【土木計画学研究・講演集 No.21 (1) 1998年11月】

外部性を考慮した流域水利用システムの自発的形成問題のモデル化*

Modeling the Self Organization of Basin-Wide Water Usage Systems with Externality Considered*

谷本 圭志**，榊原 弘之***，岡田 憲夫****

By Keishi TANIMOTO **, Hiroyuki SAKAKIBARA *** and Norio OKADA ****

1. はじめに

近年，水に対する社会的な要請は高まっており，「量」「質」両面における安定的な供給が求められている．その実現には，流域内の関連主体の連携が不可欠となっており，中でも上流・下流域の協力関係の構築が決定的に重要である．

流域内にどのような協力関係が構築されるかは，協力関係の締結に伴う利得や費用が関係主体の間にどう配分されるかに大きく依存している．従って，配分ルールの設計は協力関係の構築，さらにはその協力によって改善されるであろう社会の厚生水準にも大きな影響を与えると考えられる．

このため，ある配分ルールのもとでどのような提携が形成されるかについて理論的に検討することが一つの重要な課題となる．これは提携の自発的形成問題と呼ばれており，例えば水資源計画の分野では高野 [1]や榊原ら [2]による流域下水道事業を対象とした検討例があるが，内外で未だ研究が緒についたばかりである．特に，これまでは水問題特有の性質である流域内のカスケード性，すなわち上流域での選択行動が下流域に不可避的に影響を及ぼすという「遺漏効果（ある種の外部性）」を明示的に取り扱かっていない．そこで本研究では，流域内での水利用システムを対象にその種の外部性を考慮した自発的な提携形成問題として，ゲーム理論により検討する．

*キーワーズ：水資源計画，環境計画，計画基礎論，費用配分

**正員 鳥取大学工学部社会開発システム工学科
（〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101，Tel 0857-31-5311 Fax 0857-31-0882）
***正員 山口大学工学部社会建設工学科
（〒755-8611 宇部市常盤台2557，Tel 0836-22-9721 Fax 0836-35-9429）
****正員 工博 京都大学防災研究所
（〒611-0011 宇治市五ケ庄，Tel 0774-38-4035 Fax 0774-38-4044）

2. 外部性がある場合のゲーム

(1) 分割関数

ゲーム理論では外部性とは，提携の値（以下では費用とする）がゲーム全体における提携の組まれ方，すなわち提携構造（coalition structure）に依存する性質を指す [3]．例えば，上流域と中流域が下水を高度処理する提携を結んだ場合に，下流域も高度処理の便益に与かることができる状況に相当する．ここで，プレイヤーの集合をNとすると，提携構造は次式の分割B_N（partition）で表現することができる．

$$
\begin{aligned}
B_N &= \{B_1, B_2, ..., B_m\} \qquad (1)\\
&\quad (B_1 \cup B_2 \cup ... \cup B_m = N)\\
&\quad (B_i \cap B_j = \phi, 1 \leq i, j \leq m, i \neq j)
\end{aligned}
$$

分割は任意の部分集合$S(\subset N)$について拡張することができる．また，Nの分割(B_N)を提携構造と呼び，Bで表す．外部性を表現するための技法として分割関数(partition function) [4]があり [1]，費用を当該提携と提携構造の関数として与える．すなわち，任意の提携$B_i(\in B)$に関する提携構造Bの下での費用は$C(B_i, B)$で与えられる．

提携関数形の費用関数には，任意の提携（プレイヤー含む）がさらに提携を拡大するための動機を保証するための要件として劣加法性が定義されているが，これを分割関数形に拡張することができる [3]．任意の提携構造B及び任意の二つの提携$B_i, B_j(\in B)$について次式が満たされる場合，分割

[1]これに対し，提携の値を提携のみの関数としたものを提携関数と呼ぶ

関数Cには劣加法性が成立する．

$$
\begin{aligned}
&C(B_i \cup B_j, B \backslash \{B_i, B_j\} \cup \{B_i \cup B_j\}) \\
&\leq C(B_i, B) + C(B_j, B)
\end{aligned}
\tag{2}
$$

(2) 外部性の種類

当該提携の形成がそれ以外の提携にとって有益か有害かによって，正と負の外部性を定義することができる．正（負）の外部性がある場合の分割関数Cは以下の式で表される．

$$
\begin{aligned}
&C(B_i, B \backslash \{B_j, B_k\} \cup \{B_j \cup B_k\}) \\
&\leq (\geq) C(B_i, B), (\forall B_i \neq B_j, B_k \in B)
\end{aligned}
\tag{3}
$$

