【土木計画学研究・講演集　No.21(2)　1998年11月】

防災投資による非可逆的リスクの軽減効果の経済便益評価*

THE ECONOMIC BENEFITS OF IRREVERSIBLE RISK REDUCTION BY DISASTER PREVENTION INVESTMENT *

横松宗太**・小林潔司***
by Muneta YOKOMATSU** and Kiyoshi KOBAYASHI***

1. はじめに

人命の損失に代表されるように、一度事象が生起すれば元の状態に戻ることが不可能となるようなリスクは非可逆的リスクと呼ばれる。地震等の災害や原子力発電の事故のような、非可逆的なリスク軽減効果の計測には物的被害等の可逆的な被害とは異なるアプローチが必要である。

個人は災害等の外的な要因がもたらす非可逆的なリスクと同時に個人的・生理的な要因による人命の損失といった非可逆的リスクに直面している。個人的リスクは年齢や個人特性によって多様に異なり、また個人がその生起を行動を通じてある程度制御することも可能である。これに対して災害等のリスクは、部分的に制御可能な部分もあるものの、基本的には個人にとって与件である。また時間を通じて常に存在しており、行動のあらゆる局面に介在している。いわば、個人行動にとってback-ground risk（以下、基盤リスクと呼ぶ）を形成している。したがって、防災投資による基盤リスクの軽減は、将来効用に対する主観的な割引率、人命の損失に対する保険行動、長期にわたる消費行動に影響を及ぼすことになる。

さらに、防災投資の便益評価を行う場合、災害による被害が最終的に誰に帰属するという問題を避けて通ることができない。災害により生じる被害に対して保険契約を結ぶことが可能かどうかは極めて重要な問題である。保険可能性は、被保険者の生涯を通じた保険行動や資産形成行動に影響を及ぼし、結果的に防災投資の経済便益にも影響を及ぼすことになる。すなわち災害リスクの回避便益の計測が異なってくる。そこで本研究では、災害保険の利用可能性が防災投資便益に及ぼす影響を計量化しうるような分析枠組みを提案する。

本研究では個人的・生理的リスクと災害リスクという２種類の非可逆的リスクに直面している個人の長期的な消費行動モデルを定式化するとともに、防災投資による災害リスクの軽減が個人の長期行動に及ぼす影響を分析する。さらに、防災投資による災害リスクの軽減の経済効果を計測するための方法論を提案することとする。

2. 個人行動のモデル化

(1) モデル化の前提

本研究では、被保険者が遺族に対して遺産を残したい、という利他的動機に基づいた生命保険の購入行動を考慮した動学的最適消費問題をとりあげる。Yaariが先鞭を付けた伝統的な利他的動機を有する最適保険行動モデル[2)]に対して拡張を試みる。まず、本研究では時間に依存した個人リスクと、個人属性に依存せず完全な基盤リスクである災害リスクを同時に取り扱うこととする。防災投資は基盤リスクを直接的に制御し、リスクの変化を通じて間接的に個人の最適消費、保険行動を変化させる。さらに、個人リスクと災害リスクの双方に対する保険を考慮する。現時点では災害リスクの完全な分散方法は制度的に確立していないが、国際的再保険市場が発展すれば災害保険市場の整備も進むであろう。しかし、大規模災害に対しては再保険市場を通じてもリスクの完全な分散は不可能であることが予想される。本研究では、災害保険の料率には集団リスクに対するプレミアムが加算されるとする。

(2) 死亡事象の到着

ある代表的な個人の生涯を考えよう。現在時点$t=0$を起点とする時間軸を考える。時刻tは年齢を表し

*キーワーズ：防災計画、費用便益分析、非可逆的リスク
**学生員　京都大学大学院工学研究科修士課程土木工学専攻
（〒606-8501 京都市左京区吉田本町　TEL・FAX 075-753-5073）
***正員　工博　京都大学大学院工学研究科土木工学専攻
（〒606-8501 京都市左京区吉田本町　TEL・FAX 075-753-5071）

