【土木計画学研究・講演集　No.20 (2)　1997年11月】

高速道路における日変動交通量系列の定常性に関する研究*

Testing the stationarity of day-to-day traffic volume variation on expressways*

安野貴人** ・都明植***・小林潔司****

By Takato YASUNO**, Myungsik DO***, Kiyoshi KOBAYASHI****

1. はじめに

近年，室内で経路選択行動を再現した管理実験により，ドライバーは合理的期待を形成し，交通情報の非中立性命題は棄却されないという結果がえられている[1]．しかし，その結果は，道路ネットワークに生起している交通量変動が定常過程に従うという前提のもとでえられたにすぎない．現実の道路では，ドライバーが観測できない交通量の変動が必ずしも定常過程に従うとは限らず，道路区間・曜日・時間帯などにより非定常な変動をしている可能性がある．

非定常性を考慮した時系列分析は水文学，経済学をはじめ多くの分野で応用されてきた．交通工学では，まず，自由流・渋滞流という異なる交通流の挙動は単一の追従モデルで説明できないことが指摘された[2]．一方，現実の高速道路で5分単位の交通量変動が非定常である傾向も図示された[3]．堤ら[4]は，独自に提案した判別尺度により交通輸送系列を定常・非定常な場合に分類し，各々の予測システムを提案している．しかし，その判別尺度は彼らのモデル実用を主眼としており一般性に乏しいと言わざるをえない．

交通行動のモデル化において，現実の道路交通量の変動が定常過程に従うか否かを明らかにすることが重要である．その際，確率過程の性質を客観的に把握するような交通量変動系列の定常性を明確に定義するとともに，それらを基礎として，現実の交通変動系列が定常過程に従うか非定常過程に従うかを客観的に判断するための方法論が必要となる．現実の道路交通量の確率的変動性質を統計的に把握しうる方法論は，現実の交通環境と整合のとれた交通行動モデリングを行う上で重要な役割を果たしうる．

本研究では，交通量の定常性仮説を定義し，屋外の高速道路で観測されたデータを用いて交通量の定常性仮説に対する統計的検定を試みる．2. で交通量変動の定常性を仮説検定することの意義を考察し，定常性の条件を定義する．3. で定常性と単位根の関係に言及し，単位根に基づく仮説検定の方法を提案する．4. に検定結果を示し，5. で結論と今後の課題をとりまとめる．

2. 交通量変動系列の定常性

(1) 交通量系列の定常性の経験的意義

既存の多くの経路選択行動モデリングでは、実際の道路ネットワーク上で観測される交通量の変動が定常過程に従うことが暗黙の内に想定されている．例えば、交通環境が定常的であれば、学習行動によりドライバーの主観的期待は合理的期待に収束することが保証される[6]。また、確率論的均衡配分においても、交通環境の定常性が前提とされている[7]。現実のネットワーク上での交通量変動が定常過程に従う場合、これまでに開発されてきた経路選択モデルやネットワーク均衡モデルは現実の定常な交通現象を十分に近似しており、定常環境を仮定した方法論も実用に十分耐えうると判断することができる．一方，交通量の変動系列が定常性を満足しない場合，ドライバーの走行時間に関する学習が合理的期待に収束するという保証はない。すでに，交通量が random walk 過程に従って変動する状況下でドライバーは合理的期待を形成することに失敗するものの，彼の予測誤差をどのように修正するかという適応係数が収斂することが示されている[8]．このように，非定常な環境下での行動を説明するためには，従来と異なる考え方にもとづく交通行動モデルの開発が必要とな

*キーワーズ：交通現象，高速道路，定常性，非定常性，単位根，仮説検定．

**学生会員、工修、鳥取大学大学院工学研究科博士課程
(鳥取市湖山町南4丁目101、TEL 0857-31-5333、FAX 0857-31-0882)
***学生会員、工修、京都大学大学院工学研究科博士課程
(京都市左京区吉田本町、TEL 075-753-5072、FAX 075-753-5073)
****正員、工博、京都大学大学院工学研究科土木工学専攻
(京都市左京区吉田本町、TEL/FAX 075-753-5071)

る。交通量の変動系列が定常性を有するか否かは、既存の方法論が適用可能な領域を明らかにする意味において重要な課題になると考える。もし、現実の道路交通において定常な交通環境と非定常な交通環境の双方が存在することが判明した場合，各交通環境に適した異なる経路誘導方策を検討することも将来の課題となりえよう[8].