(3) 費用配分法

提携の形成に関する問題を分析するアプローチとしては，提携の形成過程を１）提携の非協力的な形成，２）提携内のプレイヤーでの費用の配分，という2段階のプロセスとして表現する方法がとられることが多い[5)6)]．つまり，各プレイヤーは自分が属しうる提携に参加した場合の費用を，あらかじめ決められた配分ルールに基づいて考慮しながら，どの提携に属するかを決定することになる．本研究では，配分ルールとしてMyerson[7)]による配分方法を適用した方法として提携ネットワーキング配分法[1)2)]を取り上げる．これは，配分解を提携構造に応じて与えうるため，分割関数で与えられた費用を配分することができる方法である．

提携ネットワーキング配分法の詳細は別論文[1)2)]に譲り，ここではその概要に触れるのみとする．この方法では，リンク（これを提携リンクと呼ぶ）によって直接，間接的に結ばれたプレイヤーの集合群によって提携構造を表現したグラフg（これを提携グラフと呼ぶ）を用いてゲームを記述する．提携グラフgは協力構造と呼ばれ，協力関係についての状況を提携構造（分割）より詳細に表現することができる．なお，任意のプレイヤー間に提携リンクが存在するグラフをg^Nと表す．

提携ネットワーキング配分法の特徴は「The Fair Allocation Rules」である．これは提携を形成するプレイヤーに費用配分上対等な交渉力（equal bargainig power）を与えるものであり，提携グラフgでのプレイヤーiへの配分額を$W_i(g)$とすると，(4)式で表される．

$$
\begin{aligned}
&\forall g \in \{g \mid g \subseteq g^N\}, \forall i : j \in g, \\
&W_i(g) - W_i(g \setminus i:j) = W_j(g) - W_j(g \setminus i:j)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

ここに，$g \setminus i:j$は，提携グラフgからプレイヤーi, j間の提携リンクを除いた提携グラフである．

また，gによって表現された提携構造を$B(g)$と表すと，その要素である各部分提携について，配分は次の(5)式（提携内収支 Component Balance）を満足することを条件とする．

$$
\sum_{i \in T} W_i(g) = C(T, B(g)), (\forall T \in B(g)) \tag{5}
$$

(4) 配分解と提携グラフとの関係

3人ゲームを対象に，この費用配分ルールに基づいて各プレイヤーに配分される費用を各提携グラフ別に表したものを表．1に示す．なお，簡単のため提携構造$\{\{ij\}\{jk\}..\}$のもとでの提携$\{ij\}$に関する費用を$C(ij, ij/kl/..)$と表している．

提携関数形のゲームにおいて費用関数が劣加法性を満たす場合，提携グラフはg^Nに均衡する[7)]．費用関数を分割関数形に拡張した場合，この知見が保証されるかについて表．1を用いて検討しよう．

