【土木計画学研究・講演集　No.22(2)　1999年10月】

弾性需要型動的ネットワーク均衡配分の大域収束的解法*

Globally Convergent Methods for Dynamic Equilibrium Assignment with Elastic Demand

赤松 隆**・早崎俊和***・大石直史***

by Takashi AKAMATSU, Toshikazu HAYAZAKI and Naoshi OISHI

1．はじめに

近年，ITSやきめ細かな交通管理施策の評価ニーズ等を背景として，動的な交通ネットワーク・フローを明示的に扱った様々なモデルが提案されている．なかでも動的利用者均衡（Dynamic User Equilibrium : DUE）配分は，各種モデルに対するベンチマークとして重要な存在である．このモデルは，経路選択のみを扱う固定需要型と出発時刻選択も組み込んだ弾性需要型のモデルに大別される．

固定需要型のDUE配分については，最近の研究によって多くの進展がなされ，大規模ネットワークでの解の計算も可能となっている[3),4)]．しかし，TDM施策の評価等でニーズの高い弾性需要型のDUE配分に対しては，実際規模のネットワークで計算可能なアルゴリズムは，著者等の知る限り，未だ開発されていない．

そこで本研究では，弾性需要型DUE配分問題に対して，収束が保証され，大規模ネットワークへも適用可能な効率的アルゴリズムを提案する．具体的には，まず，弾性需要型のDUE配分問題が非線型相補性問題（NCP : Nonlinear Complementarity Problem）として定式化できることを示す．次に，NCPに対する大域収束的Newton法に基づいた効率的アルゴリズムを示す．

2．弾性需要型の動的利用者均衡配分

(1) ネットワークの定義

本研究で扱うモデルはノード集合 N とリンク集合 L からなるネットワーク上で定義されている（以後，集合の要素数はNの下付きでN_L N_N のように表現する）．その接続関係は，起点に対応する行を除いた $(N_N-1)\times N_L$ のリンク・ノード接続行列 $\mathbf{A}$ によって表現される．本稿では，ODペアは一起点・多終点構造を仮定し，終点ノードの集合を D と書く．する．なお，本稿では，紙面の制約により，起点を除く全ノードが D である場合についてのみ述べる．

ネットワークを構成するリンクの通過･渋滞の表現には，First-In-First-Out 原則と Point Queue 概念に基づいたモデルを採用する．

(2) 利用者行動モデル

本研究は，ODペアと到着希望時刻が与えられた利用者が，出発時刻と経路を同時に選択する状況を扱う．利用者は，希望到着時刻と実際の到着時刻とのズレおよび移動所要時間から不効用を感じる．利用者はその不効用が最小となるように選択を行うと仮定する．

その具体的なモデルについては，不効用関数や希望到着時刻の条件に応じて様々なバリエーションがあり得る．本稿では，これらの条件が全利用者を通じて完全に均質な場合（"基本モデル"）と不均質な場合（"一般モデル"）の２つのケースを取り扱う．

(3) 動的利用者均衡配分

本研究では，ネットワークフローはDUE状態に達していると仮定する．ここで，DUE状態とは，どの時刻においても，どの利用者も自分だけが選択を変更しても自分の経験する不効用を改善できない状態である[1),2)]．

3．定式化

(1) 基本モデル

基本モデルでは，利用者の不効用関数は同一で，終点 i 毎に同一の希望到着時刻 t_i を持つ均一な利用者集団を扱う．起点を時刻 s に出発し終点が i の利用者の不効用は以下の線形関数で表現されると仮定する：

$$V_i(s) \equiv a_1\{\tau_i(s)-s\}+a_2\{t_i-\tau_i(s)\} \qquad (3.1)$$

ここで，$\tau_i(s)$ は起点を時刻 s に出発した利用者がノード i へ最も早く到着できる時刻，a_1, a_2 はパラメータ．

DUE状態は，出発時刻別に定義された各種変数（eg. 上記の $V_i(s)$，$\tau_i(s)$）を用いると，以下の a)～d)の条件が同時に成立した状態として定式化される：