(2) 定常性の定義

いま，ある道路区間においてN日間にわたり観測された日変動交通量の系列 $\{X_1, \cdots, X_N\}$ を考えよう．X_nは，第n日目に観測された区間交通量を表す．

定義 1 (交通量の定常性) 走行日次nの交通量が

$$E[X_n] = \mu \tag{1}$$

$$Var[X_n] = \sigma^2 \tag{2}$$

$$Cov(X_n, X_{n-s}) = E(X_n - \mu)(X_{n-s} - \mu) = \gamma_s \tag{3}$$

を満たすとき，交通量の系列は定常性をもつとよぶ．式 (1)，式 (2) は，交通量の期待値と分散がすべての走行日次nを通じて一定であることを要請している．式 (3) は，異なる走行日次 $(n, n-s)$ の共分散が２つの日次の差sのみに依存し，走行日次nには無関係であることを主張している．上記の定義は弱い意味での定常性であるが，現実の道路で生起する交通量系列の統計的性質を検討するために十分である．以下では，交通量の原系列からトレンド・周期成分を除去した後に残った残差系列が定常過程に従うか否かを検定するための方法を提案する．

3. 仮説検定の方法

(1) 定常性と単位根

系列が次の AR(1) で表現される場合を考えよう．

$$X_n = \rho X_{n-1} + \varepsilon_n, \quad n = 0, 1, \cdots, N. \tag{4}$$

初期値X_0が所与で，ε_nは時点間で互いに独立で同一の正規分布 $N(o, \sigma^2)$ に従うとする．以下では，パラメータρの値を 1)$|\rho| > 1$, 2)$\rho = -1$, 3)$\rho = 1$, 4)$0 < \rho < 1$, 5)$-1 < \rho < 0$ の場合 に分けて定常性の各条件 (1)-(3) を満たすかどうかを検討する．

(期待値の条件) 系列 (4) の期待値は次式で表せる[9]．

$$E(X_n) = \rho^n X_0 \tag{5}$$

ケース 1)2) の場合，$n \to \infty$ の時 $E(X_n)$ は発散し，期待値が一定でない．実際の系列がトレンド・周期変動を含めば時間・季節により期待値が変化するので，明らかに条件 (1) を満足しない．1) のなかで特に$\rho > 1$ の時は上昇するトレンドに相当する．2) のとき期待値が振動するので周期変動に相当する．一方，ケース 3)4)5) では，$n \to \infty$ の時 $E(X_n)$ は収束し条件 (1) を満足する．実際に期待値の定常性を検討する場合，系列のグラフを描き，トレンド・周期が現れるならばそれらの要因を 4.(1) のように推定し説明力を有するか否かを検定することにより容易に判断できる．トレンド・周期が認められる場合，それらを除いた残りの成分が定常過程がどうかが焦点となる．ここでトレンド・周期を除去することは条件 (1) を満たさない要因を取り除くことに他ならない．言い換えれば，トレンド・周期を完全に除去できれば期待値の定常性を満たすことが可能となる．5) では期待値が交互に上下振動しながら収束していく系列であり現実の交通量変動に起こりがたいので除外できる．もし，期待値の定常性 (1) を満たせば分散・共分散の定常性条件 (2),(3) を満たす可能性がある．したがって，期待値の条件 (1) を満たす時，ケース 3)4) のどちらかであると考えられる．

