【土木計画学研究・講演集 No.20(2) 1997年11月】

計画開始時刻を考慮した公共バースの割当法*

A Berth Allocation Problem in a Public Berth System with Consideration of the Starting Time of Planning Horizon

今井昭夫**、西村悦子***

Akio IMAI, Etsuko NISHIMURA

1. はじめに

近年、日本の港湾コストが近隣のアジア諸国のそれに比べて割高であることが指摘されている。このような国際間のコストの比較は為替の関係もあり慎重な分析が必要であるが、複数の国の物流施設の選択を行う場合、そのような為替の問題など関係なく、まさにボーダレスの（機能的な差がなければ）純粋なコスト比較で行われる。したがって、仮に日本の港湾がハブとして生き残るには、またそれとは関係なく物流コスト低減のためには、港湾コストの低減が重要になる。

ところで港湾コストの低減には、主要港湾でみられる公社ふ頭の船社への専用貸しを無くし、バースを在来船のように公共利用することが必要であろう。昨年われわれが行った調査では、神戸港のバース利用率は決して高くない。したがって公共形式にして船とバースの割当を動的にすれば、バース利用率が上がり、港湾コストも下がる。

しかしながらこのバースと船の割当は決して容易な計画ではない。そこで本研究では船の入港時刻と計画開始時刻の関係を考慮した、バース割当法を検討する。

2. 既往の研究

バースの割当に関する既存の研究はいくつかある。その中でも公共的なバースを想定した研究としては、Brown ら[1, 2]の研究がある。これは軍港における戦闘艦艇の係留割当計画に関するものである。基本的には複数のバースと複数の船の割当であり、公共の商港と同じ計画である。しかしこれらの研究では、商港であまりみかけない係留後の係留先の移動や、船が利用するバース設備の優劣が評価尺度になっており、商港には不向きな計画手法である。

永岩ら[4]は公共コンテナバースに対する割当法を検討した。ここでは計画開始時点以前に全対象船が入港している。つまりバースが空きになり、これから対象船を係留させるときに、全対象船がバース空きになる以前に入港済みである条件での割当法を検討している。また今井ら[3]はこの割当法を用いて、船の荷役能率と、係留待ちをしている後着の船が先着の船より先にバースに係留されるときの不満を考慮した2目的バース割当法を検討している。

これらの研究で用いている割当法では、対象船舶が計画開始時刻にすでに入港していることが前提である。しかしこのような状況はバース数に比べて入港船が極めて多い状態であり現実にはまれである。そこで本研究ではより現実的なバース割当が行えるように、船の到着が必ずしも計画開始時刻以前ではない場合のバース割当法を検討する。

3. 問題の定式化

バース割当の評価は文献4でさまざまなものが検討されているが、バースの公共性の点から総在港時間（つまり各船のバース待ち時間と荷役時間の合計の総和）の最小化が適切であると考えられる。

荷役時間に関しては公共形式の場合、おそらく各バースとも同一性能の機器を用意すると考えられ、バースごとに荷役時間は異ならないと考えられる。しかし動的にバースと船の割当を決定するため、必ずしもある船の荷役するコンテナが当該船舶の係留

---

*：キーワード：ターミナル計画、港湾計画

**：正会員、神戸商船大学輸送システム工学講座
（〒658 神戸市東灘区深江南町５－１－１）
***：学生会員、神戸商船大学大学院
輸送情報システム工学専攻

バース近傍に蔵置されるとは限らないであろう。このような場合、荷役方式にもよるが、船の係留バースが異なれば荷役時間に差がでてくると考えられる。したがって本問題は式（1）－（6）のような一種の割当問題になる。ここで、