---

* Keywords:発生交通，配分交通，経路選択，ネットワーク交通流
** 正会員 工博 豊橋技術科学大学知識情報工学系
(〒441 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1)
*** 学生会員 豊橋技術科学大学知識情報工学専攻

a) 出発時刻選択の均衡条件

DUE 状態では，どの利用者も，出発時刻を変更しても自分の不効用を改善できない．この条件は，以下の相補性条件として表現できる：

$$\begin{cases} \mathbf{q}(s)\cdot(\mathbf{V}(s)-\boldsymbol{\rho})=0 \\ \qquad \mathbf{V}(s)-\boldsymbol{\rho}\geq \mathbf{0},\ \mathbf{q}(s)\geq \mathbf{0} \end{cases} \quad \forall s\in S \quad (3.2)$$

ここで，$\mathbf{q}(s)$,$\mathbf{V}(s)$,$\boldsymbol{\rho}$ は，各々，ノードiにおける吸収交通流率 $q_i(s)$，出発時刻sでの不効用 $V_i(s)$，均衡不効用 ρ_i を要素に持つベクトル，S は選択可能な出発時間帯で$[s_o, s_e]$とする．

b) 経路選択の均衡条件

DUE 状態では，どの利用者も，経路を変更しても自分の不効用を改善できない．これは，最適な出発時刻sのもとでは，経路の変更によって所要時間を改善できないことを意味する．従って，この条件は，以下の相補性条件として表現できる [1),2)]：

$$\begin{cases} \mathbf{y}(s)\cdot(\mathbf{c}(s)+\mathbf{A}^T\boldsymbol{\tau}(s))=0 \\ \qquad \mathbf{c}(s)+\mathbf{A}^T\boldsymbol{\tau}(s)\geq \mathbf{0},\ \mathbf{y}\geq \mathbf{0} \end{cases} \quad \forall s\in S \quad (3.3)$$

ここで，$\mathbf{c}(s)$,$\boldsymbol{\tau}(s)$,$\mathbf{y}(s)$は，各々，リンク(i,j)の通過所要時間 $c_{ij}(s)$，ノードiに対する最早到着時刻$\tau_i(s)$，リンク(i, j)の出発時刻sに関する流入交通流率 $y_{ij}(s)$を要素に持つベクトルである．

c) 物理的条件

各リンクでのFIFO原則と各ノードでの交通量保存則からなる物理的条件は，以下の表現に帰着する [1),2)]．

$$\mathbf{A}\,\mathbf{y}(s)+\mathbf{q}(s)=0 \qquad \forall s\in S \quad (3.4)$$

Point Queue モデルに基づくリンク所要時間の変化率は，待ち行列が存在しないなら 0 であるが，そうでない場合，DUE 状態では，

$$\dot{\mathbf{c}}(s)=\mathbf{M}^{-1}\mathbf{y}(s)-\mathbf{A}_{+}\dot{\boldsymbol{\tau}}(s), \qquad \forall s\in S \quad (3.5)$$

と表現できる [1),2)]．ここで，$\mathbf{M}$ はリンク(i,j)の交通容量 μ_{ij} を対角要素に持つ行列，$\mathbf{A}_{+}$は $\mathbf{A}$ の－1 要素を 0 とした行列，$\dot{\mathbf{c}}(s)$,$\dot{\boldsymbol{\tau}}(s)$ は各々 $dc_{ij}/ds, d\tau_i(t)/ds$ を要素に持つベクトルである．従って，リンク所要時間 $\mathbf{c}(s)$，は $\mathbf{y}(s)$と$\boldsymbol{\tau}(t)$ $(t\leq s)$ の関数として表現される．

d) 総交通量保存条件

各終点 i への総交通量は Q_i は与件である．従って，OD 交通流率は，以下の保存則を満たさねばならない：

$$\int_{s_o}^{s_e}\mathbf{q}(\omega)\,d\omega=\mathbf{Q} \quad (3.6)$$

ここで $\mathbf{Q}$ は Q_i を要素に持つベクトルである．

(2) 一般モデル

一般モデルでは，利用者間で異なる希望到着時刻と効用関数が与えられた異質な利用者集団を取り扱う．前者の異質性については，終点i毎に希望到着時刻tの分布関数 $Q_i(t)$ が与えられているものとする．後者については，終点iへの希望到着時刻がtの利用者が時刻sに出発したときの効用 $U_i(s,t)$ が，

$$U_i(s,t)\equiv V\big(\tau_i(s),s,t\big)+\varepsilon_i(s,t) \quad (3.7)$$

と表現されると仮定する．ここで，Vは利用者によらず（$\tau_i(s)$, s, t が同一であれば）共通に決まる効用（線形関数に限定はしない），ε は各利用者固有の効用である．εが i.i.d. Gumbell 分布に従うと仮定すれば，ランダム効用理論により，時刻sに出発し，希望到着時刻tをもつ利用者の OD 交通流率は，次式で与えられる：

$$q_i(s,t)=Q_i(t)\frac{\exp[-\theta V_i(s,t)]}{\int_{s0}^{s1}\exp[-\theta V_i(\omega,t)]\,d\omega}$$
$$\forall t\in W_i,\ \ \forall s\in S \quad (3.8)$$