(分散・共分散の条件) 系列 (4) の分散・共分散[9]は

$$Var[X_n] = \sigma^2 \sum_{i=0}^{n-1} \rho^{2i} \tag{6}$$

$$Cov(X_n, X_{n-s}) = \sigma^2 \rho^s (1 + \rho^2 + \rho^4 + \cdots + \rho^L) \tag{7}$$

と表せる．ただし，$L = 2(n-1-s)$ である．ケース 3) では，$Var[X_n] = n \cdot \sigma^2$, $Cov(X_n, X_{n-s}) = (n-s)\sigma^2$ となり分散・共分散が時間に依存するので条件 (2),(3) を満足しない．このように，$\rho = 1$(random walk) の場合，期待値の条件を満たしても分散・共分散の定常性を満足しない．ケース 4) では，$n \to \infty$ のとき分散・共分散 $Var[X_n] = \sigma^2/(1-\rho^2)$, $Cov(X_n, X_{n-s}) = \sigma^2\rho^s/(1-\rho^2)$ が時間に依存しないので，分散・共分散の 条件 (2),(3) を満足する．以上のように，期待値の条件 (1) をみたすもとで分散・共分散の条件 (2),(3) を有するかどうかは，系列 (4) が単位根 ($\rho = 1$) をもつ場合 3) であるか，$0 < \rho < 1$ の場合 4) かを検討すること に帰着される．周知のように，AR,MA,ARMA 表現形式は互いに転換できる[10]．以上の AR(1) 表現による検定は，各種の表現形式に基づく単位根検定のなかでもっとも基本的である．

(2) 単位根検定

本研究では，１日の総交通量が連続する日変動系列に着目する．交通量変動が年間を通じたトレンドを有したり，周期的に変動する可能性が高い．もちろ

ん，トレンド・周期性がある場合，系列の平均が時間・季節に依存して変化するので定常性の条件 (1) を満足しない．いま，このような周期的変動やトレンド成分を除去した残りの成分にいま着目しよう。交通量の日変動過程はその系列特性に応じて種々のモデル化が可能である。ここでは、交通量の時系列変動が基本的な 1 階の自己回帰過程 $AR(1)$ で表現される場合をとりあげる．$AR(1)$ 過程 (4) のもとで，単位根 ($\rho = 1$) をもつか，正の自己相関 ($0 < \rho < 1$) をもつ定常過程であるかを検定する．

式 (4) における定常性の帰無仮説，対立仮説は

$$H_0 : \rho = 1, \ \ H_1 : \rho < 1$$

と表現できる．式 (4) は次式に書き直せる．

$$\Delta X_n = \gamma X_{n-1} + \varepsilon_n \tag{8}$$

ここで，$\gamma = \rho - 1$ である．次の帰無仮説，対立仮説

$$H_0^{DF} : \gamma = 0, \ \ H_1^{DF} : \gamma < 0$$

は H_0,H_1 と等価である．ここで，H_0^{DF} を H_1^{DF} に対して検定するため従来の t 統計量を用いようとすれば，t 統計量の分布は t 分布より左に歪んだ $\hat{\tau}$ 分布になる．このため，t 統計量による定常性の検定は統計的過誤を犯しやすい．そこで，$\hat{\tau}$ 分布に基づいた Dickey-Fuller 検定 (DF 検定と略す) を用いることとする [5]．有限標本で $\hat{\tau}$ 分布を解析的に求めることは困難であり，モンテカルロ実験により臨界点がえられている [5]．以下，DF 検定により交通量系列に対する和分の次数を検定する方法を要約する．Step 1) 原系列が定常性を有するか否かを検定するため式 (8) の最尤推定量 $\hat{\gamma}$ を求める．

$$\hat{\gamma} = \left[\sum_{n=2}^{N} X_{n-1}^2 \right]^{-1} \cdot \sum_{n=2}^{N} \Delta X_n \cdot X_{n-1} \tag{9}$$

