

時間価値関数に関する理論的考察 —私的交通のケース—

Theoretical Examination of the Function of Value of Time -particularly in private trip-

河野達仁*, 森杉壽芳**

By Tatsuhito KONO and Hisa MORISUGI

1. 背景と目的

時間価値の大きさは、交通投資の費用便益分析において決定的に重要である。現在のところ利用されている時間価値は、所得接近法による方法と SP あるいは RP データを用いた行動から計測する方法に大別される。しかし、いずれの場合においても時間価値が環境（財の価格、交通費用）によって変化するという考え方はなされておらず、所得の伸びに対して比例的に変化させるといった方法がとられているにすぎない。時間価値は個人の行動に内生化されているものであるから、環境変化に応じて時間価値も変化するものと考えられる。

本研究では、環境変化に対応して時間価値がどのように変化するかを理論的に考察する。すなわち、時間価値関数の性質を考察する。当然、その性質は効用関数の特定化に大きく依存する。本研究では、できるだけ一般的に時間価値関数の性質を分析する。

2. 理論構造

(1) 本研究の考え方

経済理論において初めて時間の概念が扱われたのは労働と余暇に関する時間配分の問題である。この理論では消費者は利用可能な総時間を余暇時間と労働時間に配分する。この場合、消費者の余暇に対する金銭的限界価値は賃金率に等しくなる。この結果が、現在広く利用されている所得接近法による時間価値計測の基礎になっている。しかし、労働時間を自由に選択できる仮定は現実とは著しく乖離している。本研究では労働時間は与件として扱う。

また、時間を明示的に消費者の効用関数に取り込

み、分析を行ったのは G. Becker である。G. Becker の研究においては、消費者は物理的な財と時間の要素を投入して便益を生産する。本研究でも表記方法は異なるが、基本的にはこの考え方に基づく。

(2) 交通を派生需要と考えた消費者モデル

ドライブ等交通自身を目的とする本源的需要以外、交通は派生需要と考えられる。そこで、本研究では買い物交通に代表される私的交通を派生需要としてモデル化する。本研究の消費者行動を式(1)に示す。

ここで、消費者は式(2)の所得制約と式(3)の時間制約のもとで物的消費量 (Z および Z_s) および余暇時間 T_1 から構成される効用を最大化すると仮定する。なお、簡単化のために財の購入には時間がかからないと仮定している。財の購入時間が一定であれば得られる知見に変化はない。また、交通の伴う消費財の一回あたりの購入量 (L) は固定と考えている。

$$\max_{Z, Z_s, T_1} u(Z, Z_s, T_1) \quad \cdots (1)$$

$$\text{s.t.} \quad Z + P_t \frac{Z_s}{L} + P_s Z_s = w T_w \quad \cdots (2)$$

$$\tau_t \frac{Z_s}{L} + T_1 + T_w = T \quad \cdots (3)$$

ただし、

Z : 合成財（交通の伴わない財）の需要量 ($P_z=1$)

Z_s : 交通の伴う消費財の需要量

T_1 : 余暇時間

P_t : 交通に伴う金銭的費用（以下、交通料金）

L : 一回の交通で得られる消費財の量（固定）

P_s : 交通の伴う消費財 Z_s の価格

w : 時間あたり賃金（以下、賃金率）

T_w : 労働時間

τ_t : 交通に伴う所要時間（以下、交通所要時間）

T : 労働、余暇、財の消費に利用可能な時間（以下、利用可能時間）

$u(\cdot)$ 直接効用関数

Key Words: 整備効果計測法、交通計画評価、時間価値

*学生員 工修 東北大学 情報科学研究科

**正会員 工博 東北大学教授 情報科学研究科

(〒980-8577 仙台市青葉区荒巻字青葉)

(3) 間接効用関数と時間価値の導出

式(1)～(3)をラグランジアンSで表現する。

$$S = u(Z, Z_s, T_l) + \lambda(wT_w - Z - P_t \frac{Z_s}{L} - P_s Z_s) + \mu(T - \tau_t \frac{Z_s}{L} - T_l - T_w) \quad \dots(4)$$