ここで W_iは終点iの利用者の希望到着時間帯で$[t_o, t_e]$．

式(3.8)は，基本モデルにおける条件 a), d) に相当する．経路選択，ネットワーク・フローに関する条件 b), c) については，基本モデルと一般モデルは，ほぼ同一である．ただし，一般モデルにおいては OD 交通流率が異なる希望到着時刻別に $q_i(s,t)$ として与えられる．これは，基本モデルにおける $q_i(s)$と以下の関係にある：

$$\int_{t_o}^{t_e}q_i(s,\omega)\,d\omega=q_i(s) \quad (3.9)$$

4. 等価な非線型相補性問題

本章では，前章で定式化された問題を，均衡問題全般に対するより一般的な数学的枠組である NCP：

$$\textit{Find}\ \mathbf{X}\ \textit{such that}\quad \mathbf{X}\cdot\mathbf{F}(\mathbf{X})=0,\ \mathbf{X}\geqq\mathbf{0},\ \mathbf{F}(\mathbf{X})\geqq\mathbf{0},$$

として表現する．これにより，収束の保証されたアルゴリズムをシステマティックに開発することが可能となる．なお，本稿では，数学的煩雑さを避けるため，離散系時刻の場合（s=0,1,2,...）の解析のみを示す．

(1) 基本モデル

基本モデルは，未知変数ベクトル $\mathbf{X}\equiv[\mathbf{y},\ \mathbf{q},\ \boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\rho}]$ に対して以下の写像 $\mathbf{F}(\mathbf{X})$を持つ NCP と等価である [2)]．

$$
\mathbf{F(X)} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Delta^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_D & \mathbf{E}_S{}^T \\ -\Delta & -\mathbf{I}_D & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{E}_S & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{q} \\ \boldsymbol{\tau} \\ \boldsymbol{\rho} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau}) \\ \mathbf{e} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (4.1)
$$

ここで，$\mathbf{y}, \mathbf{q}, \boldsymbol{\tau}$ は，各々，出発時刻 s 別のベクトル $\mathbf{y}(s)$, $\mathbf{q}(s)$, $\boldsymbol{\tau}(s)$ を出発時刻順に N_S 個並べた列ベクトルである．また，Δ は対角ブロック要素として $\mathbf{A}$ を持つ $\mathrm{N}_S\mathrm{N}_N \times \mathrm{N}_S\mathrm{N}_L$ 行列，$\mathbf{E}_S$ は N_D 次元単位行列 $\mathbf{I}_D$ を N_S 個並べた行列，$\mathbf{e}$ は $(a_2 t - a_1 s)/(a_1 - a_2)$ を要素に持つベクトル．

(2) 一般モデル

出発時刻選択の均衡条件 (3.7)は，基本モデルにおける均衡不効用に相当する新たな変数 $S(t)$を導入すると，以下の相補性条件として表現できる：

$$
\begin{cases} q_i(s,t)\cdot(V_i(s,t) + \ln q_i(s,t) - S_i(t)) = 0 \\ \qquad V_i(s,t) + \ln q_i(s,t) - S_i(t) \ge 0,\ q_i(s,t) \ge 0 \end{cases}
$$
$$
\forall s \in S,\ \forall t \in W_i \quad (4.2)
$$

$$
\sum_{s \in S} q_i(s',t)\,ds = Q_{t_d} \qquad \forall t \in W_i \quad (4.3)
$$

この事実を利用すると一般モデルは，未知変数ベクトル $\mathbf{X} \equiv [\mathbf{y}, \mathbf{q}, \boldsymbol{\tau}, \rho]$ に対して以下の写像 $\mathbf{F(X)}$を持つNCPと等価であることが容易に証明できる（証明は省略）：

$$
\mathbf{F(X)} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Delta^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{E}_{S2}{}^T \\ -\Delta & -\mathbf{E}_D & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{S2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{q} \\ \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{S} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau}) \\ \mathbf{V}(\boldsymbol{\tau},\mathbf{q}) \\ \mathbf{0} \\ -\mathbf{Q}_W \end{bmatrix} \quad (4.4)
$$