表．1：3人ゲームにおける各提携グラフに対する配分解

提携グラフ	プレイヤー1	プレイヤー2	プレイヤー3
ϕ	$C(1,1/2/3)$	$C(2,1/2/3)$	$C(3,1/2/3)$
$*\{1:2\}$	$\{C(12,12/3)+C(1,1/2/3)$ $-C(2,1/2/3)\}/2$	$\{C(12,12/3)-C(1,1/2/3)$ $+C(2,1/2/3)\}/2$	$C(3,12/3)$
$\{1:3\}$	$\{C(13,13/2)+C(1,1/2/3)$ $-C(3,1/2/3)\}/2$	$C(2,13/2)$	$\{C(13,13/2)-C(1,1/2/3)$ $+C(3,1/2/3)\}/2$
$\{2:3\}$	$C(1,23/1)$	$\{C(23,23/1)+C(2,1/2/3)$ $-C(3,1/2/3)\}/2$	$\{C(23,23/1)-C(2,1/2/3)$ $+C(3,1/2/3)\}/2$
$**\{1:2,$ $1:3\}$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $+C(13,13/2)+2C(1,1/2/3)-C(2,1/2/3)$ $-C(3,1/2/3)-2C(3,12/3)-2C(2,13/2)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $-2C(13,13/2)-C(1,1/2/3)-C(2,1/2/3)$ $+2C(3,1/2/3)-2C(3,12/3)+4C(2,13/2)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(13,13/2)$ $-2C(12,12/3)-C(1,1/2/3)-C(3,1/2/3)$ $+2C(2,1/2/3)-2C(2,13/2)+4C(3,12/3)\}/6$
$\{1:2,$ $2:3\}$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $-2C(23,23/1)-C(2,1/2/3)-C(1,1/2/3)$ $+2C(3,1/2/3)-2C(3,12/3)+4C(1,23/1)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $+C(23,23/1)+2C(2,1/2/3)-C(1,1/2/3)$ $-C(3,1/2/3)-2C(3,12/3)-2C(1,23/1)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(23,23/1)$ $-2C(12,12/3)-C(2,1/2/3)-C(3,1/2/3)$ $+2C(1,1/2/3)-2C(1,23/1)+4C(3,12/3)\}/6$
$\{1:3,$ $2:3\}$	$\{2C(123,123)+C(13,13/2)$ $-2C(23,23/1)-C(3,1/2/3)-C(1,1/2/3)$ $+2C(2,1/2/3)-2C(2,13/2)+4C(1,23/1)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(23,23/1)$ $-2C(13,13/2)-C(3,1/2/3)-C(2,1/2/3)$ $+2C(1,1/2/3)-2C(1,23/1)+4C(2,13/2)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(23,23/1)$ $+C(13,13/2)+2C(3,1/2/3)-C(2,1/2/3)$ $-C(1,1/2/3)-2C(1,23/1)-2C(2,13/2)\}/6$
$\{1:2,$ $1:3,$ $2:3\}$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $+C(13,13/2)-2C(23,23/1)-2C(1,1/2/3)$ $+C(2,1/2/3)+C(3,1/2/3)+4C(1,23/1)$ $-2C(2,13/2)-2C(3,12/3)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $-2C(13,13/2)+C(23,23/1)+C(1,1/2/3)$ $-2C(2,1/2/3)+C(3,1/2/3)+-2C(1,23/1)$ $+4C(2,13/2)-2C(3,12/3)\}/6$	$\{2C(123,123)-2C(12,12/3)$ $+C(13,13/2)+C(23,23/1)+C(1,1/2/3)$ $+C(2,1/2/3)-2C(3,1/2/3)-2C(1,23/1)$ $-2C(2,13/2)+4C(3,12/3)\}/6$

まず，ϕから任意の$\{i,j\}$への提携グラフの拡大のための条件としては，劣加法性が成立していれば十分である．しかし，任意の$\{i:j\}$から$\{i:j,j:k\}$及び$\{i:j,j:k\}$から$\{i:j,j:k,i:k\}$への拡大の条件としては，劣加法性の成立のみでは必ずしも保証されない．例えば，$\{1:2\}$（表．1の*）から$\{1:2,1:3\}$（表．1の**）への拡大の条件をプレイヤー1について見ると，次式のようになる．

$$
\begin{aligned}
&2\{C(123,123)-C(12,12/3)-C(3,12/3)\}\\
+\;&\{C(13,13/2)-C(1,1/2/3)-C(3,1/2/3)\}\\
+\;&2\{C(2,1/2/3)-C(2,13/2)\}\leq 0 \qquad (6)
\end{aligned}
$$

上式の左辺第1,2項は劣加法性が成立していれば非正である．よって，第3項が少なくても非正であれば，すなわち負の外部性がある場合は上式が十分成立するが，正の外部性がある場合は必ずしも成立しない．これと同様のことが他の拡大の条件についても言える．以上より，3人ゲームでは，負の外部性がある場合は劣加法性が成立していれば提携グラフはg^Nに均衡するが，正の外部性がある場合は必ずしもg^Nに均衡するとは限らないことが本研究で新たな知見として得られた．

3. 流域水利用システムの自発的形成問題のモデル化

河川の上・中・下流域各々に自治体が存在しており，それぞれをプレイヤー1,2,3とする．これらのプレイヤーは同一の河川から上水を取水し，未処理で下水を放流しており，下流ほど水質が悪化している．また，河川〜自治体間の上水，下水のパイプライン網はプレイヤーとは別の上位の主体（一例としてプレイヤーが市町村である場合の都道府県）が行政区域単位ごとに建設している．よって，各プレイヤーの水処理に関する費用（以後水処理費用と呼ぶ）は，パイプラインの使用料と浄水費用である．そこで，水質の改善に伴う水処理費用の節減を目的としてパイプライン網の再構築を上位の主体に申し入れることを検討している．そのためにはまず流域の総意としてどのようなパイプライン網を求めるかについてプレイヤー間で合意を形成する必要がある．合意の内容によって求めるパイプライン網の形状も，各プレイヤーへの配分費用も異なる．以下では，この合意の形成過程がプレイヤー間での提携の形成過程であるとして検討する．