$i\ (=1,\cdots,I) \in B$：バース番号

$j\ (=1,\cdots,T) \in V$：船番号

$k\ (=1,\cdots,T) \in O$：係留順序（当該対象時間内での）

C_{ij}：船 j がバース i で行う荷役のための係留時間

P_k：k までの順番の集合

A_j：船 j の到着時刻

S_i：前計画期間からバース i にいる船が出港し、本計画期間内でバース i が空きになる時刻

W_i：バース i の計画開始時刻以降の到着船の集合

x_{ijk}：もし船 j がバース i で k 番目に係留されるとき１、そうでないとき０である０－１整数変数

y_{ijk}：船 j がバース i の k 番目の船として係留される直前での、バース i の空き時間。これはスラック変数である。

$$
\begin{aligned}
\text{Minimize} \quad & \sum_{i \in B}\sum_{j \in V}\sum_{k \in O}\{(T-k+1)C_{ij}+S_i-A_j\}x_{ijk}+ \\
& \sum_{i \in B}\sum_{j \in W_i}\sum_{k \in O}(T-k+1)y_{ijk} && (1) \\
\text{Subject to} \quad & \sum_{i \in B}\sum_{k \in O}x_{ijk}=1, \quad \text{for all } j \in V && (2) \\
& \sum_{j \in V}x_{ijk} \leqq 1, \quad \text{for all } i \in B, k \in O && (3) \\
& \sum_{l \in V}\sum_{m \in P_k}(C_{il}x_{ilm}+y_{ilm})+y_{ijk}-(A_j-S_i)x_{ijk} \geqq 0, \\
& \qquad \text{for all } i \in B, j \in W_i, k \in O && (4) \\
& x_{ijk} \in \{0,1\}, \quad \text{for all } i \in B, j \in V, k \in O && (5) \\
& y_{ijk} \geqq 0 \ \&\ \text{integer}, \quad \text{for all } i \in B, j \in V, k \in O && (6)
\end{aligned}
$$

制約式（2）は各船が必ずいずれかのバースに１回係留されることを保証し、式（3）は各バースで、ある時点ではただ１隻しか係留できないことを意味する。式（4）は船の入港後にバース i に係留されることを保証する。ここでもしバース i に係留中の $(k-1)$ 番目の船が出港した後に、当該バースに k 番目の係留予定船 j が入港する場合、スラック変数 y_{ijk} は正になり、逆に $(k-1)$ 番目の船が出港する前に k 番目の船 j が入港したならば、$y_{ijk}=0$ になる。

ここで最適解ではすべての船がいずれかのバースにただ１度だけ係留されなければならないので、集合 O の位数（cardinality）である T は船の隻数 T と等しくなければならない。

また解は最適性を失うことなく、次のように解釈されて変換されるものと考える。つまり、もし各バースへの割当が不連続なとき、たとえば、$x_{1\cdot1}=0$、$x_{1\cdot2}=0$、$x_{133}=1$、$x_{114}=1$（ここで $x_{1\cdot1}$ とはバース１に１番目に割当られるすべての船の決定変数のこと）であれば、割当順序を前へシフトして、$x_{112}=1$、$x_{131}=1$ と解釈すればよい。

4．緩和問題

本問題をラグランジュ緩和問題を使った劣勾配法で近似的に解くが、この緩和問題は元問題から式（4）を緩和した以下の問題となる。

$$
\begin{aligned}
\text{Minimize} \quad & \sum_{i \in B}\sum_{j \in V}\sum_{k \in O}\{(T-k+1)C_{ij}+S_i-A_j\}x_{ijk}- \\
& \sum_{i \in B}\sum_{j \in W_i}\sum_{k \in O}\lambda_{ijk}(S_i-A_j)x_{ijk}+ \\
& \sum_{i \in B}\sum_{j \in W_i}\sum_{k \in O}(T-k+1-\lambda_{ijk})y_{ijk}- \\
& \sum_{i \in B}\sum_{j \in W_i}\sum_{k \in O}\lambda_{ijk}\sum_{l \in V}\sum_{m \in P_k}(C_{il}x_{ilm}+y_{ilm}) && (7) \\
\text{Subject to} \quad & \sum_{i \in B}\sum_{k \in O}x_{ijk}=1, \quad \text{for all } j \in V && (8) \\
& \sum_{j \in V}x_{ijk} \leqq 1, \quad \text{for all } i \in B, k \in O && (9) \\
& x_{ijk} \in \{0,1\}, \quad \text{for all } i \in B, j \in V, k \in O && (10) \\
& y_{ijk} \geqq 0 \ \&\ \text{integer}, \quad \text{for all } i \in B, j \in V, k \in O && (11)
\end{aligned}
$$

ここで λ_{ijk} はラグランジュ乗数である。

y_{ijk} は制約式に現れていないので冗長である。したがって目的関数を整理すると問題は次のようになる。

$$
\begin{aligned}
\text{Minimize} \quad & \sum_{i \in B}\sum_{j \in V}\sum_{k \in O}\{(T-k+1)C_{ij}+S_i-A_j\}x_{ijk}- \\
& \sum_{i \in B}\sum_{j \in W_i}\sum_{k \in O}\lambda_{ijk}(S_i-A_j)x_{ijk}- \\
& \sum_{i \in B}\sum_{j \in W_i}\sum_{k \in O}\lambda_{ijk}\sum_{l \in V}\sum_{m \in P_k}C_{il}x_{ilm} && (12) \\
\text{Subject to} \quad & \sum_{i \in B}\sum_{k \in O}x_{ijk}=1, \quad \text{for all } j \in V && (13) \\
& \sum_{j \in V}x_{ijk} \leqq 1, \quad \text{for all } i \in B, k \in O && (14) \\
& x_{ijk} \in \{0,1\}, \quad \text{for all } i \in B, j \in V, k \in O && (15)
\end{aligned}
$$

