【土木計画学研究・講演集　No.21 (1)　1998年11月】

動的なシステム最適状態を達成する制御手法の関する研究
A Study on Traffic Controls for achievement of Dynamic System Optimal Status

熊谷　香太郎*、桑原　雅夫**、吉井　稔雄***
By Kotaro KUMAGAI*, Masao KUWAHARA**, Toshio YOSHII***

1. はじめに

現在、交通需要を適切に管理することによって道路ネットワークを有効に利用しようとする施策に関心が集まっている。例えば、リアルタイムに交通情報を提供することで、道路上を走行する車両の経路を分散させ、渋滞を緩和しようという試みもその一つである。しかし、「どのような制御あるいは管理を行えば、ネットワーク全体を最も有効に利用することができるのか」、あるいは「どのような状況下で全体として最適になるのか」といった点に関して、十分な検討がなされているとは言えない。

本研究は前者の視点に立ち、まず、様々な制御・管理施策の中でランプ流入制御に焦点を当て、制御を行うことで、高速道路を含む道路ネットワーク全体の交通が最適になるに状況に関して考察を行った。次に、道路ネットワーク全体の交通状況を最適にする配分方法である動的システム最適（DSO : Dynamic System Optimal）な状態に関して問題を定式化し、需要コントロールによる DSO 状態の実現に関して考察を行った。

2. 本研究でのランプ流入制御に関する基本的な考え方

既存のランプ流入制御問題に関する研究は、ネットワークの目的関数として、流入交通量、総走行台キロ、総所要時間等を設定し、その最適化をはかる研究と、エキスパートシステム等の AI 的手法を用いて制御の効率化を図るための研究の 2 種類に大別することができる [1]。本研究は最適化のアプローチに基づくものではあるが、最適化に関する既往の研究の多くは、

1)対象範囲

一般街路への影響として、オンランプでの待ち台数を制約条件としている研究もあるが、基本的には「高速道路のみ」を対象としている [1)、3)]。

2)高速道路本線のフロー条件

高速道路の本線は渋滞しないという「本線リンク容量」を制約条件としている [1)~4)]。

3)ドライバの経路選択行動のモデル化

ランプ流入制御の結果、現実には、交通状況に応じてドライバは異なるオンランプを利用するか、一般街路を使うかの選択を行うと考えられるが、この点が明確にモデルに反映されていない [1)~4)]。

といった問題点がある。

これに対して、本研究では、高速道路だけでなく一般街路も対象とし、高速道路本線の渋滞を許容し、さらに、ドライバの経路選択挙動を明示的にモデルに組み込んだ上で、道路ネットワーク全体の交通状況を最適化する流入制御手法の提案を目指すものである。

3. ランプ流入制御の実現可能性

(1)前提条件

本研究では、需要は所与であるとし、ランプ流入制御を実施することで需要の空間的な平滑化を行う。目的関数は、計画時間帯における総走行費用の最小化であり、次式で示される。

$$\min. F = \sum_{i,j,d,t} C_{ij}(t)\,\lambda_{ij}^{d}(t) \qquad \cdots (1)$$

キーワード：ネットワーク交通流、交通制御

*学生員、工修、東京大学生産技術研究所
連絡先：〒106-8558 東京都港区六本木 7-22-1、
TEL 03-3402-6231, FAX 03-3401-6286,
E-mail kotaro@nishi.iis.u-tokyo.ac.jp
**正会員、工修、東京大学生産技術研究所
***正会員、Ph.D.、東京大学生産技術研究所

$C_{ij}(t)$ ： 時刻 t にリンク (i,j) に流入した車両の走行費用

$\lambda_{ij}^{d}(t)$ ： 時刻 t にリンク (i,j) に流入し、終点が d の流率

ドライバは、自らの走行費用を最小化するよう、リンク流入時に終点までの走行費用が最小である経路を、高速道路、一般街路の双方を考慮して動的に変更しながら終点に向かう。これより、本問題は、数理的には上位問題が最適化問題、下位問題が均衡問題の Bilevel 問題である。

