【土木計画学研究・講演集　No.20(2)　1997年11月】

縦列収受方式を導入した料金所の処理能力に関する理論的研究*
Theoretical Study on the Capacity of a Tandem Toll Booth

松井　寛**・藤田素弘***・長瀬正紀****
By Hiroshi Matsui, Motohiro Fujita & Masaki Nagase

1．はじめに

都市高速道路の料金所における渋滞対策の１つとして、縦列収受方式の導入が考えられている。縦列収受方式とは、料金所のトールアイランドを延長して、２つのブースを直列に配置することによって、同時に２台の車の料金収受を行う方式である。この方式では新たな用地拡幅の必要がなく、また建設コストも比較的安価に済むことから、既設の料金所などの容量増強策として採用される例がみられる。

ところで、縦列収受方式の料金所の処理能力については、経験的にはある程度のことが判っているけれども、理論的に解明した研究例はきわめて少ない。Hallら（1983）[1]は縦列収受方式の処理能力を時空間座標を用いて解析し、これをゴールデンゲート橋の料金所に適用した結果、単一収受方式に比べて15～25％の容量増加が見込めることを明らかにした。ただ縦列収受方式にも後述するように種々の運用方式があって、それによって処理能力も変わってくるが、この点については考慮されていない。

本研究では、待ち行列理論とシミュレーション手法を援用しながら、縦列収受方式による料金所の処理能力を理論的に解明することを目的としている。なお一般的に料金所の交通容量は料金支払い方法や車種構成によっても影響を受けるので、本研究では単一収受方式との対比によって縦列収受方式の交通容量を算定する方法をとることにしている。

2．待ち合せ理論を用いた理論的考察

ここでは縦列収受方式を導入した料金所の処理能力について待ち合せ理論[2]を用いて考察する。本研究では料金所の交通容量を求めることを目的としていることから、料金所前には途切れなく待ち行列が存在する飽和状態を想定する。先行車のサービス終了後、後続車がブース（窓口）まで到着するまでの移動時間と料金収受時間の合計をサービス時間と定義し、ここではランダムサービスを仮定する。また単一収受方式と縦列収受方式のサービス時間分布は同一と仮定する。以上の前提のもとで、単一収受方式と比べた縦列収受方式の交通容量を明らかにする。

平均サービス率をμとすると、微少時間Δt中に１台のサービスが終了する確率は$\mu\Delta t$で与えられる。なおΔt中に２台以上のサービスが終る確率は無視できるものとする。窓口の状態を、車がサービス中の状態を１，サービス済みの状態を２，窓口が空いている状態を０で表わし、後ブース，前ブースの順に２桁の数値で状態を表現する。ブース間に待ちスペースがある場合には、後ブース，待ちスペース，前ブースの順で同様に表現する。

（１）待ちスペースのない場合[3]

ブース間に待ちスペースがない場合は、システムの状態は10, 11, 21の３通りである。時刻tから時刻$t+\Delta t$にかけてのシステムの状態の変化とその確率は表－１に示す通りである。

これより以下の状態方程式が成立する。

$$\left.\begin{aligned}
P_{10}(t+\Delta t) &= (1-\mu\Delta t)P_{10}(t) \\
&\quad +\mu\Delta t P_{11}(t) \\
P_{11}(t+\Delta t) &= (1-2\mu\Delta t)P_{11}(t) \\
&\quad +\mu\Delta t P_{10}(t)+\mu\Delta t P_{21}(t) \\
P_{10}(t+\Delta t) &= (1-\mu\Delta t)P_{10}(t) \\
&\quad +\mu\Delta t P_{11}(t)
\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

ここに$P_{ij}(t)$（$i=1, 2,\ j=0, 1$）は時刻tに

---

*　キーワード：縦列収受，高速道路，料金所
**　フェロー会員　工博　名古屋工業大学工学部教授
（〒466　名古屋市昭和区御器所町　Tel　Fax 052-735-5481）
***　正会員　工博　名古屋工業大学都市循環システム工学専攻助教授
（〒466　名古屋市昭和区御器所町　Tel　Fax 052-735-5492）
****正会員　工修　名古屋市計画局技師
（〒460-08　名古屋市中区三の丸三丁目一番一号　Tel 052-972-2712）

