【土木計画学研究・講演集　No.20(2)　1997年11月】

業務開始時刻の設定が鉄道通勤交通に及ぼす影響に関する研究 [1]

WORKING SCHEDULE AND WELFARE OF RAILWAY COMMUTING

奥村誠[2]・永野光三[3]・小林潔司[4]

Makoto OKUMURA, Kiyoshi KOBAYASHI and Mitsuzo NAGANO

1. はじめに

近年、時差出勤、ピーク料金制度等の各種のソフトな施策を通じて通勤需要の発生時刻を平滑化することにより、混雑度を緩和しようとする交通需要管理施策が着目されている。筆者らは、交通需要管理政策の効果を分析するために、家計と鉄道企業の両者の行動を明示的に考慮した均衡論的モデルを開発した[1)]。家計の出発時刻の選択行動と鉄道企業の時刻別輸送サービスの供給行動が自由に行なわれる状況下の市場均衡はパレート最適でないことを示し、列車のスケジュール調整などのTSM施策や、時間帯別運賃というTDM施策の導入により社会的厚生を改善できることを明らかにした。

しかし、前稿においては全ての通勤者の始業時刻を一時点に固定していた。本稿では一般企業の始業時刻の設定により、通勤の社会的厚生がどのような影響を受けるかを分析し、時差出勤施策・フレックスタイム制度の効果を明らかにする。なお、本稿では業務時刻の設定が一般企業の業務効率や終業時刻に与える影響は考慮しない。

2. 基本モデルの定式化と分析結果

(1) モデル化の前提

ベッドタウン駅と都心駅を連結している1本の通勤鉄道を想定し、通勤需要はN人に固定されていると仮定する。一般企業は通勤者を$k=1,\dots,K$個のグループに分割し、それぞれN_k人に対して始業時刻をS_kに指定する。遅刻は許されておらず、また到着時刻にかかわらず所要時間は一定（ω）であると仮定する。時刻tに都心に到着する通勤者は自宅を時刻$t-\omega$に出発する必要があるが、その効用関数を次式のように定義する。

$$-(s(t))^{\eta} - c\{S_K - (t-\omega)\} + e(S_K - S_k) \quad (1)$$

ここに$s(t)$は時刻tに都心に到着する列車の混雑度で物理的制約$\bar{s}$を越えない正数、$c>0$（円／分）は出発時刻のスケジュール費用の勾配、$e>0$（円／分）は始業時間が遅いことにより終業時刻が遅くなり、夕刻の行動が制約されることに関するスケジュール費用の勾配である。スケジュールコストは、最も遅いグループの始業時刻S_Kを基準に計測している。

時点tに到着する客に対して提供される輸送力を単位時間当たりの人数を用いて$\alpha(t)$（人／分）、時刻t以前に到着する累積通勤者数を$M(t)$（人）とすると、次式が成立する。

$$\dot{M}(t) = n(t) = s(t)\alpha(t) \quad (2)$$

一方、鉄道企業の行動を総費用最小化として表現する。鉄道企業の費用関数が各時点の輸送力$\alpha(t)$の次式のような関数であり、$\xi>1$であると仮定する。

$$z = \int_{S_1}^{S_K} \zeta_0(\alpha(t))^{\xi} dt \quad (3)$$

(2) 始業時刻グループごとの市場均衡

始業時刻がS_kであるN_k（人）について考える。まずこのグループの到着時間帯が、一つ前のグループと重ならないケースを想定する。この時、$t\in[S_{k-1}, S_k]$である。通勤者と鉄道企業の最適化行動によって実現する需給均衡解は、到着時刻に関わらず一定の均衡効用水準が得られる、という通勤者の均衡条件を満たすものの中で、鉄道費用の費用を最小化するものであり、以下の最適制御問題の解で