この問題の目的関数のパラメータを整理すると以下の式に表される。

$$
\begin{aligned}
\text{Minimize} \quad & \sum_{i \in B}\sum_{j \in V}\sum_{k \in O}E_{ijk}x_{ijk} && (16) \\
\text{Subject to} \quad & \sum_{i \in B}\sum_{k \in O}x_{ijk}=1, \quad \text{for all } j \in V && (17) \\
& \sum_{j \in V}x_{ijk} \leqq 1, \quad \text{for all } i \in B, k \in O && (18) \\
& x_{ijk} \in \{0,1\}, \quad \text{for all } i \in B, j \in V, k \in O && (19)
\end{aligned}
$$

ここでE_{ijk}は目的関数（12）のパラメータを整理したものである。

この問題は3つの添字i, j, kからなるいわゆる3次元割当問題である。そこでこの問題の$i \in B$，$k \in O$を、それらを組み合わせた新たな添字$n \in N$に置き換えると、以下の式のようになる。

$$\text{Minimize} \quad \sum_{n \in N}\sum_{j \in V} D_{nj} x_{nj} \tag{20}$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{n \in N} x_{nj} = 1, \quad \text{for all } j \in V \tag{21}$$

$$\sum_{j \in V} x_{nj} \leqq 1, \quad \text{for all } n \in N \tag{22}$$

$$x_{nj} \in \{0,1\}, \quad \text{for all } n \in N, j \in V \tag{23}$$

ここで目的関数（20）のD_{nj}は、式（16）のE_{ijk}の添字$i \in B$，$j \in V$，$k \in O$を添字$n \in N$，$j \in V$に変換したものである。この問題は割当問題であり容易に解ける。

5．解法

本問題をラグランジュ緩和問題を使った劣勾配法で近似的に解く。劣勾配法の処理の流れは以下のようになる。

ステップ1：元問題のラグランジュ緩和問題を作る。
ステップ2：緩和問題の解から、元問題の実行可能解を求める。
ステップ3：収束条件を満足すれば終了。
ステップ4：その目的関数値からラグランジュ乗数を計算する。ステップ1へ戻る。

緩和問題の解では必ずしも緩和した制約式（4）、つまり対象船は入港後に係留されるという条件を満足しない。そこで劣勾配法では緩和問題の解を修正して実行可能解を求める。今回はこれを行うために、以下の3つの方法を考えた。

（1）Ｆ１：各バースの係留船で入港時刻以前に係留されている船があれば、その船以降の係留開始時刻をその入港時刻以降にずらす。

（2）Ｆ２：各バースの係留船で入港時刻以前に係留されている船があれば、そのバースでその後に係留されている船で入港時刻の問題がない船を、当該船の直前に係留させる。そして、当該船が入港時刻を満足するまでこの処理を繰り返す。

（3）Ｆ３：各バースの係留船で入港時刻以前に係留されている船があれば、そのバースを含む全バースの船で入港時刻の問題がない船を、当該船の直前に係留させる。そして、当該船が入港時刻を満足するまでこの処理を繰り返す。

6．適用事例

6．1 パラメータの推定

この問題でパラメータとして用いる船の入港分布と荷役時間分布を分析した。

分析に用いたデータは１９９６年２月１日から２９日までに得られた神戸港の入出港届けと、地震後の荷役実態把握のために神戸海運監理部が実施した荷役時間調査からのものである。

図１と２はそれぞれ入港時間間隔の分布と荷役時間の分布である。一般にシステムへの到着間隔は指数分布に従うとされているが、図１のように入港分布は指数分布に従うと考えられる。またサービス時間はアーラン分布に従うといわれているが、図２より荷役時間は２次のアーラン分布に従っている。この荷役時間分布は各船の全体の荷役時間であり、荷役された個々のコンテナの荷役時間を示すものではない。また本モデルではある船があるバースに係留される場合と他のバースに係留される場合で荷役時間が異なると考えているが、上記の分析データからはそのようなある特定船舶のバースによる時間差は

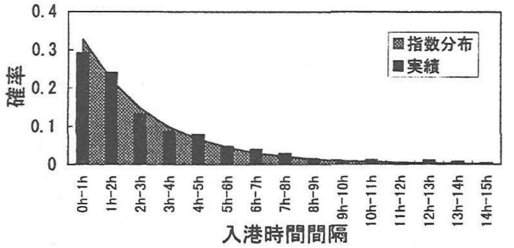

図１ 船の入港間隔分布

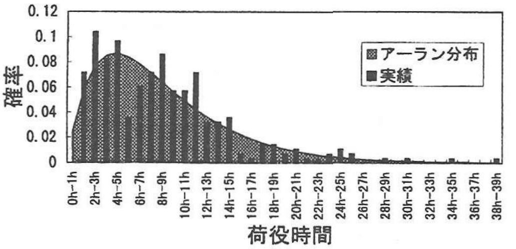

図２ 荷役時間分布

分かりようがない。

6．2 事例計算

計算で用いる入港間隔と荷役時間はそれぞれ指数分布とアーラン分布から発生させた。

計算に用いたバース数は５、７、１０であり、対象船の隻数は２５と５０隻で、この組み合わせで合計６ケース考えた。そして入港間隔と荷役時間を乱数で発生させるがそれぞれ同じ種を用い、それを上記の各ケースで１０種類用意した。そして各ケースのある種に対して計画開始時刻は、対象船の最初に入港するものと最後に入港するものの入港時刻幅の中間（１と表す）と、さらにそこから幅の１／４後ろへずらした（２と表す）時点の２つを設定した。