表－１　システム状態の変化と確率

t+Δt ＼ t	10	11	21
10	$1-\mu\Delta t$	$\mu\Delta t$	
11	$\mu\Delta t$	$1-2\mu\Delta t$	$\mu\Delta t$
21		$\mu\Delta t$	$1-\mu\Delta t$

後ブースの状態がｉ，前ブースの状態がｊとなる確率である。ここで定常状態を考えると

$$\left.\begin{aligned}&-\mu P_{10}+\mu P_{11}=0\\&-2\mu P_{11}+\mu P_{10}+\mu P_{21}=0\\&-\mu P_{21}+\mu P_{11}=0\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

さらに

$$P_{10}+P_{11}+P_{21}=1\qquad(3)$$

が成立するから、式（２）と式（３）の連立解として結局

$$P_{10}=P_{11}=P_{21}=1/3\qquad(4)$$

が導ける。システム状態が11のときは２台がサービス中、10, 21のときは１台がサービス中であることから任意の時点でサービスを受けている平均数は

$$1\times P_{10}+2\times P_{11}+1\times P_{21}=4/3\qquad(5)$$

となる。単一収受方式では常に１台がサービスを受けていると考えられるから、これと比べると、縦列収受方式の場合はその1.33倍となる。

（２）ブース間に待ちスペースがある場合

ブース間に１台分の待ちスペースがある場合は、システムの状態としては100, 101, 111, 121, 211, 221の６通りが考えられ、さらに車の誘導方法として、待ちスペースでサービス待ちをさせない場合（運用１）と、前から順に詰めていき、待ちスペースでもサービス待ちをさせる場合（運用２）の２通りが考えられる。運用１の場合は100, 101, 121, 221の４通り、運用２の場合は前述の６通りすべてが考えられる。先と同様に状態方程式を立て、その定常解を求めたところ、平均サービス数は運用１、運用２いずれも同じ10／7台となる。すなわち、単一収受方式に比べて、1.43倍となることがわかる。

同様にして、ブース間に２台分の待ちスペースがある場合（実際の料金所にはこのケースが多い）を考えると、システムの状態は1000, 1001, 1011, 1021, 1111, 1121, 1211, 1221, 2111, 2121, 2211, 2221の12通りが考えられる。さらに車の誘導方式にも

表－２　待ち行列理論による結果

待ちスペース	誘導方法	単一収受との容量比
なし		**1.33**
１台分	運用１	**1.43**
	運用２	**1.43**
２台分	運用１	**1.47**
	運用２	**1.54**
	運用３	**1.50**
	運用４	**1.50**

幾通りかが考えられ、待ちスペースでサービス待ちをさせない場合（運用１），待ちスペースで１台サービス待ちを認める場合（運用２），待ちスペースで２台のサービス待ちを認める場合（運用３），１台おきに前後ブースに振り分ける場合（運用４）の４通りがある。システムの状態は、運用１では1000, 1001, 1021, 1221, 2221の５通り、運用２では1000, 1001, 1011, 1021, 1121, 1211, 1221, 2121, 2211, 2221の10通り、運用３では前述の12通り、運用４では1000, 1001, 1121, 2221の４通りである。

先と同様に状態方程式を立て、単一収受方式と比べた処理能力を求めると、運用１では1.47倍、運用２では1.54倍、運用３及び４では1.50倍となった。

以上の結果を表－２に示す。これによってブース間の待ちスペースの有無や、車の誘導方法によって交通容量が変化することが明らかになった。

以上では指数型サービス時間分布を考えていたが、一定サービス時間と仮定した場合について触れておきたい。一定サービスの場合、定常状態においては待ちスペースのない場合のシステムの状態は11以外にはあり得ない。待ちスペースがある場合でも移動時間の違いを考えなければ、２台同時にサービス開始し、２台同時にサービスを終了するという繰り返しとなる。したがって容量は単一収受方式に比べて２倍となることがわかる。またサービス時間をアーラン分布と仮定した場合は、アーラン分布の性質から容量はランダムサービスの場合の値（表－２参照）と一定サービスの場合の値（２倍）の中間の値をとることがわかる。