ただし、ランプ流入制御とは、ネットワーク中の特定のリンク容量を低下させることであるため、まずは、その効果があると考えられる状況が本当に存在するのか、効果がある状況とは、Braess の Paradox[5] のようにある条件が成立した場合にのみ起こり得るような希な状況なのではないか、といった点に関して検討を行うことが重要であると思われる。以下に、この点に関する考察結果をまとめて述べる。

(2)Point Queue の場合

ランプ流入制御実施前のフローの状態が完全に利用者均衡になっていれば、実施後も、フローの状態は異なっていても利用者均衡は当然実現されるはずである。この場合、特定のリンク容量を低下させる流入制御によって総走行費用すなわち均衡費用が必ず小さくなることを保証することは、一般的には困難である。

しかし、例えば、図 1-1 に示すように、オンランプ間にボトルネックがあり渋滞が発生している状況

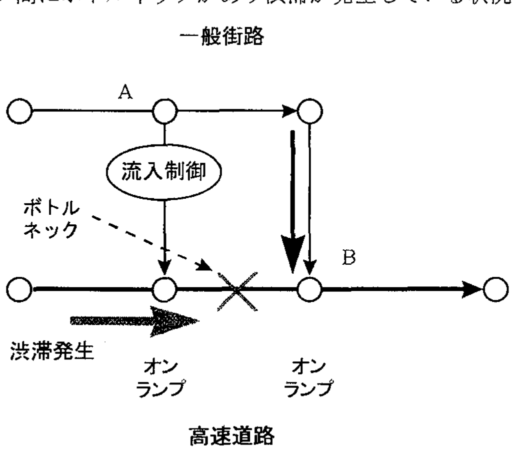

図 1-1　Point Queue の場合に流入制御を実施する例

であれば、地点 A から地点 B への一般街路から高速道路に流入する 2 経路の自由流走行時間の差よりも迂回による渋滞時間の減少の方が大きければ、上流側のオンランプで流入制御を実施し、ボトルネック下流のオンランプから流入させることで総走行費用を最小にすることは可能である。

さらに、現実の交通状況が流入制御実施前のフロー状態が完全な利用者均衡状態になっていない場合には、流入制御を実施することでドライバの不完全情報の状態を補完し、経路選択行動を変化させ、DSO 状態を実現できる可能性があると考えられる。

(3)Physical Queue の場合

図 1-2 に、待ち行列を Physical Queue として扱う場合に流入制御が効果がある例を示す。高速道路本線上にボトルネックがあり渋滞が発生しているとする。また、ボトルネックの上流には、オンランプとオフランプがあるとする。この場合、ボトルネック上流にあるオフランプから流出する交通を阻害しないように、流入制御を実施した方が、流入待ち行列が発生しても総走行費用は小さくなる。すなわち、本線上の渋滞列をオフランプより上流に延伸しないように制御すれば、オフランプから流出するボトルネックを通過する必要のない車両を渋滞に巻き込むことなく処理することができる。

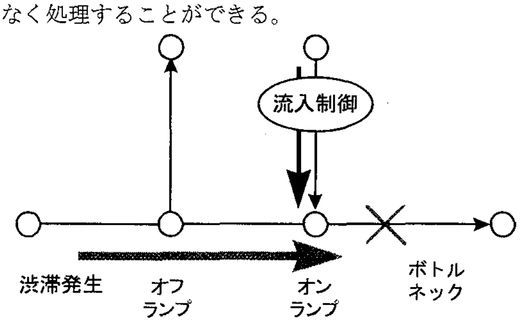

図 1-2　Physical Queue の場合に流入制御を実施する例

4. 需要コントロールによる DSO 状態実現に関する考察

(1)定式化

ランプ流入制御の場合と同様に、リンク変数を用いて定式化を行う。目的関数は総走行費用の最小化

であり、次式で示す。

$$\min.F=\sum_{i,j,t}C_{ij}(t)\lambda_{ij}(t) \qquad \cdots (2\text{-}1)$$

ここで、$C_{ij}(t)$ は式(1)と同じく時刻 t にリンク (i,j) に流入した車両の走行費用であり、$\lambda_{ij}(t)$ は $\lambda_{ij}^{d}(t)$ の終点 d に関する和、