---

[1] *Key Words:* ＴＤＭ・公共交通運用・交通行動分析

[2] 正会員　工博　広島大学助教授　工学部建設系（〒739 東広島市鏡山1-4-1) Tel & Fax:0824-24-7827

[3] フェロー会員　中央復建コンサルタンツ（〒532 大阪市淀川区西宮原1丁目8-29-35) Tel:06-393-1135, Fax:-1145

[4] 正会員　工博　京都大学教授　大学院工学研究科（〒606-01 京都市左京区吉田本町) Tel & Fax:075-753-5071

ある。

$$\max_{\alpha(t)} \ \{-\int_{S_{k-1}}^{S_k} \zeta_0(\alpha(t))^{\xi} dt\} \tag{4}$$

$$s.t. \ \dot{s}(t) = \frac{c}{\eta} s(t)^{(\eta-1)} \ \ if \ \ s(t) > 0 \tag{5}$$

$$\dot{M}(t) = s(t)\alpha(t) \tag{6}$$

$$M(S_{k-1}) = 0, \quad M(S_k) = N_k \tag{7}$$

$$0 \le s(t) \le \bar{s} \tag{8}$$

以上の問題は$\alpha(t)$ を操作変数、$s(t), M(t)$ を状態変数とする最適制御問題であり、ポントリャーギンの最大値原理より解析解を誘導できる。

$$\alpha(t) = \left(\frac{\mu}{\zeta_0(1+\theta)}\right)^{\frac{1}{\theta}} (c(t - S_k + T_1))^{\frac{1}{\eta\theta}} \tag{9}$$

$$s(t) = (c(t - S_k + T_1))^{\frac{1}{\eta}} \tag{10}$$

$$\mu_1 = \zeta_0(1+\theta)c^{-\frac{1+\theta}{\eta}} \left(\frac{N_k}{\eta\theta\psi\left[T_1^{\frac{1}{\eta\theta\psi}} - (T_1 - S_k + S_{k-1})^{\frac{1}{\eta\theta\psi}}\right]}\right)^{\theta} \tag{11}$$

ただし上式は区間 $t \in [max(S_{k-1}, T_1), S_k]$ において成立し、$T_1 = \bar{s}^{\eta}/c, \theta = \xi - 1, \psi = 1/(1+\theta+\eta\theta)$ である。この時、グループ kに対する総効用 TU_1^k、総費用 TC_1^k、及び総効用から総費用を差し引いた社会的厚生水準 $W_1^k = TU_1^k - TC_1^k$を以下のように求めることができる。

$$TU_1^k = -N_k\bar{s}^{\eta} - cN_k(S_K - S_k + \omega) \tag{12}$$

$$TC_1^k = \frac{\mu_1 N_k}{(1+\theta)} \tag{13}$$

$$W_1^k = TU_1^k - TC_1^k \tag{14}$$

(3) 鉄道輸送力の規制(TSM 計画)問題

通勤者の行動は混雑という外部不経済を発生するために、以上の均衡が社会的に最適である保証はない。そこで家計の自由な行動を許しながら鉄道企業の運行スケジュールを規制して、社会的厚生水準を改善する。この問題は、先の問題と同じ制約条件 (5) ~ (8) のもとで次の社会的総余剰を最大化する問題となる。

$$\max_{\alpha(t)} \{-N_k s(S_k)^{\eta} - \int_{S_{k-1}}^{S_k} \zeta_0(\alpha(t))^{\xi} dt\} \tag{15}$$

ポントリャーギンの最大値原理を用いれば、時刻別輸送力と混雑率は先の問題と同様に式 (9),(10) で与えられる。ただし、$(S_k - S_{k-1})$ が次式の T_2より小さい場合には、μの値を陽な形で求めることはできず、数値計算に頼る必要がある。

$$T_2 = (\eta\psi)^{-\frac{\eta}{1+\eta}} (N_k/\theta)^{\frac{1}{\phi}} c^{\left(\frac{1}{\phi}-1\right)} \zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{16}$$