３．シミュレーションによる解析

前章ではサービス時間が単一収受方式でも縦列収受方式でも同一であるとみなしてきた。しかし現実

には縦列収受方式の場合はサービスを受けるブースまでの移動距離が平均的にみて長くなると考えられる。そこでここではサービス時間の違いに注目しながら、シミュレーションによって改めて縦列収受方式の容量解析を行う。なお実際に供用中の料金所では、ブース間に乗用車2台分相当の待ちスペースを設けていることが多いので、以下のシミュレーションでは2台分の待ちスペースのある場合に限定して実行することにする。

先に述べた4通りの運用方式別にプログラムをN88－BASICで作成し、シミュレーション単位数は10000台とし、乱数系列を変えて2個ずつ実行する。

(1) サービス時間分布の観測結果

シミュレーションの実行にあたって必要となるサービス時間分布を、実際の料金所でのビデオ撮影によって観測した。観測場所は名古屋高速道路楠料金所で、観測は1995年10月30日（月）7：30～9：30と同年12月21日（木）8：00～9：00の2回行っている。なおサービス時間の計測は、サービスを受けるブースへの移動が可能となった時点から、料金収受が終了しブースを離れる瞬間までをサービス時間とし、車がブース前に停止するまでを移動時間、停止してから料金収受が終了し、ブースを離れるまでを料金収受時間として分け、それぞれビデオの再生画像からストップウォッチで1／100秒単位で計測している。

12月21日の観測から得られた計826台分の計測結果から、移動台数別，前後ブース別に集計した移動時間，料金収受時間，サービス時間の各平均値を表－3に示す。

料金収受時間は移動台数による影響を受けないと考えられるから、ここでは全車が同一の分布に従うと考える。カイ2乗検定の結果、平均3.58秒の指数分布に最も適合した。一方移動時間分布については、移動台数別，前後ブース別に平均値に差はみられるものの、データのバラツキはそれほど大きくないため、シミュレーションにおいては、移動台数別，前後ブース別に表－3に示した平均移動時間をそのまま用いることとした。したがってサービス時間は指数分布で与えられる料金収受時間と、移動台数別，前後ブース別にとった一定値との合計値として計算されることになる。

表－3　移動距離・ブース別平均サービス時間

移動台数	(秒)	前ブース	後ブース	計
1台分	平均移動時間	3.31	5.03	4.74
	平均収受時間	3.53	4.68	4.48
	平均総時間	6.85	9.71	9.22
2台分	平均移動時間	5.39	7.81	7.44
	平均収受時間	3.34	3.57	3.54
	平均総時間	8.73	11.37	10.98
3台分	平均移動時間	6.17	11.22	7.37
	平均収受時間	4.31	3.56	4.13
	平均総時間	10.48	14.79	11.50
4台分	平均移動時間	7.60	8.66	7.60
	平均収受時間	3.32	4.37	3.32
	平均総時間	10.91	13.03	10.92
全　体	平均移動時間	7.05	7.56	7.31
	平均収受時間	3.41	3.75	3.58
	平均総時間	10.44	11.26	10.86

表－4　移動時間分布を取り入れたシミュレーション結果

	運用1	運用2	運用3	運用4
平均サービス時間(秒)	10.74	9.74	9.51	10.29
5分間平均処理台数(台)	47.2	56.2	56.8	51.9
単一収受との処理能力比	1.15	1.37	1.38	1.26

(2) シミュレーションの結果

シミュレーションの結果を表－4に示す。表中の値は、先の待ち合せ理論による理論解に比べてやや小さい値となっている。これは前述のとおり縦列収受の場合は単一収受の場合に比べてサービス時間が長くなることによって交通容量が低下するためであり、むしろこの結果は後述する実際の観測値に近い値となっている。また、シミュレーションでは移動時間を移動台数別，前後ブース別に一定としたが、これを分布型（アーラン分布）で与えても、シミュレーション結果には大きな差を生じなかった。一方運用方法による比較によれば、処理能力の高い順に運用3，運用2，運用4，運用1となっている。運用3と運用1とでは2割近い差が生じている。これらより、運用方式によっても縦列収受方式の容量は、影響され、ブース間でサービス待ちをさせる方式が容量を増加させる点で優れていることがわかった。