一階の条件より、式(5)～(9)が得られる。

$$\frac{\partial S}{\partial Z} = \frac{\partial u}{\partial Z} - \lambda = 0 \quad \dots(5)$$

$$\frac{\partial S}{\partial Z_s} = \frac{\partial u}{\partial Z_s} - \lambda(\frac{P_t}{L} + P_s) - \mu \frac{\tau_t}{L} = 0 \quad \dots(6)$$

$$\frac{\partial S}{\partial T_l} = \frac{\partial u}{\partial T_l} - \mu = 0 \quad \dots(7)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = wT_w - Z - P_t \frac{Z_s}{L} - P_s Z_s = 0 \quad \dots(8)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \mu} = T - \tau_t \frac{Z_s}{L} - T_l - T_w = 0 \quad \dots(9)$$

式(5)～(9)を解けば、最適消費量 $Z^*, Z_s^*, T_l^*, \lambda^*, \mu^*$ が求まる。得られた最適消費量を直接効用関数に代入すると、効用は式(10)のように間接効用関数 v として表される。

$$S = v(P_t, P_s, \tau_t, w, T_w, T) = u(Z^*, Z_s^*, T_l^*) + \lambda^*(wT_w - Z^* - P_t \frac{Z_s^*}{L} - P_s Z_s^*) + \mu^*(T - \tau_t \frac{Z_s^*}{L} - T_l^* - T_w) \quad \dots(10)$$

ここで、時間価値を定義する。時間価値は交通所要時間 τ_t の微小変化に対して効用が無差別になる交通料金 P_t の変化と考えられる。間接効用 v を一定として(10)式を全微分すると、包絡線定理を援用して(11)式のように時間価値 ε は示される。

$$\varepsilon = -\frac{dP_t}{d\tau_t} = \frac{\mu(P_t, P_s, \tau_t, w, T_w, T)}{\lambda(P_t, P_s, \tau_t, w, T_w, T)} \quad \dots(11)$$

式(11)より、時間価値 ε は価格 (P_t, P_s) や交通所要時間 τ_t 、賃金率 w 、労働時間 T_w 、利用可能時間 T によって変化する関数であることがわかる。

3. 時間価値関数の性質に関する分析

(1) 時間および所得の限界効用に対する変化

本研究では時間価値 μ/λ の性質を様々な角度から分析する。そのための準備として式(5)～(7)の3式から消費量 Z, Z_s, T_l が λ および μ の変化によって均衡点からどのように変化するかを調べる。式(5)

～(7)までを λ で全微分すると式(12)のようになる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} & \frac{\partial^2 u}{\partial Z \partial Z_s} & \frac{\partial^2 u}{\partial Z \partial T_l} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial Z_s \partial Z} & \frac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2} & \frac{\partial^2 u}{\partial Z_s \partial T_l} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial T_l \partial Z} & \frac{\partial^2 u}{\partial T_l \partial Z_s} & \frac{\partial^2 u}{\partial T_l^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial Z}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial T_l}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{P_t}{L} + P_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots(12)$$

ここで簡単化のために、効用 u は $u^1(Z), u^2(Z_s), u^3(T_l)$ の単純和（すなわち加法分離型）で示されるとし、さらに限界効用逓減とする。この結果、式(12)の左辺最初の行列の交差偏微分の成分はすべて0になり、対角成分のみが残る。その上で、式(12)を解くと式(13)が得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Z}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial T_l}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = \frac{1}{\frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \frac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2} \frac{\partial^2 u}{\partial T_l^2}} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2} \frac{\partial^2 u}{\partial T_l^2} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \frac{\partial^2 u}{\partial T_l^2} (\frac{P_t}{L} + P_s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots(13)$$

限界効用逓減より $\frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \frac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2} \frac{\partial^2 u}{\partial T_l^2} < 0$ であること

から、式(14)が導かれる。

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} < 0, \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} < 0, \frac{\partial T_l}{\partial \lambda} = 0 \quad \dots(14)$$