ており、時間軸上のある区間$[0,T]$に着目する。ここに、Tは考えられる生命の長さの上限値である。当該の個人に対して、1）生理的・個人的要因による死亡、および2）災害等による死亡という2種類の死亡事象が到着する。以下、前者を個人リスクによる死亡事象、後者を基盤リスクによる死亡事象と呼ぶこととする。政府は防災投資等を通じて基盤リスクによる死亡事象の到着を制御すると考える。個人的リスクによる死亡事象の到着は外生的であり、時刻に関して連続な到着率$\delta(t)$を持つポワソン確率過程に従うと仮定する。換言すれば、個人リスクによる死亡事象の到着は時刻（年齢）tに依存している。いま、ある時刻$[t,t+\Delta t]$において個人リスクによる死亡事象が到着する確率をハザードモデルを用いて

$$\delta(t)dt=\frac{\psi(t)dt}{1-\Psi(t)} \tag{1}$$

と表す。ここに、$\Psi(t)$は時刻tまでに死亡する確率、$\psi(t)$はその確率密度関数である。一方、基盤リスクによる死亡事象の到着率は時刻を通じて一定である。同様に基盤リスクに関しては、

$$\mu(x)dt=\frac{\phi(t,x)dt}{1-\Phi(t,x)} \tag{2}$$

xは防災投資水準を表し、その効果は$d\mu/dx<0$及び$d^2\mu/dx^2>0$を満足すると仮定する。つぎに、式(1), (2)で$\psi(t)=d\Psi(t)/dt, \phi(t,x)=d\Phi(t,x)/dt$となることに留意すれば、確率微分方程式

$$\dot{\Psi}(t)=\{1-\Psi(t)\}\delta(t) \tag{3}$$

$$\dot{\Phi}(t,x)=\{1-\Phi(t,x)\}\mu(x) \tag{4}$$

を得る。微分方程式を解くことにより、

$$1-\Psi(t)=\exp\left(-\int_0^t\delta(t)dt\right) \tag{5}$$

$$1-\Phi(t,x)=\exp(-\mu(x)t) \tag{6}$$

を得る。個人リスク・基盤リスクによる死亡事象が互いに独立に生起すると考えれば、防災投資水準xの下で家計が時刻tで生存している確率$\Pi(t,x)$は

$$\begin{aligned}\Pi(t,x)&=\{1-\Psi(t)\}\{1-\Phi(t,x)\}\\&=\exp\left\{-\int_0^t\nu(t,x)dt\right\}\end{aligned} \tag{7}$$

と表せる。ただし、$\nu(t,x)=\delta(t)+\mu(x)$である。時刻$t$まで生存し、かつ期間$[t,t+\Delta t]$に個人リスクで死亡する確率$\pi_1(t,x)dt$、基盤リスクで死亡する確率$\pi_2(t,x)dt$はそれぞれ次式のようになる。

$$\pi_1(t,x)dt=\delta(t)\Pi(t,x)dt \tag{8}$$

$$\pi_2(t,x)dt=\mu(x)\Pi(t,x)dt \tag{9}$$

人生の最大長Tは外生的に与えられ$\delta(t)$は次式を満足すると仮定する。

$$\begin{aligned}&\textstyle\int_0^t\delta(t)dt<\infty \quad t\in[0,T)\\&\textstyle\lim_{t\to T}\int_0^t\delta(t)dt=\infty\end{aligned} \tag{10}$$