これに基づいて DF 検定統計量 $\hat{\tau}$ を求める [5]．

$$\hat{\tau} = (\hat{\gamma} - \gamma^*) \cdot \left[s^{-2} \sum_{n=2}^{N} X_{n-1}^2 \right]^{1/2} \tag{10}$$

ここで，$s^2 = (N-2)^{-1} \sum_{n=2}^{N} (\Delta X_n - \hat{\gamma} X_{n-1})^2$ は分散 σ^2 の不偏推定量である．$\gamma^* = 0$ は仮説 H_0^{DF} が真の時の値である．もし，$\hat{\tau} < \tau_\phi$ ならば，H_0^{DF} が棄却されて X_n は有意水準 $\phi \cdot 100\%$ で定常性を有する．τ_ϕ は臨界点である．逆に棄却されなければ，交通量 X_n は次数 1 以上の和分であるか，あるいは何度階差をとっても交通量は定常性を有しない可能性があるので次のステップへ進む．Step 2) 交通量の階差 ΔX_n が定常性を有するか否かを検定するために，

$$\Delta^2 X_n = \gamma \Delta X_{n-1} + \varepsilon_n \tag{11}$$

と定式化し，H_0^{DF},H_1^{DF} を検定する．H_0^{DF} が棄却されれば，原系列が random walk に従うと判定する．

4. 検定結果

(1) トレンド，月次周期性のモデル化

簡略化のため，震災ショック (1995 年以降) を除去した曜日別の系列を $\{x_1^i, \cdots, x_{N^i}^i\}$ $(i = 1, \cdots, 7)$ と表す．N^i：「i」曜日の標本数である．以下，記述の便宜上，曜日の添字 i を略する．この交通量系列 x_n が年次トレンド要因 z_n，月次の周期的要因 s_n，確率的変動要因 v_n で構成されると仮定する [11]．すなわち，

$$x_n = z_n + s_n + v_n \tag{12}$$

である．トレンド要因を線形 $z_n = a_0 + a_1 n$ に特定化する．月次の周期的要因は $s_n = \sum_{j=1}^{12} s_n^j b_j$ と表現できる．ここで，s_n^j は n 日が「j 月」のとき $s_n^j = 1$ をとり，それ以外は $s_n^j = 0$ をとる月次周期ダミー変数を表す．さらに，月次の周期的変動が年内で互いに打ち消しあう ($\sum_{j=1}^{12} b_j = 0$) と仮定する [11]．$b_{12} = -\sum_{j=1}^{11} b_j$ より，$s_n = \sum_{j=1}^{11} s_n^{*j} b_j$; $s_n^{*j} = s_n^j - s_n^{12} (j = 1, \cdots, 11)$ と変形できる．よって，式 (12) は次式で表現できる．

$$x_n = a_0 + a_1 n + \sum_{j=1}^{11} s_n^{*j} b_j + v_n \tag{13}$$

記述の便宜上，式 (13) をベクトル表示する．

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{a} + \boldsymbol{S}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{v} \tag{14}$$

ここで，$\boldsymbol{x} = (x_1 \cdots, x_N)'$ は交通量変動系列ベクトルである．$\boldsymbol{Z} = [\boldsymbol{l} : \boldsymbol{z}]$ は線形トレンドの $N \times 2$ 次定数行列であり，$\boldsymbol{l} = (1, \cdots, 1)'$: N 次元単位ベクトル，$\boldsymbol{z} = (1, 2, \cdots, N)'$ である．$\boldsymbol{a} = (a_0, a_1)'$ はトレンド回帰係数ベクトルである．$\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{s}^{*1}, \boldsymbol{s}^{*2}, \cdots, \boldsymbol{s}^{*11}]$ は $N \times 11$ 次の月次周期変動の定数行列であり，各要素は $\boldsymbol{s}^{*j} = \boldsymbol{s}^j - \boldsymbol{s}^{12}$ $(j = 1, \cdots, 11)$ と表される．ただし，$\boldsymbol{s}^j = (s_1^j, \cdots, s_n^j, \cdots, s_N^j)'$ は，第 n 日目が j 月のとき $s_n^j = 1$，それ以外 $s_n^j = 0$ である．$\boldsymbol{b} = (b_1, \cdots, b_{11})'$ は月次周期変動係数ベクトルである．式 (14) における残差平方和 $\boldsymbol{v}'\boldsymbol{v}$ を最小にするような回帰係数ベクトル $(\hat{\boldsymbol{a}}', \hat{\boldsymbol{b}}')'$ は次式で表せる．

