【土木計画学研究・講演集　No.20(1)　1997年11月】

構造化プロビットモデルを用いた出発時刻選択モデルの定式化について*

A Formulation of Departure Time Decision Model by Applying Probit Model with Structured Covariance

清水　哲夫**　　屋井　鉄雄***

By Tetsuo SHIMIZU and Tetsuo YAI

1．はじめに

従来より，自動車通勤ドライバーの出発時刻選択に関する研究が多くなされている．そのほとんどが，ドライバーの出発時刻別の効用（コスト）関数を設定し，ドライバーは効用（コスト）が一番大きい（小さい）時刻を選択する行動として捉えている．その選択が確率的に行われると考える場合，効用が確定項と確率項からなるとして，確率項が各時刻で独立であると仮定したロジットモデルによる定式化が主に行われてきた．しかし，非常に近い時刻同士の効用の確率項は独立であるとは考えにくく，逆に高い相関を持つことが予想される．本稿では，効用の時刻間誤差の相関を考慮するために，構造化プロビットモデル[1)]による通勤出発時刻選択モデルの定式化を試みる．同時に，大都市圏に見られる交通機関選択行動との同時選択に対する適用性についても検討する．

2．出発時刻選択モデルの定式化

まず，ドライバーが出発する時刻帯を T 分割し，時間の離散化を行う．この時，ドライバー n の時刻 t における効用 U_{nt} を，ランダム効用理論により，確定項 V_{nt} と確率項 ε_{nt} を用いて，

$$U_{nt} = V_{nt} + \varepsilon_{nt} \tag{1}$$

と表現する．ε_{nt} の分散共分散行列を Σ_n とすると，n が時刻 t に出発する確率 P_{nt} は下式で与えられる．

$$P_{nt} = \int_{\varepsilon_{n1}=-\infty}^{\varepsilon_{nt}+V_{nt}-V_{n1}} \cdots \int_{\varepsilon_{nt}=-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{\varepsilon_{nT}=-\infty}^{\varepsilon_{nt}+V_{nt}-V_{nT}} \Phi(\varepsilon_n) d\varepsilon_{nT} \cdots d\varepsilon_{nt} \cdots d\varepsilon_{n1} \tag{2}$$

$$\Phi(\varepsilon_n) = (2\pi)^{-T/2} |\Sigma_n|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}\varepsilon_n \Sigma_n^{-1} \varepsilon_n^T\right) \tag{3}$$

この時，ε_{nt} を時刻 t に対して独立な項（以下独立項）と従属な項（以下従属項）に分けることができると仮定すると，

$$\varepsilon_{nt} = \varepsilon_{nt}^d + \varepsilon_{nt}^i \tag{4}$$

となる．ここで，Suffix d は従属，i は独立を表し，従属項は各時刻 t 間の親近度によって説明されるものとする．(4)の分散共分散行列 Σ_n による表現は以下の通り与えられる．

$$\Sigma_n = \Sigma_n^d + \Sigma_n^i \tag{5}$$

時刻 t 間の親近度は，t 間の相対的な近さのことであり，例えば時刻 t と s が隣接した時刻であれば親近度は大きく，離れていくに従って親近度は小さくなるという解釈を与える．今，Σ_n^d の要素を，

$$\Sigma_n^d = \begin{pmatrix} \sigma_{dn1}^2 & \sigma_{dn12} & \cdots & \sigma_{dn1T} \\ \sigma_{dn21} & \sigma_{dn2}^2 & \cdots & \sigma_{dn2T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{dnT1} & \sigma_{dnT2} & \cdots & \sigma_{dnT}^2 \end{pmatrix} \tag{6}$$

$$\mathrm{var}(\varepsilon_{nt}^d) = \sigma_{dnt}^2 \tag{7}$$

$$\mathrm{cov}(\varepsilon_{nt}^d \varepsilon_{ns}^d) = \sigma_{dnts} \tag{8}$$

と表現する．ここで，各時刻 t に生じる親近度の誤差の分散は一定と仮定すると，

$$\sigma_{dn1}^2 = \sigma_{dn2}^2 = \cdots = \sigma_{dnT}^2 = \sigma_{d0}^2 \tag{9}$$

となる．次に，時刻 t と s の間に生じる親近度の誤差の共分散を考える．親近度に関する新たな解釈として，時刻 t と s が離れている（親近度が小さい）ほど，それに関する誤差の相関は小さいと考える．また，隣接した時刻相互の親近度に関する誤差の共分散は σ_{d0}^2 に近い値であると考えられる．今，その解釈を表現するために，以下の性質を満たす親近度関数 $f(t-s)$ を考える．

$$f(t-t=0)=1 \tag{10}$$

$$f(t-s)=f(s-t) \tag{11}$$

$$f(t-s) > f(u-w), \text{ if } t-s<u-w \tag{12}$$

*Keywords：交通行動分析，発生交通，交通手段選択

** 正会員　工修　東京工業大学助手　　工学部土木工学科
***正会員　工博　東京工業大学助教授　工学部土木工学科
(〒152 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail sim@cv.titech.ac.jp)