(3) 個人行動の定式化

ある個人の時刻$t\in[0,T]$における瞬間的効用関数を合成財の消費量$c(t)$の関数$u(c(t))$により表す。ただし、$du(\cdot)/dc(t)>0,\ d^2u(\cdot)/dc(t)^2<0$を仮定する。個人は遺族に遺産を残すことにより利他的効用を獲得する。個人が時刻tに死亡した場合、遺族は個人が蓄積した富と保険金の和で表される遺産を受け取る。個人的要因による死亡に対する保険金を$s(t)$、災害による死亡に対する保険金を$z(t)$と表す。この時、個人が時刻tに個人リスク、基盤リスクにより死亡した場合、遺族が受け取る遺産額はそれぞれ、

$$b_1(t)=w(t)+s(t) \tag{11}$$

$$b_2(t)=w(t)+z(t) \tag{12}$$

で表される。そして利他的効用関数を$v(b_i(t),t)\ (i=1,2)$と表す。ただし、$\partial v(\cdot)/\partial b_i(t)>0,\ \partial^2 v(\cdot)/\partial b_i(t)^2<0$を仮定する。Yaariの仮定[2)]より、「制度的な理由から人々は原則として負債を抱えて死ぬことはできない」と考え、$b_i(t)$の非負条件$b_i(t)\geq 0$を課する。しかし、非負の遺産制約は非負の生命保険需要を意味しない。十分に強い遺産動機を持つ人々は生命保険を購入するが、遺産動機が弱い人は資産$w(t)$を担保にして年金を購入する。個人リスクによる死亡事象は各個人ごとに独立に到着する。個人リスクに関しては完全競争的な保険市場が成立しており、保険会社の利潤がゼロとなる水準に保険料$p(t)$が決定される。生命保険が瞬間的な掛け捨て保険であると考えれば

$$p(t)=\delta(t)s(t) \tag{13}$$

が成立する。一方、基盤リスクに関しては国際的な再保険市場を通じてもリスクを完全に分散できず、災害保険料$q(t)$は市場が評価した基盤リスクに対するリスクプレミアム分をマークアップした水準

$$q(t)=\mu(x)\theta z(t) \tag{14}$$

に決定される。θは基盤リスクに対するマークアップ率であり、$\theta\geq 1$を満足する。基盤リスクが市中で完全に分散できる場合、$\theta=1$が成立する。マークアップ率は外生的に与えられると考える。個人が保有する資産$w(t)$は安全資産として蓄積され、その変化は

$$\dot{w}(t)=r(t)w(t)+y(t)-c(t)-p(t)-q(t) \tag{15}$$

$= r(t)w(t) + y(t) - c(t) - \delta(t)s(t) - \mu(x)\theta z(t)$

によって規定される。ここに、$\dot{w} = dw/dt$ を表す。以下、記号$\cdot$は時刻tに関する全微分を意味する。また、$r(t)$ は資産 $w(t)$ の収益率、$y(t)$ は勤労所得（外生変数）、$c(t)$ は消費支出額である。また、初期時点での富を $w(0) = w_0$ と表す。

いま、時刻τにリスクi $(i = 1, 2)$ による死亡事象が到達し、遺族が遺産 $b_i(t)$ を受け取る場合、この家計が獲得できる生涯効用の現在価値 $W_i(0:\tau)$ は

$$W_i(0:\tau) = \int_0^\tau u(c(\tau))\exp(-\rho t)dt + v(b_i(\tau),\tau)\exp(-\rho\tau) \tag{16}$$

と表すことができる。ただし、ρは主観的時間選好率である。そして当該の個人の期待生涯効用 EWは

$$EW = \int_0^T \nu(t,x)\{\int_0^\tau u(c(t))\exp(-\rho t)dt\} + [\delta(\tau)v(b_1(\tau),\tau) + \mu(x)v(b_2(\tau),\tau)]\exp(-\rho\tau)d\tau = \int_0^T U(t,x)\exp\{-\eta(t,x)\}dt \tag{17}$$