$$\begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{a}} \\ \hat{\boldsymbol{b}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Z}'\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{Z}'\boldsymbol{S} \\ \boldsymbol{S}'\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{S}'\boldsymbol{S} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \boldsymbol{Z}'\boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{S}'\boldsymbol{x} \end{pmatrix} \tag{15}$$

以上のように求めた OLS 推定量 $(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{b}})$ を用いて，系列 $\boldsymbol{x}$ からトレンド要因 $\boldsymbol{Z}\hat{\boldsymbol{a}}$ と月次周期変動要因 $\boldsymbol{S}\hat{\boldsymbol{b}}$ を除去し，残りの確立的変動要因をえることができる．

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{Z}\hat{\boldsymbol{a}} - \boldsymbol{S}\hat{\boldsymbol{b}} \tag{16}$$

この確率的変動要因 $\boldsymbol{v} = (v_1, \cdots . v_N)'$ が定常過程に従うか否かを仮説検定することとする．

表－ 1: 各高速道路における上り交通量変動系列の検定結果 ($\hat{\tau}$値)

路線	区間	月	火	水	木	金	土	日
名神	京都南－茨木	-16.6^{**}	-17.2^{**}	-17.3^{**}	-17.4^{**}	-17.4^{**}	-18.0^{**}	-20.4^{**}
	吹田 JCT －吹田	-15.3^{**}	-16.1^{**}	-16.2^{**}	-16.6^{**}	-16.3^{**}	-17.3^{**}	-19.8^{**}
	豊中－尼崎	-11.3^{**}	-12.8^{**}	-12.5^{**}	-14.6^{**}	-12.9^{**}	-15.1^{**}	-17.5^{**}
中国	中国吹田－中国豊中	-16.1^{**}	-15.2^{**}	-13.5^{**}	-12.5^{**}	-11.9^{**}	-15.2^{**}	-20.9^{**}
	中国池田－宝塚	-19.1^{**}	-18.7^{**}	-17.1^{**}	-15.4^{**}	-15.2^{**}	-18.1^{**}	-21.9^{**}
	神戸三田－吉川 JCT	-17.8^{**}	-19.5^{**}	-18.9^{**}	-17.2^{**}	-17.0^{**}	-18.4^{**}	-18.5^{**}
山陽	山陽姫路西－竜野	-12.7^{**}	-11.3^{**}	-9.2^{**}	-8.5^{**}	-10.2^{**}	-11.8^{**}	-12.2^{**}
	竜野西－赤穂	-15.7^{**}	-14.5^{**}	-11.5^{**}	-9.9^{**}	-11.5^{**}	-14.4^{**}	-15.3^{**}
舞鶴	吉川 JCT －三田西	-16.3^{**}	-18.1^{**}	-15.7^{**}	-15.5^{**}	-16.3^{**}	-16.0^{**}	-13.2^{**}
	丹南篠山口－春日	-18.3^{**}	-19.7^{**}	-17.7^{**}	-17.3^{**}	-18.3^{**}	-17.7^{**}	-13.6^{**}

記号**はトレンド・月次周期の除去後における残差系列が水準 1%で random walk に従うという仮説が 棄却されることを表す.