表１は計算結果である。Pl は計画開始時刻、Pr は実行可能解を求める方法、Gap は（得られた最良の上界値－最良の下界値）／最良の下界値＊１００であり、Gap(Av) は１０回の平均、Gap(Min) は１０回の中で最も良かった場合、Gap(Max) は１０回の中で最も悪かった場合の値である。

表１ 計算結果

バース数	隻数	Pl	Pr	Gap(Av)	Gap(Min)	Gap(Max)
5	25	1	F1	37.9	13.6	66.8
			F2	28.4	11.8	50.5
			F3	41.2	13.3	80.5
		2	F1	3.4	0.0	6.7
			F2	2.3	0.0	4.2
			F3	2.7	0.0	5.6
5	50	1	F1	117.8	78.7	216.5
			F2	61.9	34.7	137.7
			F3	98.2	54.8	207.2
		2	F1	12.4	5.2	15.6
			F2	3.6	1.6	4.6
			F3	5.6	2.6	7.8
7	25	1	F1	49.2	18.1	116.8
			F2	46.5	16.8	126.7
			F3	58.4	19.8	127.9
		2	F1	3.3	0.4	6.0
			F2	2.9	0.3	5.8
			F3	3.5	0.2	8.1
7	50	1	F1	137.4	78.5	301.6
			F2	95.2	41.0	223.0
			F3	159.3	69.4	429.9
		2	F1	10.2	7.1	15.3
			F2	5.3	3.1	6.7
			F3	8.0	4.6	11.0
10	25	1	F1	60.3	21.3	223.3
			F2	56.8	17.0	224.3
			F3	71.4	19.3	181.6
		2	F1	3.6	0.7	5.7
			F2	3.5	0.3	6.1
			F3	3.4	0.7	5.1
10	50	1	F1	116.3	93.2	379.7
			F2	146.9	83.3	347.8
			F3	229.7	133.5	560.1
		2	F1	7.9	6.2	9.1
			F2	6.9	5.2	8.6
			F3	9.8	7.1	12.3

計画開始時刻の値の大小は最適解の得やすさに影響を及ぼす。つまり、もし開始時刻が最後の入港船よりも後であれば、元問題の制約式 (4) は各船がどの順番に係留されても満足するわけであるから、緩和問題の解が元問題の最適解になる。したがって、計画開始時刻が大きくなるほど実行可能解の目的関数値が良くなる。

また全般的な結果から、同一の隻数の場合、バース数が増えると解の精度が悪くなっている。また、同一バース数の場合、隻数が増えると精度が悪くなっている。したがって問題規模が大きくなるにしたがって精度が悪くなるといえる。

実行可能解を求める方法はＦ１よりＦ２の方が、またＦ２よりＦ３の方が割当の変更の自由度が大きいため、結果的に解の精度が良くなると想像されるが、Ｆ１とＦ２はそのような関係にあるが、Ｆ２よりＦ３が良い結果となっている場合は少ない。

全体的に最悪でも下界値の５倍程度の値の解が得られる。平均では計画時刻が１の場合でもほぼ下界値の２倍程度悪い値になり、さらに計画時刻２のときであれば３％程度悪くなるだけであり、このことからこの解法は十分実用的な方法と考えられる。

7．おわりに

本研究では最近問題になっている、日本の港湾コストの低減のために有効な方法であるコンテナふ頭の公共利用を考え、その運用に必要なバースと船の割当を行う方法について検討した。計算結果から提案した解法は十分実用的であり、公共バースの運用をより効果的なものにすると考えられる。

参考文献

1. G.G.Brown, *et al.*, Optimizing Ship Berthing, *Nav.Res. Log*, 41, 1-15(1994).

2. G.G.Brown, *et al.*, Optimizing Submarine Berthing with a Persistence Incentive, *Nav.Res.Log.*, 44, 301-318(1997).

3. A.Imai, *et al*, Efficient Planning of Berth Allocation for Container Terminals in Asia, *J. Advanced Trans.*, 31, 75-94(1997).

4. 永岩，今井，公共コンテナ埠頭におけるバース割当計画，日本航海学会論文集，90号，119-129(1994).