般均衡モデル，土木計画学・論文集，No.15, pp.175-175-184, 1998.[5]小林潔司：エントロピー理論と都市・交通モデリングへの適用，土木計画学研究・講演集，No.10, pp.291-298, 1987.[6]小林潔司：到着地ベース調査による観光入込客数の推計方法に関する研究，土木計画学研究・論文集，No.9, pp.101-108, 1991.[7]繁桝算男：ベイズ統計入門，東京大学出版会，1985.[8]福島雅夫：均衡モデル：相補性問題への招待，オペレーションズ・リサーチ，pp.331-336, 1996.6.[9]福本潤也・清水英範：地域生活指標の理論的位置付けに関する一考察，土木学会年次学術講演会講演概要集，Vol.53, No.4, pp.190-191, 1998.