ただし、$\phi = (1+\eta)(1+\theta)/(\eta\theta)$ である。この場合においても、数値計算によってグループ kに対する総効用 TU_2^k、総費用 TC_2^k、及び社会的厚生水準 $W_2^k = TU_2^k - TC_2^k$を一意に求めることができる。

(4) 通勤者の出発時刻のコントロール(TSM + TDM 計画)問題

さらに、時刻別運賃などを通して通勤者の行動を直接コントロールできれば、社会的厚生水準を改善できる。この問題も、次のような目的関数を持つ最適制御問題として定式化される。

$$\max_{\alpha(t), s(t)} \{\int_{S_{k-1}}^{S_k} (s(t)\alpha(t)[-s(t)^{\eta} - c(S_k - t)] - \zeta_0\alpha(t)^{\xi}) \, dt\} \tag{17}$$

この場合、通勤者の均衡条件 (5) を考慮する必要がなく、$\alpha(t)$ の他に $s(t)$ も操作変数と考えることができる。よって制約条件は (6) ~ (8) である。ポントリァーギンの最大値原理により、時刻別の輸送力、混雑率は以下のように求められる。

$$\alpha(t) = \left(\frac{\eta}{(1+\theta)\zeta_0}\right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{c(t - S_k + T_3)}{1+\eta}\right)^{\frac{1+\eta}{\theta\eta}} \tag{18}$$

$$s(t) = \left(\frac{c(t - S_k + T_3)}{\eta + 1}\right)^{\frac{1}{\eta}} \tag{19}$$

ただし T_3は以下の式を満足する値に一意に定まる。

$$T_3^{\phi} - (T_3 + S_{k-1} - S_k)^{\phi} = \phi\left(\frac{(1+\theta)\zeta_0}{\eta}\right)^{\frac{1}{\theta}} N_k \left(\frac{1+\eta}{c}\right)^{\phi-1} \tag{20}$$

さらに、数値計算によってグループ kに対する総効用 TU_3^k、総費用 TC_3^k、及び社会的厚生水準 $W_3^k = TU_3^k - TC_3^k$を一意に求めることができる。

3. 時差出勤制度下の出勤時刻分布

以下では始業開始時刻が分割されているケースに対して、前章の3つのモデルを適用し、通勤者の到着時刻分布と総効用、総費用及び社会的厚生水準の値を求める。

(1) 始業時刻の差が大きい場合

始業時刻の隣り合う2つのグループ N_k,N_{k+1}（人）を考える。設定された時差が大きい場合には、図-1の(a)のように、時刻 S_kの後、通勤が行なわれない時間帯を挟んで、時刻 $S_{k+1}-T_{k+1}$から始業時刻の遅いグループの通勤が行なわれる。このような場合の総効用、総費用及び社会的厚生水準の値は、各グループごとに前章のモデルを適用して求めた値の和となる。

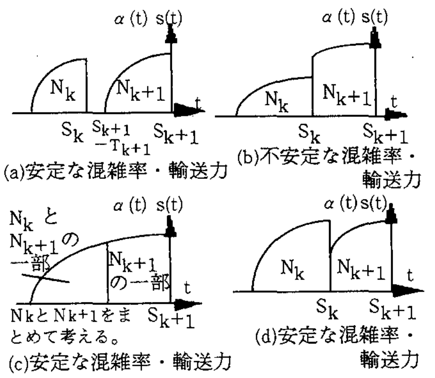
なお、早いグループの始業時刻 S_kを時刻 $S_{k+1}-T_{k+1}$まで後ろへずらすことによって、早いグループのスケジューリングコストを、$(c-e)N_k(S_{k+1}-T_{k+1}-S_k)$（円）だけ節約することができる。