$U(t,x)$ は一般化された瞬間的効用関数であり、

$$U(t,x) = u(c(t)) + \delta(t)v(b_1(t),t) + \mu(x)v(b_1(t),t) \tag{18}$$

と表される。また、$\eta(t,x) = \rho t + \int_0^t \nu(t,x)dt$ である。家計の時刻tの主観的割引率$\eta(t,x)$ は累積時間選好率ρt と累積死亡率$\int_0^t \nu(t,x)dt$ の和により表される。この時、個人の最適化行動は

$$\max_{s(t),c(t)} \int_0^T U(t,x)\exp\{-\eta(t,x)\}dt \tag{19}$$

subject to

$$\dot{w}(t) = r(t)w(t) + y(t) - c(t) - \delta(t)s(t) - \mu(x)\theta z(t) \tag{20}$$

$$\dot{\eta}(t,x) = \rho + \nu(t,x) \tag{21}$$

$$b_1(t) = w(t) + s(t) \geq 0 \tag{22}$$

$$b_2(t) = w(t) + z(t) \geq 0 \tag{23}$$

$$w(0) = w_0 \tag{24}$$

$$\eta(0,x) = 0 \tag{25}$$

と、自由終端条件を持つ最適制御問題として表現できる。λ_1, λ_2はそれぞれ式(20),(21) に対応する随伴変数とすると、境界条件は$\lambda_1(T) = 0, \lambda_2(T) = 0$である。

(4) 最適化条件

問題(19)-(25) のハミルトニアンを

$$H = U(t,x)\exp\{-\eta(t,x)\} + \lambda_1\{r(t)w(t) + y(t) - c(t) - \delta(t)s(t) + \mu(x)\theta z(t)\} + \lambda_2\{\rho + \nu(t,x)\}$$

と定義する。内点解を仮定して議論をすすめる。ポントリャーギンの最適値原理より、1階の最適条件は式(20)-(25) 及び

$$\frac{\partial H}{\partial c(t)} = \exp\{-\eta(t,x)\}u'(c(t)) - \lambda_1 = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial H}{\partial s(t)} = \delta(t)\frac{\partial v(b_1(t),t)}{\partial b_1(t)}\exp\{-\eta(t,x)\} - \lambda_1\delta(t) = 0 \tag{27}$$

$$\frac{\partial H}{\partial z(t)} = \mu(x)\frac{\partial v(b_2(t),t)}{\partial b_2(t)}\exp\{-\eta(t,x)\} - \lambda_1\mu(x)\theta = 0 \tag{28}$$

$$\dot{\lambda}_1 = -\lambda_1\{r(t) + \delta(t) + \theta\mu(x)\} \tag{29}$$

$$\dot{\lambda}_2 = U(t,x)\exp\{-\eta(t,x)\} \tag{30}$$

を得る。式(26) は各期の最適消費量が消費の期待限界がその期の富の潜在価格と等しくなる水準に、式(27) は最適保険額は遺産に対する期待限界利他的限界効用が期待限界保険料に等しくなるように決定されることを表している。式(29) より直ちに、

$$\lambda_1 = \bar{\lambda}\exp(-\xi(t) - \zeta(t,x)) \tag{31}$$

を得る。ただし、$\xi(t) = \int_0^t r(t)dt$、$\zeta(t,x) = \int_0^t\{\delta(t) + \theta\mu(x)\}dt$、$\bar{\lambda}$は積分定数である。富の潜在価格は時間とともに単調に減少する。また

$$u'(c(t)) = \bar{\lambda}\exp\{-\xi(t) + \rho t + (1-\theta)\mu(x)t\} \tag{32}$$

を得る。式(32) の両辺をtに関して全微分することにより、最適消費経路 $c^*(t)$ は次式に従う。

$$\frac{dc^*}{dt} = \frac{u'(c^*(t))}{u''(c^*(t))}[-r(t) + \rho + \mu(1-\theta)] \tag{33}$$