同様に、時間の限界効用 μ による変化は、式(15)のように示され、さらに式(16)が導かれる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Z}{\partial \mu} \\ \frac{\partial Z_s}{\partial \mu} \\ \frac{\partial T_l}{\partial \mu} \end{bmatrix} = \frac{1}{\frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \frac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2} \frac{\partial^2 u}{\partial T_l^2}} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \frac{\partial^2 u}{\partial T_l^2} \frac{\tau_t}{L} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \frac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2} \end{bmatrix} \quad \dots(15)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \mu} = 0, \frac{\partial Z_s}{\partial \mu} < 0, \frac{\partial T_l}{\partial \mu} < 0 \quad \dots(16)$$

式(13)～(16)より $Z(\lambda), Z_s(P_t, P_s, \tau_t, \lambda, \mu), T_l(\mu)$ と表される。これらを式(8)、式(9)それぞれに代入すると、式(17)、(18)が得られる。

$$wT_w - Z(\lambda) - P_t \frac{Z_s(P_t, P_s, \tau_t, \lambda, \mu)}{L} - P_s Z_s(P_t, P_s, \tau_t, \lambda, \mu) = 0 \quad \dots(17)$$

$$T - \tau_t \frac{Z_s(P_t, P_s, \tau_t, \lambda, \mu)}{L} - T_t(\mu) - T_w = 0 \quad \cdots(18)$$

λ と μ の関係を式(17), (18)それぞれから導く。
所得制約式(17)から, 式(19)の関係が導かれる。
式(14), (16)を用いると式(19)の符号は負になる。

$$\frac{\partial \mu}{\partial \lambda_{income-c.}} = \frac{\frac{\partial Z}{\partial \lambda} + \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} \left(\frac{P_t}{L} + P_s \right)}{-\left(\frac{P_t}{L} + P_s \right) \frac{\partial Z_s}{\partial \mu}} (< 0) \quad \cdots(19)$$

同様に, 時間制約式(18)から式(20)が導かれ, 式(14), (16)を用いると符号は負になる。

$$\frac{\partial \mu}{\partial \lambda_{time-c.}} = \frac{\frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} \tau_t}{-\left(\frac{\tau_t}{L} \frac{\partial Z_s}{\partial \mu} + \frac{\partial T_t}{\partial \mu} \right)} (< 0) \quad \cdots(20)$$

式(19)と式(20)の勾配の絶対値を比較する。式(21)から均衡点付近では所得制約式の方が傾きは大きい。

$$\left| \frac{\partial \mu}{\partial \lambda_{income-c.}} \right| - \left| \frac{\partial \mu}{\partial \lambda_{time-c.}} \right| = \frac{\frac{\partial Z}{\partial \lambda} \left(\frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} \tau_t + \frac{\partial T_t}{\partial \mu} \right) + \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} \frac{\partial T_t}{\partial \mu} \left(\frac{P_t}{L} + P_s \right)}{\left(\frac{P_t}{L} + P_s \right) \frac{\partial Z_s}{\partial \mu} \left(\frac{\tau_t}{L} \frac{\partial Z_s}{\partial \mu} + \frac{\partial T_t}{\partial \mu} \right)} (> 0) \quad \cdots(21)$$

式(19)~(21)式を用いて, 所得制約式および時間制約式による λ と μ の関係を図1に示す。時間価値 $\varepsilon (= \mu/\lambda)$ は原点から交点への傾きで示される。

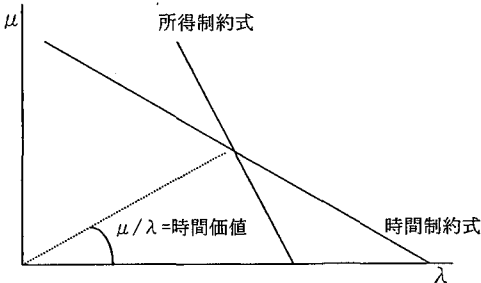


図1 λ と μ の関係(時間価値の図形表現)

(2) 図を用いた比較静学分析

まず図1を用いて, 環境が変化したときの時間価値の変化を調べる。

<賃金率, 利用可能時間, 労働時間の場合>

賃金率, 利用可能時間, 労働時間の変化は式(19), (20)に影響を与えない。したがって, 式(17), (18)のシフトのみで時間価値変化を調べることができる。

1) 賃金率 w の増加

賃金率 w の上昇は, 図1の所得制約式の下方へのシフトを意味している。図2から μ は増加して, λ は減少するために時間価値 $\varepsilon (= \mu/\lambda)$ は増加する。