(2) 検定結果の考察

対象データとして 1987 年から 1994 年までの業務交通量を用い，名神，中国，山陽，舞鶴の各高速道路路線における区間を網羅的に選定した．表-1では，検定した各路線の全区間において，DF 統計量は$\hat{\tau} < \tau_{0.01}(400)$ である．このことから，原交通量系列から年間トレンド・月次周期を除いた残りの確率変動成分の系列が有意水準 1%で random walk に従うという仮説を棄却できる．$\hat{\tau}$の値も，棄却水準から大きく離れており，random walk に程遠いことがわかる．なお，臨界値は，$\tau_{0.01}(250) = \tau_{0.01}(500) = -2.58$ である． $\tau_{\phi}(n)$ は，標本 n の有意水準ϕの臨界値を表す．したがって，名神，中国，山陽，舞鶴の高速自動車道の各区間において，年間トレンド・月次周期を除いた後に残る確率変動系列が random walk に従うという仮説が棄却できる．

5. おわりに

本研究では，屋外で観測される交通量の日変動系列が定常性をもつか非定常性をもつかを検討するための方法論を提案した．このため，定常性の定義を前提として定常性と単位根の関連，および，日変動交通量の定常性・非定常性の意義を考察するとともに，日変動交通量が不規則な非定常性を有するか否かを仮説検定する方法について言及した．本研究では，大阪市周辺地区の高速道路を対象とし，各区間における日変動交通量系列に対して定常性の仮説検定を試みた．現実の高速道路区間において，交通量の原系列はトレンドと月次・曜日の周期的変動という規則的な非定常性を有することを示した．このような非定常要因に対して，ドライバーは年間のトレンドのまわりで,「月」,「曜日」という先験情報のもとで条件付きに走行条件を学習することが可能である．本研究で対象とした高速道路交通量の原系列は定常過程に従わないものの，原系列からトレンド，周期の要因を除いた時，その残差系列の非定常性が棄却されることが判明した．このことは，不規則な非定常性の要因 (random walk 成分) が交通量の日変動に含まれないことを示しており，定常的な日変動交通環境の仮定が対象道路において現実性をもつと解釈できる．なお，計算結果は紙面の都合上，割愛せざるをえなかった．結果の詳細は講演時に発表する．

参考文献

1) 小林潔司，安野貴人: 室内実験によるドライバーの合理的期待に関する仮説検定, 土木計画学研究・論文集, No. 12, pp. 493-500, 1995.
2) 越正毅，他：渋滞時の交通流現象に関する研究， 土木学会論文報告集， 第 306, pp.59-70, 1977.
3) 奥谷巌：カルマン・フィルター理論を用いた道路交通状態の推定と予測， 土木学会論文報告集, 第 289, pp. 131-144, 1979.
4) 堤昌文，樗木武: 非定常な性質をもつ交通輸送需要のための時系列予測システムと非定常確率過程型 AROP モデルの開発, 土木学会論文集, 第 449/IV-17, pp. 125-133, 1992.
5) Fuller, W.A.: *Introduction to Statistical Time Series*, John Wiley & Sons, 1976.
6) 小林潔司，藤高勝己： 合理的期待形成を考慮した経路選択モデルに関する研究，土木学会論文集, 第 458/IV-18, pp. 17-26, 1993.
7) Sheffi, Y. : Urban Transportation Networks, Prentice-Hall, 1985.
8) 櫃村吾朗，都明植，小林潔司: 非定常な環境下におけるドライバーの経路学習行動に関する研究, 平成 9 年度全国大会第 *52* 回年次学術講演概要集, 1997.
9) 蓑谷千凰彦: 計量経済学，多賀出版， 1996.
10) Gourieroux, C., Monfort, A.: *Time Series and Dynamic Models*, Cambridge University Press , 1997.
11) 広松毅，浪花貞夫: 経済時系列分析の基礎と実際, 多賀出版 , 1992.