利他的効用に関しても同様の計算を行える。

$$v_{b_1} = \bar{\lambda}\exp\{-\xi(t) + \rho t + (1-\theta)\mu(x)t\} \tag{34}$$

$$v_{b_2} = \theta\bar{\lambda}\exp\{-\xi(t) + \rho t + (1-\theta)\mu(x)t\} \tag{35}$$

$v_{b_i}(b_i(t),t) = \partial v(b_i(t),t)/\partial b_i(t)$ である。最適遺産行動は次式で表される。

$$\frac{db_i^*}{dt} = \frac{v_{b_i}}{v_{b_ib_i}}[-r(t) + \rho + (1-\theta)\mu(x)] - \frac{v_{b_it}}{v_{b_ib_i}} \tag{36}$$

なお、$v_{b_it} = \partial^2 v(b_i(t),t)/\partial b_i(t)\partial t$、$v_{b_ib_i} = \partial^2 v(b_i(t),t)/\partial b_i(t)^2$である。

3. 最適化行動の特性

個人の最適トラジェクトリーを$c^*(t)$, $b^*(t)$ と表そう。最適値関数

$$W(x,w_0) = \int_0^T \{u(c^*(t)) + \delta(t)v(b_1^*(t),t) + \mu(x)v(b_2^*(t),t)\}\exp\{-\eta(t,x)\}dt \tag{37}$$

を用いて個人の最適期待生涯効用を表す。最適期待生涯効用は防災投資水準x、及び初期富w_0の関数として表現できる。防災投資水準がx_0からx_1に変化し

たとしよう。この時、補償変分は、

$$W(x_1, w_0 - CV) = W(x_0, w_0) \tag{38}$$

を満足するCVとして定義される。プロジェクトがsmallであれば、補償変分は

$$dW = W_{w_0} dCV + W_{x_1} dx = 0 \tag{39}$$

を満足するようなdCVとして与えられる。ただし、$W_{w_0} = \partial W(x_1, w_0)/\partial w_0, W_{x_1} = \partial W(x_1, w_0)/\partial x$であり、それぞれ防災投資後の水準$x_1$で評価した富、及び投資水準の期待限界最適効用を表している。したがって、防災投資$\Delta x = (x_1 - x_0)\ (= -dx)$に対する補償変分は

$$CV = -\frac{W(x_1, w_0)_x}{W(x_1, w_0)_{w_0}} \Delta x \tag{40}$$

と表される。同様に、等価変分は

$$EV = -\frac{W(x_0, w_0)_x}{W(x_0, w_0)_{w_0}} \Delta x \tag{41}$$

と表される。若干の計算により補償変分は

$$CV = \frac{\Delta x}{W_{w_0}} \int_0^T \{[\lambda_1^* \theta z^* - v_2^* \exp(-\eta)] \mu_{x_1} + \eta_{x_1} U^*(t, x_1) \exp(-\eta)\} dt \tag{42}$$

$$W_{w_0} = \int_0^T \bar{\lambda} \{r + \delta(t) + \mu(x_1)\theta\} dt \tag{43}$$

で与えられる（付録１参照）。ここで、$v_2 = v(b_2(t), t)$、$\mu_{x_1} = d\mu/dx|_{x=x_1}$、$\eta_{x_1} = d\eta/dx|_{x=x_1}$を表す。式(42)の分子の第１項は$t$期の潜在価格で評価した災害保険料$\theta z$から災害保険がもたらす期待便益$v_2^* \exp(-\eta)$を差し引いた（主観的）純保険料の変化を表す。第２項は生涯期待効用の変化を表している。したがって補償変分は、分母で表される初期富の生涯期待限界効用で評価した、純生涯期待効用の変化を金銭価値で評価した値となっている。