$$\lambda_{ij}(t)=\sum_{d}\lambda_{ij}^{d}(t) \qquad \cdots (2\text{-}2)$$

である。

制約条件は、以下の3条件である。

1)ノードにおけるフロー保存則

$$-\sum_{h}\mu_{hi}^{d}(t)+\sum_{j}\lambda_{ij}^{d}(t)-q^{id}(t)=0 \qquad \cdots (2\text{-}3)$$

$\mu_{ij}^{d}(t)$ ：時刻 t にリンク (i,j) から流出し、終点が d の流率

$q^{id}(t)$ ：起点が i 、終点が d である交通が起点に流入する流率

2)流入率の非負条件

$$\lambda_{ij}^{d}(t)\geq 0 \qquad \cdots (2\text{-}4)$$

3)リンク (i,j) のフロー保存則

$$\lambda_{ij}^{d}(t)\,dt_i=\mu_{ij}^{d}(t+T_{ij}(t))\,dt_j \qquad \cdots (2\text{-}5)$$

$T_{ij}(t)$ ： 時刻 t におけるリンク (i,j) の旅行時間

dt_j ： $[t,t+dt_i]$ にリンク (i,j) に流入した交通がノード j を流出するのに必要な時間

(2)総走行費用最小化のための必要十分条件

式(2-1)〜(2-5)を用いて、次式で示す Lagrange 関数を作成する。

$$\begin{aligned}L=&\sum_{i,j,t}C_{ij}(t)\lambda_{ij}(t)\\&+\sum_{i,d,t}\varepsilon^{id}(t)\left\{-\sum_{h}\mu_{hi}^{d}(t)+\sum_{j}\lambda_{ij}^{d}(t)-q^{id}(t)\right\}\\&+\sum_{i,j,t}\varphi_{ij}(t)\left\{\sum_{d}\lambda_{ij}^{d}(t)-\lambda_{ij}(t)\right\}\\&+\sum_{i,j,d,t}\omega_{ij}^{d}(t)\left\{\lambda_{ij}^{d}(t)\,dt_i-\mu_{ij}^{d}(t+T_{ij}(t))\,dt_j\right\}\end{aligned} \qquad \cdots (2\text{-}6)$$

ここで、$\varepsilon^{id}(t)$ 、$\varphi_{ij}(t)$ 、$\omega_{ij}^{d}(t)$ は Lagrange の未定乗数である。