(2) 始業時刻の差が小さい場合

設定された始業時刻の時差が小さい場合には、早いグループの始業時刻 S_kの直後から、次のグループの通勤者の到着が起こる。通勤者の自由な行動を許している輸送力計画モデルでは、前章で述べたグループ内の均衡条件に加えて、グループ間での均衡条件を考慮する必要がある。すなわち、通勤者の均衡状態においては、時刻 S_kの右側の混雑率が、左側の混雑率を上回ることはない。もし右側の混雑率が高い場合(図-1の(b))には、N_{k+1}のグループに含まれる通勤者は、時刻 S_k以前に到着することにより混雑を避け、自己の効用を高めることが可能である。このような移動の結果、2つのグループの通勤時間帯は一体化し、その全ての時刻において効用水準が一定となるような状況が出現する(図-1の(c))。

この状況での輸送力と混雑率は、2つのグループの総人数 $N_{k+1}+N_k$（人）をまとめて一つのグループと考え、時刻 S_{k+1}を起点に前章のモデルを適用することにより求めることができる。ただし、N_k人に対して始業時刻が $S_{k+1}-S_k$だけ早く設定されているので夕刻の帰宅が早くなり、効用は $N_k e(S_{k+1}-S_k)$（円）増加する。

なお、均衡モデルでは時刻 S_kの左側の混雑率は $\bar{s}$に等しく、右側混雑率がこれを上回らないという条件は自動的に満足される。また、鉄道企業の総費用最小化を仮定している均衡モデルでは、時刻 S_kの右側の輸送力が、左側の輸送力を上回ることはないという条件が必要となる。この条件を満足する場合に限り、図-1の(d)のような段差のあるパターンが実現する。



図－1　2つのグループの混雑率・輸送力の関係

鉄道企業の輸送力、通勤者の行動の双方をコントロールできる状況下においても、ある時刻をはさんで右側の混雑率、輸送力が高ければ、それを調整することにより効用水準の改善と輸送費の節約が可能である。よって左側の混雑率、輸送力が高いという条件が満足される場合には図-1の(d)のようなパターンが実現し、条件が満足されない場合には図-1の(c)のようなパターンが実現する。

(3) 3つ以上の始業時刻が設定されている場合

始業時刻が3つ以上に分割されている場合でも、上述の判定方法を繰り返し適用すれば均衡解、TSM政策下、TSM+TDM政策下の最適解を求めることができる。具体的な計算手順を示す。

(1) 始業時刻の最も遅いグループを配分対象グループ (i) とする。(2) 今回の配分対象グループの総人数を $N_{(i)}=\sum_{k\in(i)}N_k$とする。(3) 対象グループの最遅始業時刻を最遅到着時刻 $S_{(i)}$とし、未対象グループの最遅始業時刻を最早到着時刻 $S_{(i-1)}$とする。(4) 2章のモデルを用い、対象グループを $S_{(i-1)}\sim S_{(i)}$間に配分し、時刻別の混雑率 $s(t)$、輸送力$\alpha(t)$を計算する。(5) 最遅到着時刻 $S_{(i)}$の左側における混雑率、輸送力を、前回の配分で得られた右側の値と比較する。右側値が大きければ(6)へ、左側値が大きければ(7)へ進む。(6) 右側値が大きいならば当該人数

$N_{(i)}$は一つ前のグループ $N_{(i-1)}$と合わせて配分する必要がある。グループ $k \in (i-1)$ と $k \in (i)$ を対象グループとして (2) へ戻る。(7) 左側値が大きければ前回配分したグループ $N_{(i-1)}$の到着時刻分布を確定できる。総費用にモデルによる $TC(N_{(i-1)})$ (円) を、総効用にモデルによる時刻 $S_{(i-1)}$を基準とする効用 $TU(N_{(i-1)})$ (円) を加える。さらに$-N_{(i-1)}c(S_K - S_{(i-1)}) + \sum_{k\in(i-1)} N_k e(S_{(i-1)} - S_k)$ (円) を加算する。この第 1 項は効用を時刻 S_Kを基準とする数値に補正するもの、第 2 項は始業時刻が早く設定され、帰宅時に余裕が生じる効果を加算するものである。(8) 対象グループが最早のグループならば、総費用に $TC(N_{(i)})$ を、総効用に $TU(N_{(i)}) - N_{(i)}c(S_K - S_{(i)}) + \sum_{k\in(i)} N_k e(S_i - S_k)$ を加算して計算終了、未配分グループがあれば、そのうちの最も始業時刻の遅いグループを対象グループとして (2) へ戻る。