4. おわりに

本研究では人命の損失に代表されるような非可逆的リスクをとりあげ、防災投資による災害リスクの軽減が個人の長期行動に及ぼす影響を分析した。さらに、防災投資による災害リスクの軽減の経済効果を計測するための方法論を提案した。その結果、防災投資による災害リスクの軽減は、個人の将来効用の主観的割引率に影響を及ぼし、結果的に個人のライフサイクルを通じた消費行動を変化させる。本研究は今後にいくつかの研究課題を残している。第１に、本研究では保険のカバー率を外生的に与えたが、その値は保険市場において内生的に決定されるものである。災害保険市場を対象とした一般均衡モデルの開発が不可欠である。第２に、本研究では一人の代表的個人が最適化行動するモデルを構築したが、災害時には多数の個人が非可逆的リスクに同時に直面することになる。このような集合リスクの回避便益は、個人の支払い意思額の単純な加算和で計測することはできない。集合的リスクを明示的に考慮したような防災投資便益の測定方法を提案することが必要であろう。なお、講演時に数値計算結果を発表する。

付録

A. 費用便益ルールの導出

表記上の簡単化のために状態変数、制御変数を省略する。また、例えばu_xのように関数の添字は当該の変数による偏微分を意味する。$v(b_i(t), t) = v_i$と略記する。最適値関数の定義より

$$W_x = \int_0^T \{u'^* c_x^* + \delta v_1^* b_{1x}^* + \mu_x v_2^* + \mu v_2^* b_{2x}^* - \eta_x [u^* + \delta v_1^* + \mu v_2^*]\} \exp(-\eta) dt$$

を得る。式(26)-(30)を代入すれば、

$$W_x = \int_0^T \{\lambda_1^* [c_x^* + \delta b_{1t}^* + \mu\theta b_{2x}^*] - \eta_x \dot{\lambda}_2^* + \nu_x v_2^* \exp(-\eta)\} dt$$

を得る。ここで、式(20)の両辺をxに関して微分すれば

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dw}{dt}\right) = r w_x - c_x - \delta s_x - \mu\theta z_x - \theta z \mu_x$$

を得る。また、$b_{1x} = w_x + s_x$、$b_{2x} = w_x + z_x$に留意し、上式をc_xに関して整理し最適値関数に代入すれば、

$$W_x = \int_0^T \{\lambda_1 [-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dw^*}{dt}\right) + (r + \delta + \mu\theta) w_x^* - \mu_x \theta z^*] - \eta_x \dot{\lambda}_2^* + \nu_x v^* \exp(-\eta)\} dt$$

を得る。$\lambda_1(T) = 0$とYoungの定理より

$$\int_0^T \lambda_1 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dw}{dt}\right) dt = [\lambda_1 w_x]_0^T - \int_0^T \dot{\lambda}_1 w_x dt = \int_0^T \lambda_1 (r + \delta + \mu\theta) w_x dt$$

したがって次式を得る。

$$W_x = \int_0^T \{[-\lambda_1^* \theta z^* + v_2^* \exp(-\eta)] \mu_x - \eta_x \dot{\lambda}_2^*\} dt$$

一方、

$$W_{w_0} = \int_0^T \{u_c^* c_w^* + \delta v_1^* b_{1w}^* + \mu v_2 b_{2w}^*\} w_{w_0}^* \exp(-\eta) dt$$

式(20)の両辺をwに関して微分すれば

$$r - c_w - \delta s_w - \theta\mu z_w = \frac{\partial}{\partial w_0}\left(\frac{dw}{dt}\right)$$

$b_{1w} = 1 + s_w, b_{2w} = 1 + z_w$。また、$w_{w_0} = \exp(\xi + \zeta)$。したがって、$W_{w_0} = \int_0^T \{\bar{\lambda}(r + \delta + \mu\theta)\} dt$。

参考文献

1) Johansson, P.-O. and Löfgren, K.-G.: Wealth from optimal health, *Journal of Health Economics*, Vol. 14, pp. 65-79, 1995.

2) Yaari, M. E.: Uncertain lifetime, life insurance, and the theory of the consumer, *Review of Economic Studies*, Vol. 32, pp. 137-150, 1965.