提携の形成過程は，二人のプレイヤーによる一対一の提携関係の集積によって提携グラフ（協力構造）が形成される過程として記述され，到達した（均衡した）提携グラフがプレイヤー間の最終的な合意である．提携を組んだ場合はその提携に関する費用を予め設定されたルール（提携ネットワーキング配分法）に基づいて配分する．よって，プレイヤーが提携を組むのは，提携を組んだときに配分される費用が二人双方にとってもとの状態（提携）よりもよい場合のみである．

以下，提携内でのプレイヤーが1) 下水，2) 上水についてパイプラインを共有する二案が提案されているとしよう．すなわち，1) 提携内の上流側のプレイヤーの下水を下流側のプレイヤーの下水とともに下流側プレイヤーの取水口下流に排出する案（流域下水道型），2) 提携内の上流側のプレイヤーが原水を取水し，下流に輸送する案（広域導水型）である．

表．2 各案のもとでの費用関数

Cost func.	流域下水道型	広域導水型
$C(1,1/2/3)$	$P(V_1,q_0)$	$P(V_1,q_0)$
$C(2,1/2/3)$	$P(V_2,q_0+q_1)$	$P(V_2,q_0+q_1)$
$C(3,1/2/3)$	$P(V_3,q_0+q_1+q_2)$	$P(V_3,q_0+q_1+q_2)$
$C(1,1/23)$	$P(V_1,q_0)$	$P(V_1,q_0)$
$C(2,2/13)$	$P(V_2,q_0)$	$P(V_2,q_0+\frac{V_0}{V_0-V_3}q_1)$
$C(3,3/12)$	$P(V_3,q_0+q_1+q_2)$	$P(V_3,q_0+q_1+q_2)$
$C(12,12/3)$	$P(V_1,q_0)+P(V_2,q_0)$	$P(V_1,q_0)+P(V_2,q_0)$
$C(13,13/2)$	$P(V_1,q_0)$ $+P(V_3,q_0+\frac{V_0}{V_0-V_1}q_2)$	$P(V_1,q_0)+P(V_3,q_0)$
$C(23,23/1)$	$P(V_2,q_0+q_1)$ $+P(V_3,q_0+q_1)$	$P(V_2,q_0+q_1)$ $+P(V_3,q_0+q_1)$
$C(123,123)$	$P(V_1,q_0)+P(V_2,q_0)$ $+P(V_3,q_0)$	$P(V_1,q_0)+P(V_2,q_0)$ $+P(V_3,q_0)$

以下，取水前の河川の流量を$V_0(\mathrm{m}^3/\mathrm{s})$，その汚濁量を$q_0'(\mathrm{g/day})$，任意のプレイヤー$i$に関する取水量を$V_i(\mathrm{m}^3/\mathrm{s})$，排出負荷量を$q_i'(\mathrm{g/day})$とし，$q_i = q_i'/V_0$とおく．河川にはこれらプレイヤーの取水量に対して十分大きな流量があるものとする．パイプラインの使用料がV_i，浄水費用がV_iとq_iで決定されるとすると，各プレイヤーの水処理費用Pは$P(V_i,q_i),(\partial P/\partial V_i,\partial P/\partial q_i>0)$で与えられる．すると，分割関数で与えられる費用は表．2のように与えられる．$(V_0-V_1)q_1\geq V_1q_2$であれば，費用関数は劣加法性を満たす．注意すべきは，流域下水道型の

案を選択した場合は費用関数について正の，広域導水型の場合は負の外部性があることである．

水処理費用の関数を$P(V,q) = 0.03V + 0.02Vq$とし，各パラメータの値を表．3のようにおく．ここで，水量，水質（排出負荷量）はともに人口に比例すると考えられるため，水量と水質も比例関係となるよう設定した．$V_1 < V_2 < V_3$より，上流より下流に人口規模の大きな自治体があると想定している．