以上で得られた総効用の合計から総費用の合計を差し引くことにより、時差出勤制度下の社会的厚生水準を求めることができる。

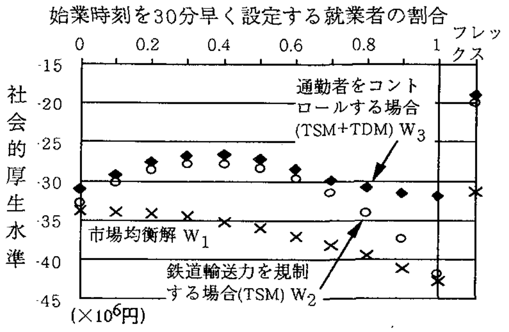
(4) フレックスタイム制度の意義

時差が小さい場合、到着時刻分布は始業時刻設定の影響を受けないから、始業時刻に時差を与えた影響は、到着後始業までの待ち時間が小さくなることによって生じる。この効果を最大限に追求することを考える。スケジュールコストを最小とするには、通勤者の自由な行動の結果実現する到着時刻分布に適合するように、個人ごとの始業時刻を設定すればよい。

これは全員がフレックスタイム制度を活用している状況に他ならない。この場合の混雑率と出発時刻分布の計算も、前章のモデルにより可能である。ただし、通勤者は自宅出発時刻のスケジュールコストから夕刻への影響を割り引いて考慮するから、cの代わりに $(c-e)$ を用いて計算を行う。

4. 数値計算例

$c = 15$ (円/分) ,$e = 10$ (円/分) , $N = 60000$ (人) , $\eta = 1.5, \theta = 3, \zeta_0 = 10^9$ (円/分), $\bar{s} = 6$ と設定して数値計算を行なった。図-2 は一部の通勤者の始業時刻を 30 分早めるという時差出勤施策について、早める通勤者数の比率を変えて社会的厚生水準の変化を調べたものである。図の右端はフレックスタイム制度下の厚生水準を示している。



図－2　時差出勤による社会的厚生水準の変化

一斉始業のケースと同じく、$W_1 \leq W_2 \leq W_3$が成立している。市場均衡解では始業時刻の分割により社会的厚生水準は悪化する。これは輸送費用の節約が優先されるためである。W_2、W_3については、約 4 割の通勤者の始業時刻を早めることにより最大の厚生水準が得られ、一斉始業下での他の TSM 施策、TDM 施策の効果よりも大きい。さらにフレックスタイム制度を最大限活用したときの効果は、時差出勤の効果を大きく上回ることが確認できる。

5. おわりに

本研究は通勤鉄道サービス市場に関する部分均衡論的モデルを拡張し、始業時刻が異なる通勤者が存在する場合の市場均衡解と社会的厚生の最適解を求める方法を提案した。これにより時差出勤やフレックスタイム制が鉄道通勤交通に及ぼす効果を計量化し、TSM、TDM 効果との比較をすることができた。今後は、フレックスタイム制度の普及率による TSM、TDM 効果の違いの分析、実路線を対象とする分析を行いたい。

参考文献

1) 小林潔司・奥村誠・永野光三:鉄道通勤交通における出発時刻分布に関する研究、土木計画学研究・論文集、No.14, (登載決定) ,1997.
2) 加藤寛一郎: 工学的最適制御、東京大学出版会, 1988.