式(2-1)が最小となるための必要十分条件は、Kuhn- Tucker の定理から、

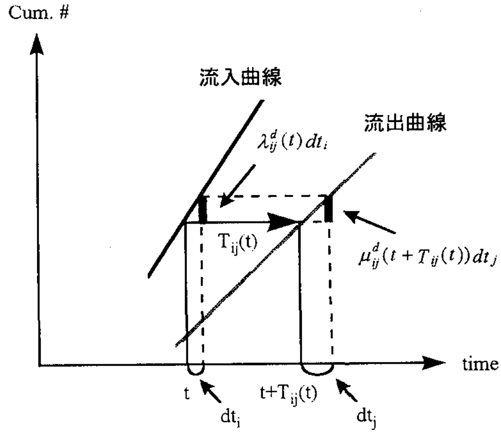

図2　リンク (i,j) でのフロー保存の概念

$$\frac{\partial L}{\partial\lambda_{ij}(t)}=\frac{\partial}{\partial\lambda_{ij}(t)}\sum_{i,j,t}C_{ij}(t)\lambda_{ij}(t)-\varphi_{ij}(t)\quad\to 0 \qquad \cdots (2\text{-}7)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial\lambda_{ij}^{d}(t)}=&\,\varepsilon^{id}(t)-\varepsilon^{jd}(t+T_{ij}(t))\frac{\partial\mu_{ij}^{d}(t+T_{ij}(t))}{\partial\lambda_{ij}^{d}(t)}\\&+\varphi_{ij}(t)+\omega_{ij}^{d}(t)\left\{dt_i-\frac{\partial\mu_{ij}^{d}(t+T_{ij}(t))}{\partial\lambda_{ij}^{d}(t)}dt_j\right\}\\&\to 0\end{aligned} \qquad \cdots (2\text{-}8)$$

である。式(2-7)の右辺の第一項は総走行費用の微分、すなわち､動的配分における Marginal Total Cost を意味し、以下のように展開できる。

$$\begin{aligned}MC_{ij}(t)&=\frac{\partial}{\partial\lambda_{ij}(t)}\sum_{i,j,t}C_{ij}(t)\lambda_{ij}(t)\\&=C_{ij}(t)+\sum_{t'\geq t}\frac{\partial C_{ij}(t')}{\partial\lambda_{ij}(t)}\lambda_{ij}(t')\\&=C_{ij}(t)+\frac{\partial C_{ij}(t)}{\partial\lambda_{ij}(t)}\lambda_{ij}(t)+\sum_{t'>t}\frac{\partial C_{ij}(t')}{\partial\lambda_{ij}(t)}\lambda_{ij}(t')\end{aligned} \qquad \cdots (2\text{-}9)$$

式(2-9)の右辺の第一項と第二項の和である $C_{ij}(t)+\partial C_{ij}(t)/\partial\lambda_{ij}(t)\cdot\lambda_{ij}(t)$ は静的配分における Marginal Total Cost に相当するのに対して、第三項の $\sum_{t'>t}\partial C_{ij}(t')/\partial\lambda_{ij}(t)\cdot\lambda_{ij}(t')$ は、ある時刻の流入需要をコントロールした結果が、その後のすべての時間帯に影響を及ぼすことを表している。すなわち、動的配分の Marginal Total Cost とは、静的配分の Marginal Total Cost に、制御の結果、制御後のすべての時間帯に及んだ影響が加わったものとなる。

式(2-9)を用いて式(2-7)を書き直す。

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_{ij}(t)} = MC_{ij}(t) - \varphi_{ij}(t) \quad \to 0 \qquad \cdots (2\text{-}10)$$

次に、式(2-10)と式(2-8)とを足し合わせ、

$$MC_{ij}(t) + \varepsilon^{id}(t) - \varepsilon^{jd}(t + T_{ij}(t))\frac{\partial \mu_{ij}^{d}(t + T_{ij}(t))}{\partial \lambda_{ij}^{d}(t)} + \omega_{ij}^{d}(t)\left\{dt_i - \frac{\partial \mu_{ij}^{d}(t + T_{ij}(t))}{\partial \lambda_{ij}^{d}(t)}dt_j\right\} \quad \to 0 \qquad \cdots (2\text{-}11)$$

さらに、次式のように変形する。

$$\begin{aligned} &MC_{ij}(t)\lambda_{ij}^{d}(t) + \varepsilon^{id}(t)\lambda_{ij}^{d}(t) \\ &\quad - \varepsilon^{jd}(t + T_{ij}(t))\mu_{ij}^{d}(t + T_{ij}(t)) \\ &\quad + \omega_{ij}^{d}(t)\left\{\lambda_{ij}^{d}(t)\,dt_i - \mu_{ij}^{d}(t + T_{ij}(t))\,dt_j\right\} \quad \to 0 \end{aligned} \qquad \cdots (2\text{-}12)$$