これを用いて，共分散を，

$$\sigma_{dnts} = f(t-s)\sigma_{d0}^2 \tag{13}$$

と表現する．ところで，以上の議論では各ドライバーのΣ_n^dは同一となるが，実際には，例えば短距離ODの方が長距離ODに比べて同じ時刻間の大きさでも親近性が小さいと考えられる．そこで，ドライバー n のOD距離をd_nとし，以下の性質を満たす親近度関数$g(t-s,d_n)$を新たに考える．

$$g(t-t=0,d_n)=1 \tag{14}$$

$$g(t-s,d_n)=g(s-t,d_n) \tag{15}$$

$$g(t-s,d_n)>g(u-w,d_n),\ \text{if}\ t-s<u-w \tag{16}$$

$$g(t-s,d_n)>g(t-s,d_m),\ \text{if}\ d_n<d_m \tag{17}$$

これより，Σ_n^dは以下のように書ける．

$$\Sigma_n^d = \sigma_{d0}^2 \begin{pmatrix} g(0,d_n) & g(-1,d_n) & \cdots & g(1-T,d_n) \\ g(1,d_n) & g(0,d_n) & \cdots & g(2-T,d_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g(T-1,d_n) & g(T-2,d_n) & \cdots & g(0,d_n) \end{pmatrix} \tag{18}$$

一方，独立項の分散共分散行列は，各時刻の誤差分散が同一であると仮定すると，以下のように与えられる．

$$\Sigma_n^i = \sigma_{i0}^2 I \tag{19}$$

ここで，Iは単位行列である．得られた(18),(19)を(5)に代入して，誤差の分散共分散行列を得る．

以上で誤差の分散共分散に関する構造化の一般型を示してきたが，例えば$g(t-s,d_n)$の具体的な関数型としては，

$$g(t-s,d_n)=e^{-C|t-s|/d_n} \tag{20}$$

などが考えられる（C は正の定数）．この場合，推定すべきパラメータは，確定項のパラメータ及びσ_{d0}^2，σ_{i0}^2，Cとなる．

3．機関分担モデルとの統合化の試み

次に，交通機関選択行動との統合化を目指した定式化を試みる．特に大都市圏のように公共交通機関が発達している場合は，出発時刻選択と交通機関選択は密接に関連し，同時選択モデルの考慮が必要となることは明らかである．

交通機関として鉄道 r と自動車 c を考える．個人 n が時刻 t に出発し鉄道を利用する場合の誤差ε_{nrt}^dは時刻による誤差と交通機関による誤差に分けられ，これらは互いに独立であると仮定する．すなわち，

$$\varepsilon_{nrt}^d = \varepsilon_{nr}^d + \varepsilon_{nt}^d \tag{21}$$

である．なお，時刻 s に出発し自動車を利用する場合の誤差ε_{ncs}^dも同様である．この時，ε_{nrt}^dとε_{ncs}^dの共分散は，時刻と機関の独立の仮定により，

$$\begin{aligned} \mathrm{cov}(\varepsilon_{nrt}^d,\varepsilon_{ncs}^d) &= E[(\varepsilon_{nr}^d+\varepsilon_{nt}^d)(\varepsilon_{nc}^d+\varepsilon_{ns}^d)] \\ &= E(\varepsilon_{nr}^d\varepsilon_{nc}^d)+E(\varepsilon_{nr}^d\varepsilon_{ns}^d)+E(\varepsilon_{nt}^d\varepsilon_{nc}^d)+E(\varepsilon_{nt}^d\varepsilon_{ns}^d) \\ &= E(\varepsilon_{nr}^d\varepsilon_{nc}^d)+0+0+E(\varepsilon_{nt}^d\varepsilon_{ns}^d) \\ &= \mathrm{cov}(\varepsilon_{nr}^d,\varepsilon_{nc}^d)+\mathrm{cov}(\varepsilon_{nt}^d,\varepsilon_{ns}^d) \end{aligned} \tag{22}$$

と表せるが，右辺第2項の構造化は２章と同じように行い，第1項である交通機関の共分散を新たに与えればよい．その分散共分散行列Σ_{nk}^dを，

$$\Sigma_{nk}^d = \begin{pmatrix} \sigma_{ndr}^2 & \sigma_{ndrc} \\ \sigma_{ndrc} & \sigma_{ndc}^2 \end{pmatrix} \tag{23}$$

とすると，Σ_nは以下に与えられる．

$$\Sigma_n = \begin{pmatrix} \Sigma_{nt}^d & \Sigma_{nt}^d \\ \Sigma_{nt}^d & \Sigma_{nt}^d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{ndr}^2 J & \sigma_{ndrc} J \\ \sigma_{ndrc} J & \sigma_{ndc}^2 J \end{pmatrix} + \sigma_{i0}^2 I \tag{24}$$

ここで，Σ_{nt}^dは出発時刻に関する分散共分散行列((18)と同じ)，J は全要素が 1 の$(T\times T)$行列，σ_{i0}^2は独立項の分散共分散行列，Iは単位行列$(2T\times 2T)$である．この場合，推定パラメータは確定項のパラメータ，Σ_{nk}^dの3要素，σ_{dt0}^2 σ_{i0}^2，Cとなる．今回は，出発時刻と交通機関の相関がないとの仮定による定式化を示したが，相関があるとした定式化も検討されるべきであり，今後の検討課題としたい．

以上の議論では，出発時刻と機関選択を同時推定するための定式化が選択肢数の増加を許すことで可能となるが，例えば出発時刻と自動車経路の同時選択への適用の場合には，選択肢数が飛躍的に増加し推定が困難となるケースが生じる可能性がある．その場合，段階推定等の手段を考える必要があるが，その可能性の検討については今後の課題としたい．

4．おわりに

本稿では構造化プロビットモデルの出発時刻選択モデルへの定式化を行い，さらに交通機関選択との統合可能性を検討した．今後はトリップデータを用いてモデルの検証を行う予定である．

(参考文献)

1) 屋井・中川：構造化プロビットモデルの発展性；土木計画学研究・論文集, 13, 563～570, 1996