2) 利用可能時間 T の増加

利用可能時間 T の増加は図1の時間制約式の下方へのシフトを意味している。図2から μ は減少して, λ は増加するから時間価値 $\varepsilon (= \mu/\lambda)$ は減少する。

3) 労働時間 T_w の増加

労働時間 T_w の増加は図1の所得制約式の下方へのシフト, さらに時間制約式の外側へのシフトを意味している。図2から μ は増加して, λ は減少するから時間価値 $\varepsilon (= \mu/\lambda)$ は増加する。

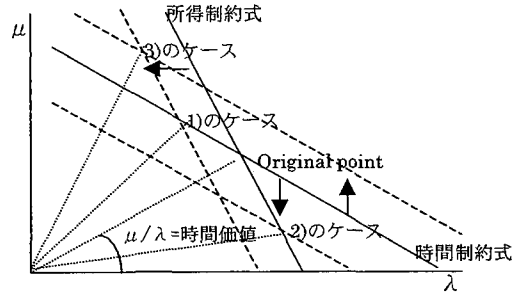


図2 時間価値 $\varepsilon (= \mu/\lambda)$ の変化

<交通料金, 交通所要時間, 財の価格による変化>

交通料金, 交通所要時間, 交通の伴う財の価格による変化は式(19), (20)を変化させるため, 上記のような単純な議論はできない。そこで, 式(17), (18)に陰関数定理を適用してそれぞれの影響をみる。

4) 交通料金 P_t の変化

P_t による変化は式(22)のように示される。各項の下に符号条件を示した。なお, ここでは財がギッフェン財のケースは排除して, 価格に対する財需要の符号条件を「価格上昇で需要は減少する」と設定した。式(22)より μ の変化の符号は負である。ただし, λ の変化の符号は定まらない。ここで, 財の購入の際に必要な交通料金も含めて Z_s への支出額が交通料金の上昇とともに少なくとも減少しない(需要の価格弾力性1以下: $\frac{d}{dP_t} \left(\frac{P_t}{L} Z_s + P_s Z_s \right) \geq 0$) と考え

ると下線の項が0以上になり, λ の変化の符号は正の符号をもつ。料金が高くなれば当該財への支出額は少なくとも減少しないと一般的に考えられる。

$$\left[\frac{\partial \mu}{\partial P_t} \right] = \frac{1}{\left| J \right|} \begin{bmatrix} -\frac{\tau_t Z_s}{L} \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} + \frac{\tau_t}{L} \frac{\partial Z}{\partial \lambda} \frac{\partial Z_s}{\partial P_t} \\ \frac{\tau_t Z_s}{L} \frac{\partial Z_s}{\partial \mu} + \left(\frac{Z_s}{L} + \frac{P_t}{L} \frac{\partial Z_s}{\partial P_t} + P_s \frac{\partial Z_s}{\partial P_t} \right) \frac{\partial T_t}{\partial \mu} \end{bmatrix} \quad \dots(22)$$

ここで、

$$\left| J \right| = - \left(\frac{\tau_t}{L} \frac{\partial Z_s}{\partial \mu} + \frac{\partial T_t}{\partial \mu} \right) \frac{\partial Z}{\partial \lambda} - \left(\frac{P_t}{L} + P_s \right) \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} \frac{\partial T_t}{\partial \mu} \quad \dots(23)$$

5) 交通の伴う財の価格による変化

式(24)から μ の変化は負の符号を持ち、 λ の変化は未定である。ただし、財の価格が上昇したとき支出額を少なくとも減少させない（需要の価格弾力性

1 以下： $\frac{d}{dP_s} \left(\frac{P_t}{L} Z_s + P_s Z_s \right) \geq 0$ ）場合は下線部が 0

以上になり、 λ の変化の符号が正に定まる。

$$\left[\frac{\partial \mu}{\partial P_t} \right] = \frac{1}{\left| J \right|} \begin{bmatrix} -\frac{\tau_t Z_s}{L} \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} + \frac{\tau_t}{L} \frac{\partial Z}{\partial \lambda} \frac{\partial Z_s}{\partial P_t} \\ \frac{\tau_t Z_s}{L} \frac{\partial Z_s}{\partial \mu} + \left(\frac{P_t}{L} \frac{\partial Z_s}{\partial P_s} + Z_s + P_s \frac{\partial Z_s}{\partial P_s} \right) \frac{\partial T_t}{\partial \mu} \end{bmatrix} \quad \dots(24)$$