ここで、制約条件の式(2-5)を用いると、

$$\begin{aligned} &MC_{ij}(t)\lambda_{ij}^{d}(t)\,dt_i + \varepsilon^{id}(t)\lambda_{ij}^{d}(t)\,dt_i \\ &\quad - \varepsilon^{jd}(t + T_{ij}(t))\mu_{ij}^{d}(t + T_{ij}(t))\,dt_j \quad \to 0 \end{aligned} \qquad \cdots (2\text{-}13)$$

すなわち、

$$MC_{ij}(t) + \varepsilon^{id}(t) - \varepsilon^{jd}(t + T_{ij}(t)) \quad \to 0 \qquad \cdots (2\text{-}14)$$

が、総走行費用関数が最小となるための必要十分条件である。これより、DSO 状態とは式(2-9)で定義した Marginal Total Cost が均衡した状態であり、需要を式(2-14)を満足するようにコントロールすることが、DSO の必要条件である。

ここで、式(2-14)はリンク変数による表現であり、起点から終点までの経路に沿って足し合わせば、ルート変数による表現となる。

$$\begin{aligned} &MC_r(t) + \varepsilon^{1d}(t) \\ &\quad - \varepsilon^{d-1,d}(t + T_{12}(t) + T_{23}(t + T_{12}(t)) \\ &\quad + T_{34}(t + T_{12}(t) + T_{23}(t + T_{12}(t)) + \ldots) \quad \to 0 \end{aligned} \qquad \cdots (2\text{-}15)$$

式(2-14)と(2-15)を比較すると、リンク変数による定式化の方が、実際に需要をコントロールする場合を想定すると、適用が容易であると思われる。

5. 今後の課題

(1)ランプ流入制御問題に関して

ランプ流入制御問題に関しては、現状は定性的な検討を終えた段階である。今後の課題としては、以下の2点が挙げられる。

(a)問題の定式化と解の性質に関する検討

流入制御問題は数理的には上位問題が最適化問題、下位問題が均衡問題の Bilevel 問題である。需要制御の場合と同様に定式化を行い、解の存在性の確認を行う。ここで、上位問題である DSO 配分問題は非凸最適化問題であるため解の一意性は保証できないが、局所最適解の存在性に関する検討は、解の信頼性および解の探索に対して有用であると思われる。

(b)解法の開発

本研究で提案する理論から導き出される戦略を検証するには、シミュレーションによるヒューリスティックな解の探索を行う必要がある。効率的かつ信頼性のある解法の開発を行う予定である。

(2)需要コントロールに関して

需要コントロールによる DSO 状態の実現に関しては、具体的な解析を通じて理論から導き出された戦略を検証していく予定である。ランプ制御問題と同様、効率的かつ信頼性のある解法の開発を行う。

参考文献

1)飯田恭敬、金陽顕、内田敬、都市高速道路ネットワークに対する動的流入制御モデルの開発、土木計画学研究・論文集 No.12、pp.757-768、1995

2)二反地裕貴、朝倉康夫、柏谷増男、玉木敦、平面街路を考慮した都市高速道路の動的な最適流入制御モデルの数値計算、土木学会第52回年次学術講演会、pp.176-177、1997

3)森地茂、清水哲夫、都市高速道路における新たなリアルタイム流入制御手法に関する研究 ―遺伝的アルゴリズムの適用―、土木計画学研究・論文集 No.13、pp.915-922、1996

4)H. Yang, S. Yagar, Traffic Assignment and Traffic Control in General Freeway-Arterial Corridor Systems, Transportation Research-B Vol.28B No.6, pp.303-314, 1994

5)E. I. Pas, S. L. Principio, Braess' Paradox : Some New Insights, Transportation Research-B Vol. 31 No.3, pp.265-276, 1997

6)赤松隆、交通流の予測・誘導・制御と動的ネットワーク配分理論、土木計画学研究・論文集13、pp.23-48、1996

7)赤松隆、桑原雅夫、渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分―1起点・多終点および多起点・1終点ODペアの場合、土木学会論文集 N.488／IV-23、pp.21-30、1994

8)交通ネットワークの均衡分析 ―最新の理論と解法―、(社) 土木学会、1998