4. 観測による処理台数の計測

10月30日にビデオ撮影した観測結果に基づいて、縦列収受レーン(第5レーン)と単一収受レーン(第6レーン）の処理台数を比較する。なおこの日の縦

列収受レーンでの車の誘導は運用２に近い形で行われていた。料金所前に行列が形成され始めた8：14から計測を始めて５分ごとに台数を記録し、行列が消滅する直前までの35分間の第５レーンと第６レーンの処理台数の比を表－５に示す。これによれば、縦列収受方式は単一収受方式に比べて平均約1.35倍の処理台数のあることが認められた。同様に12月21日の観測結果に基づいた分析では、1.20倍となり、10月30日の結果と10％以上の差が付いている。この原因としては、12月21日の車の誘導方式は運用１に近い形で行われていたためと思われ、このように車の誘導方法によって縦列収受方式の処理能力にかなりの差が生じることが確認できた。

次に、表－６は10月30日の7：00～9：00の２時間に車両検知器によって計測された５分単位，10分単位，20分単位，30分単位，１時間単位の最大ピーク交通量を単一収受，縦列収受別に示したものである。なお全６レーンのうち第４，第５レーンが縦列収受方式、その他は単一収受方式である。表の最下欄には縦列収受と単一収受のそれぞれの最大交通量の比を計測単位ごとに示してあるが、1.31倍から1.36倍の値となっており、これは前述のシミュレーションの運用２の結果とほぼ同様の値となっている。

表－５　観測による５分間処理台数（楠料金所；95年10月30日）

［台］

	第5レーン（縦列）	第6レーン（単一）	比
8：14～8：19	54	42	1.29
8：19～8：24	60	45	1.33
8：24～8：29	56	40	1.40
8：29～8：34	55	48	1.15
8：34～8：39	49	38	1.29
8：39～8：44	61	41	1.49
8：44～8：49	55	35	1.57
全　体	390	289	1.35
平　均	55.7	41.3	1.35

表－６　ピーク最大処理交通量の比較

［台］

	5分間	10分間	20分間	30分間	1時間
単一収受	45	87	169	256	423
縦列収受	61	115	227	336	605
処理量比	1.36	1.32	1.34	1.31	1.34

５．まとめ

本研究で得られた結論は次のとおりである。

１）収受方式にかかわらず同一のランダムサービス時間を仮定した待ち合せ理論に基づく解析結果から、単一収受方式に比べて縦列収受方式の交通容量は、1.33～1.54倍の範囲の値をとることが証明できた。ただ実際のサービス時間は縦列収受方式の方が長くなると思われるので、上記の値はやや過大な値と考えられる。

２）サービス時間の違いを考慮したシミュレーション結果によれば、２台分の待ちスペースがある場合は、車の誘導方法によって、1.15～1.38倍の値をとることが明らかとなった。この値は実際の観測値とほぼ等しく、よってシミュレーションによって現実に近い状態が再現できることがわかった。

３）縦列収受方式を導入した料金所の交通容量は、ブース間の待ちスペースの有無，車の誘導方式によって変化することが理論的にも観測結果からも裏付けられた。効率性からいえば、２台分の待ちスペースがある場合（実際に多いケース）には、ブース間の待ちスペースでサービス待ちをさせるように車を順に先送りする運用方式が優れており、この場合には単一収受方式に比べて1.35　倍程度の交通容量が期待できることがわかった。

最後に、本研究の遂行にあたり名古屋高速道路公社及び名古屋高速道路協会の方々に多大なご協力をいただいた。ここに感謝の意を表します。

参考文献

１）Hall R. W. and Daganzo C. F.：Tandem Toll Booth for the Golden Gate Bridge. Transportation Reseach Record 905. pp7～14，1983

２）宮脇一男，長岡崇雄，毛利悦造：待ち合わせ理論とその応用，日刊工業新聞社，1961

３）長瀬正紀，松井　寛，藤田素弘：縦列収受料金所の処理能力に関する研究第15回交通工学研究発表会論文報告集，pp101～104，1995