6) 交通所用時間 τ_t による変化

式(25)から μ の変化の符号は未定で、 λ の変化の符号は負である。ただし、交通所用時間が上昇したとき、その交通への割り当て時間を少なくとも減少させない（需要の時間弾力性 1 以下：

$\left(\frac{d}{d\tau_t} \left(\tau_t \frac{Z_s}{L} \right) \geq 0 \right)$ 場合は、下線部が 0 以上になり

μ の変化の符号は正に定まる。一回の交通所用時間が長くなれば、総割り当て時間（回数×所要時間）は少なくとも短くはならないと一般的に考えられる。

$$\left[\frac{\partial \mu}{\partial \tau_t} \right] = \frac{1}{\left| J \right|} \begin{bmatrix} \left(\frac{Z_s}{L} + \frac{\tau_t}{L} \frac{\partial Z_s}{\partial \tau_t} \right) \frac{\partial Z}{\partial \lambda} + \left(\frac{P_t}{L} + P_s \right) \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} \frac{\partial Z_s}{\partial \tau_t} \\ \left(\frac{P_t}{L} + P_s \right) \frac{\partial Z_s}{\partial \tau_t} \frac{\partial T_t}{\partial \mu} - \left(\frac{P_t}{L} + P_s \right) \frac{Z_s}{L} \frac{\partial Z_s}{\partial \mu} \end{bmatrix} \quad \dots(25)$$

結局、図 3 に示すように 4)、5) のケースでは、時間価値が減少する領域に変化後の均衡点 (λ^*, μ^*) がある。6) のケースでは、時間価値が増加する。

以上では微小変化を考えたが、変化が大きくなれば、この微小変化を足しあわせればよい。したがって、次の 3 点がいえる。

・交通料金が高くなるほど、時間価値は安くなる。

・交通を利用して購入する財の価格が高くなるほど、時間価値は安くなる。

・交通所要時間が長くなるほど時間価値は高くなる。特に最後の点は河野 他²⁾の実証結果と一致する。

1) から 6) までの比較静学の結果を表 1 にまとめた。

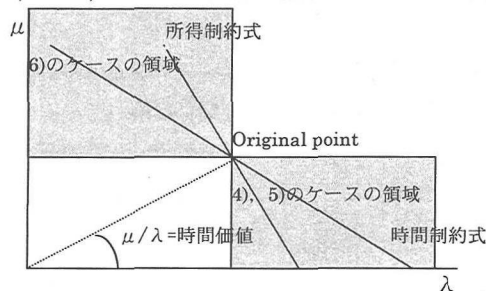


図 3 均衡点 (λ^*, μ^*) の行き先

表 1 時間価値の変化

環境の変化	時間価値の増減
賃金率の増加	増加
利用可能時間の増加	減少
労働時間の増加	増加
交通料金の増加	減少
交通の伴う財の価格増加	減少
交通所要時間の増加	増加

4. まとめ

本研究においては、交通が派生需要のケースについて、時間価値がどのように変化するかを理論的に考えた。その結果、賃金率や利用時間、労働時間だけでなく、財の価格や交通料金、交通所用時間の変化により時間価値が変化することおよびその符号が確かめられた。費用便益分析においては交通所要時間の変化に対して一定の時間価値を乗じて便益計算が行われる。本研究によれば、このような計算は過小あるいは過大な結果をもたらしていることになる。

本研究では様々な環境変化による時間価値の変化の符号については明確になった。しかし、その大小については示されていない。今後は定量的にこの関係を探っていきたい。

【参考文献（紙面制約から、ここには主なもののみ示す。）】

1) 太田勝敏 他：時間価値の理論とその計測手法の研究，日本交通政策研究会，1988

2) 河野達仁，荒井徹，伊藤卓，鹿島茂：所要時間の不確実性を考慮した交通渋滞による損失費用の計測，土木計画学研究・論文集，No.13， pp.121-128，1996