ここで，$\mathbf{V}(\boldsymbol{\tau},\mathbf{q})$ は関数$V_i(\tau_i(s),s,t) + \ln q_i(s,t)/\theta$ を要素に持つベクトル，$\mathbf{E}_D$は単位行列 $\mathbf{I}_{SD}$ を N_W 個並べた行列，$\mathbf{E}_{S2}$ は対角ブロック要素に $\mathbf{E}_S$を N_W 個並べた行列，$\mathbf{E}_W$ は単位行列 $\mathbf{I}_D$ を N_Wだけ並べた行列，$\mathbf{Q}_W$ は目的時刻毎の総交通量を要素に持つベクトルを示す．

5. アルゴリズム

本章では，NCP として定式化された弾性需要型の DUE 配分を解く方法として，大域収束的 Newton 法に基づいたアルゴリズムを提案する．一般的な NCP に対する大域収束的 Newton 法は，広いクラスの写像 $\mathbf{F(X)}$ に対して大域的収束が保証され，解への収束が極めて高速（指数関数的）であるという特徴がある．

大域収束的 Newton 法は，適当な初期値決定の後，(a) 改訂ベクトル決定，(b) 解の改訂，(c) 収束判定；を繰り返す収束計算法である（詳細については，固定需要型 DUE 配分に対する応用例[3),4)] 等を参照）．第 $n+1$ 回目繰り返しでの Step (a)の概略は，以下の通りである（ここで，$\mathbf{X}^{(n)}$は n 回目繰り返しで既に得られた解である）：

i) 変数分割集合の設定：NCP の解の非ゼロ要素に対応した変数集合 β と残りの変数集合 α に対応して $\mathbf{X}$ を $\mathbf{X}_\alpha, \mathbf{X}_\beta$に分割

ii) $\mathbf{X}_\beta$に対して以下の線形連立方程式を解く：

$$
\nabla_\beta \mathbf{F}_\beta(\mathbf{X}^{(n)})\mathbf{d}_\beta^{(n+1)} = -\mathbf{F}_\beta(\mathbf{X}^{(n)}) \quad (5.1)
$$

iii) 改訂ベクトルの設定：$\mathbf{d}^{(n+1)} = (-\mathbf{X}_\alpha^{(n)}, \mathbf{d}_\beta^{(n+1)})$

ここで，変数分割集合の設定は Facchinei and Soares (1995)が提案した近似基準[6)]を採用する．また，Step (b), (c) ではNCP に対する merit 関数[5)]を用いた一次元探索を行うことによって，解の大域収束性を強化している．

この方法は，その構造・手順は比較的単純である．しかし，これを弾性需要型 DUE 配分に対して機械的に適用することは，ほとんど不可能である．なぜなら，弾性需要型 DUE 配分では，式(5.1) に対応する連立方程式が，取り扱い不能な大規模問題となってしまうからである．例えば，一般モデルを 100 リンク程度の小規模ネットワークで時間帯（出発時刻 s，到着時刻 t の両方）を 100 分割で解く場合を考えてみよう．このとき，左辺の係数行列(Jacobian)の要素数は 10^{12} オーダーとなり，通常の計算機環境では処理不可能である．

そこで本研究では，DUE 配分問題の持つ構造上の特徴を活用することによって，方程式(5.1)を少ない記憶容量と計算の手間で解く方法を開発する．なお以降では，$\mathbf{F(X)}$および $\mathbf{d}$ の各々について，$(\mathbf{y}, \mathbf{q}, \boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\rho})$ に対応する要素ベクトルを $(\mathbf{F}^y, \mathbf{F}^q, \mathbf{F}^\tau, \mathbf{F}^\rho)$，$(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\boldsymbol{\tau}}, \hat{\mathbf{q}}, \hat{\boldsymbol{\rho}})$ と書く．