表．3 各パラメータの設定

プレイヤー	1	2	3	0(自流)
V_i（水量）	20	40	80	200
q_i（水質）	4	8	16	1

この設定での各案別の費用配分を表．4に示す．表の*印は，均衡する提携グラフを示している．

表．4 費用配分–上：流域下水道型，下：広域導水型

	提携グラフ	プレイヤー1	プレイヤー2	プレイヤー3
	ϕ	1.0	5.2	23.2
	{1 : 2}	-0.6	3.6	23.2
	{1 : 3}	-1.5	2.0	20.7
	{2 : 3}	1.0	-1.2	16.8
	{1 : 2, 1 : 3}	-6.8	-3.3	17.0
*	{1 : 2, 2 : 3}	-2.7	-4.9	14.7
	{1 : 3, 2 : 3}	-2.0	-4.9	13.8
	{1 : 2, 1 : 3, 2 : 3}	-2.5	-5.4	14.9

	ϕ	1.0	5.2	23.2
	{1 : 2}	-0.6	3.6	23.2
	{1 : 3}	-8.6	7.3	13.6
	{2 : 3}	1.0	-1.2	16.8
	{1 : 2, 1 : 3}	-10.9	5.0	12.9
	{1 : 2, 2 : 3}	-2.7	-4.9	14.7
	{1 : 3, 2 : 3}	-6.1	3.4	9.7
*	{1 : 2, 1 : 3, 2 : 3}	-6.6	2.9	10.8

この表より，どちらの案が選択されたとしても，形成される提携構造は$\{N\}$である．しかし，協力構造を見ると，流域下水道型では$\{1:2, 2:3\}$に均衡し，広域下水道型ではg^Nに均衡している．この結果は，到達する提携構造及びそのもとでの提携に関する費用が同じ（=7.0）であるにもかかわらず，協力構造は異なるという点で興味深い．提携の行く末を握っているのは外部性を受けるプレイヤー2であると考えられ，以下にこの点について考察を加える．

流域下水道型が選択されている場合　この場合，提携$\{1:3\}$が成立するとプレイヤー2はただ乗りができる．よって，当該の提携からさらに協力関係（=提携リンク）を拡大するための条件として，ただ乗りによって節減した費用をベースにさらなる費用の節減を他のプレイヤーに要求することになる．このような強力な交渉力にプレイヤー1,3は十分対抗しえず，結局プレイヤー2に有利となるような提携$\{1:2.2:3\}$が成立したと考えられる．

広域導水型が選択されている場合　この場合，提携$\{1:3\}$が成立するとプレイヤー2は何をせずとも費用の増加を余儀なくされる．よって，当該の提携からさらに協力関係を拡大していくことで被った費用の増加分を減少させようとする動機がプレイヤー2に働き，提携の結託に積極的であろう．これはその分，交渉力が他のプレイヤーより弱いことを示す．一方，プレイヤー1,3の交渉力は同等であることから特別に強力な交渉力を有するプレイヤーは存在せず，結果として全てのプレイヤー間で協力関係が成立する提携が成立したと考えられる．

このような選択する案別の交渉力の違いは，配分結果として実際に現れている．流域下水道型の場合の配分解は$(-2.7, -4.9, 14.7)$，広域下水道型の場合は$(-6.6, 2.9, 10.8)$であり，交渉力の差が確認できる．ここに，配分解のベクトルにおける第i要素の値はプレイヤーiの配分費用を示している．

4. おわりに

本研究では，流域水利用システムを対象として，自発的な提携の形成過程をモデル化し考察を行った．ここでのモデルは単純な想定によるものであるため，今後はケーススタディによる実証的な例を取り上げるなど，より具体的・応用的な検討を行いたい．

[参考文献]
1) 高野浩一,榊原弘之，岡田憲夫，多々納裕一:流域下水道整備事業の費用配分方法に関するゲーム論的考察, 土木計画学研究・論文集，1998（登載決定）.
2) 榊原 弘之, 高野 浩一, 岡田 憲夫：ネットワーク型水資源開発共同事業の費用配分法に関するゲーム理論的考察, 土木計画学研究・論文集 (19), 1997.
3) Bloch, F. : Non-cooperative models of coalition formation in games with spillovers.
4) Thrall, R. and W. Lucas. : N-Person Games in Partition Function Form, Naval research Logistics Quarterly, 10, 1963.
5) Shenoy, P. : On Coalition Formation : A Game Theoretical Approach, International Journal of Game Theory, 8, 1979.
6) Hart, S. and M. Kurz. : Endogenous Formation of Coalitions, Econometrica, 51,1983.
7) Myerson, R. B. : Graphs and Cooperation in Games, Mathematics of Operations Research, Vol.2, No.3, 1977.