(1) 基本モデル

基本モデルでは，式(5.1)に対応する（i.e.各繰返しで解く）連立方程式は，(3.6)に対応する行を除いて，以下のように出発時刻 s ごとに分解できる：

$$
\begin{bmatrix} \mathbf{M}\,\hat{\mathbf{y}}(s) + \mathbf{A}_-^T\,\hat{\boldsymbol{\tau}}(s) \\ \hat{\boldsymbol{\tau}}(s) - \hat{\boldsymbol{\rho}} \\ \mathbf{A}\,\hat{\mathbf{y}}(s) + \hat{\mathbf{q}}(s) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{F}^y(s) \\ \mathbf{F}^q(s) \\ \mathbf{F}^\tau(s) \end{bmatrix} \quad \forall s \in \mathrm{S}
$$

$$
\sum_{s \in S} \hat{\mathbf{q}}(s') = -\mathbf{F}^\rho \quad (5.3)
$$

ここで，$\mathbf{M}$ はリンク最大容量を要素に持つ対角行列，$\mathbf{A}_-$は $\mathbf{A}$ の＋１要素を０とした行列である．また，式(5.3)の右辺は，前の繰返しで得られた解を写像 $\mathbf{F(X)}$に代入して得られる定数ベクトルである．

式(5.3)は，$(\hat{\mathbf{y}}(s), \hat{\boldsymbol{\tau}}(s), \hat{\mathbf{q}}(s))$ を容易に消去可能であり，結局，$\hat{\boldsymbol{\rho}}$ のみに関する次の方程式に帰着する：

$$[\mathbf{AM}^{-1}\mathbf{A}_{-}^{T}]\ \hat{\boldsymbol{\rho}} = \mathbf{G}_0, \tag{5.4}$$

ここで，$\mathbf{G}_0$ は $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ の要素の簡単な線形式から求められる定数ベクトルである．

方程式(5.4)の未知変数はわずか N_D 個であり，また，その係数行列は非常に疎である．従って，Gauss-Seidel法等の収束的解法を適用すれば，極めて少ない記憶容量と計算量で解ける．具体的には，Gauss-Seidel 法における $m+1$ 回目 *iteration* での解の改訂式は，

$$\hat{\rho}_i^{(m+1)} := (b_i + \sum_{k<i} \mu_{ik} \hat{\rho}_i^{(m+1)} + \sum_{k>i} \mu_{ik} \hat{\rho}_i^{(m)}) / \sum_k \mu_{ki}$$

となる（b_i は $\mathbf{F}(\mathbf{X})$の要素の簡単な線形式として計算できる定数）．この式で注目すべきは，各 *iteration* での和演算は，ノード i からの流出リンクに対してのみ行えば良い点である（リンクの選び出し操作は，適当なデータ構造を活用すれば，ほとんど計算の手間を要しない）．従って，全ノードでの $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ の改訂のために，わずか N_L 回の和演算を行うだけで良いことがわかる．

このようにして $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ が求められれば，改訂ベクトルの他の成分 $(\hat{\mathbf{y}}(s), \hat{\boldsymbol{\tau}}(s), \hat{\mathbf{q}}(s))$は，以下のような極めて簡単な式によって順次求めることができる：

$$\hat{\tau}_i(s) = (\hat{\rho}_i - F_i^q(s))/(a_1 - a_2) \qquad \forall i \in N$$

$$\hat{y}_{ij}(s) = \mu_{ij} \cdot (\hat{\tau}_i(s) - F_{ij}^y(s)) \qquad \forall (i,j) \in L$$

$$\hat{q}_i(s) = \sum_k \hat{y}_{ki}(s) - \sum_k \hat{y}_{ik}(s) + F_i^\tau(s) \quad \forall i \in N$$

(2) 一般モデル

一般モデルでは，式(5.1)に対応する連立方程式は変数変換により，以下のように与えられる：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}\,\hat{\mathbf{y}}(s) + \mathbf{A}_{-}^{T}\hat{\boldsymbol{\tau}}(s) \\ \mathbf{D}(s,t)\hat{\boldsymbol{\tau}}(s) - \mathbf{J}(s,t)\hat{\mathbf{S}}(t) + \hat{\mathbf{q}}(s,t) \\ \mathbf{A}\,\hat{\mathbf{y}}(s) + \sum_t \hat{\mathbf{q}}(s,t) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{F}^y(s) \\ \mathbf{F}^J(s,t) \\ \mathbf{F}^\tau(s) \end{bmatrix}$$

$$\sum_{s' \in S} \hat{\mathbf{q}}(s') = -\mathbf{F}^\rho \qquad \forall t \in W, \forall s \in \mathrm{S} \tag{5.5}$$

ここで，$\mathbf{J}(s,t)$, $\mathbf{D}(s,t)$は，各々，$\theta q_i(s,t)$, $\theta q_i(s,t)\, df(\tau_i, s,t)/d\tau_i$ を要素に持つ対角行列，$\mathbf{F}^J(s,t) \equiv \mathbf{J}(s,t)\mathbf{F}^q(s,t)$とする（これらはすべて定数）．

方程式(5.5)は，変数を消去すると，$\hat{\boldsymbol{\tau}}$ に関する次の連立方程式に帰着する：

$$(\mathbf{K} - \mathbf{JC}^{-1}\mathbf{D}^T)\hat{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{G}_1 \tag{5.6}$$

ここで，$\mathbf{K}$ は第 s 対角ブロックに $\mathbf{AM}^{-1}\mathbf{A}_{-}^{T} + \Sigma_t \mathbf{D}(s,t)$を持つ行列，$\mathbf{C}$ は第 t 対角ブロックに $\Sigma_s \mathbf{D}(s,t)$ を持つ行列，$\mathbf{J}$ は s 行 t 列ブロック要素に $\mathbf{J}(s,t)$を持つ行列，$\mathbf{D}$ は s 行 t 列ブロック要素に $\mathbf{D}(s,t)$を持つ行列，$\mathbf{G}_1$ は $\mathbf{F}(\mathbf{X})$の要素とモデルのパラメータから簡単に求められるベクトル（すべて定数）で表される．

式(5.6)の係数行列は極めて扱いやすい構造を持っている：行列 $\mathbf{J}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ はブロック要素は対角行列に過ぎない；$\mathbf{K}$ のブロック要素は基本モデルと同様に極めて疎な行列である．従って，方程式(5.6)は適切なデータ構造を用いれば，わずかな計算量で値を評価できるため，Gauss-Seidel 法の適用によって効率的に解ける．

このようにして $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ が求められれば，改訂ベクトルの他の成分は，次のように順次計算可能である．

$$\hat{\mathbf{S}}(t) = \mathbf{G}_2(t) - \mathbf{D}(t)^{-1} \sum_{s \in S} \mathbf{D}(s,t)\hat{\boldsymbol{\tau}}(s) \qquad \forall t \in W$$

$$\hat{\mathbf{q}}(s,t) = \mathbf{J}(s,t)\hat{\mathbf{S}}(t) - \mathbf{D}(s,t)\hat{\boldsymbol{\tau}}(s) + \mathbf{F}^J(s) \qquad \forall t \in W, \forall s \in S$$

$$\hat{\mathbf{y}}(s) = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{A}_{-}^{T}\hat{\boldsymbol{\tau}}(s) - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}^y(s) \qquad \forall s \in S$$

ここで，$\mathbf{D}(t) \equiv \Sigma_s \mathbf{D}(s,t)$，$\mathbf{G}_2(t)$は $\mathbf{F}(\mathbf{X})$の要素とモデルのパラメータから簡単に求められる定数ベクトルである．

6．おわりに

本稿では，利用者が出発時刻と経路選択を同時に行う弾性需要型の DUE 配分問題を効率的に解くアルゴリズムを提案した．このアルゴリズムでは，必要な記憶容量，各繰り返しにおける計算の手間は極めて少ない．また，実際に数値実験を行った結果，収束も極めて早く効率的に均衡解を得ることができた．その実験結果については，紙面の制約により本稿では述べられないが，講演会において報告したい．

参考文献

1) 赤松隆・桑原雅夫，"渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分"，土木学会論文集 488, pp.21-30, 1994.
2) 赤松隆，"交通流の予測・誘導・制御と動的なネットワーク配分理論"，土木計画学研究・論文集 No13,pp23-48,1996.
3) 赤松隆・高松望，"動的な利用者均衡配分の効率的解法"，土木計画学研究・講演集 No19, pp.548-552, 1996.
4) 赤松隆・大石直史・高松望 "動的利用者均衡配分の数値解法の比較実験"，土木計画学研究・講演集 No20, pp287-290, 1997.
5) A.Fisher, "A Special Newton-type Optimization Method" *Optimization* **24**, pp. 269-284, 1992.
6) F.Facchinei and J.Soares, "Testing a New Class of Algorithms for Non-linear Complementarity Problems" in *Variational Inequalities and Network Equilibrium Problems* (Ed.F.Giannessi),Plunum, 1995.