

流域下水道整備事業の費用配分方法に関するゲーム論的考察*

A Game Theoretic Approach to Cost Allocation Methods for the Development of a Basinwide Sewage System*

高野 浩一**, 榊原 弘之***, 岡田 憲夫****

By Koichi TAKANO **, Hiroyuki SAKAKIBARA *** and Norio OKADA ****

1. はじめに

流域下水道整備事業は、水域環境の維持を目的とし、単一の都市・地域によるのではなく、複数の主体の参加により地域全体で相互連繋しながら整備を行う共同事業である。一方、近年の水域環境に対する「質」・「量」両面における安定性への強い社会的要請から、これらの事業の計画に当たっては、集中・分散機能のバランスが重視されてきている。このように、流域下水道事業の集中・分散性のバランス問題は、実はシステムの費用効率性のみを考慮する場合にも存在する。そこで本研究では、閉鎖系水域における流域下水道事業の費用の面における特性に着目し、事業共同化の規模の決定とそれと一体的な費用配分の決定を取り上げる。またその分析の技法としてゲーム理論が有効であることを示す。

2. 閉鎖系水域における流域下水道

(1) 流域下水道における費用配分問題

流域下水道事業の費用配分法として、我が国では実物量準拠割振り法が慣用的に広く用いられてきた。その代表例として、各主体からの流域負荷量 Q に応じて配分する方法 (Q 法) または関係区間の管長 L に Q を乗じた値 QL に応じた配分法 (QL 法) がある。しかし、これらの配分法では実物量が機能・便益・効用を適正に表しきれないことが多いという指

摘がなされている。この問題に対する理論的解法としてゲーム理論を用いたアプローチが有効である¹⁾。

複数の主体が共同で事業を行った方が、単独で事業を実施するよりも経済効率的である場合、これをゲーム理論では以下のように表すことができる。全提携 N の任意の部分提携 S, T について、

$$C(S) + C(T) \geq C(S \cup T) \quad (1)$$

が成立つとき、費用関数は劣加法的であるという。

しかし下水道整備においては、処理施設の建設費用は提携によって付加的費用の減少効果が見込まれるものの、管きょ施設の建設費用に関しては必ずしもそうとは限らない。このため費用関数が劣加法性を満たさない場合が存在する。

費用配分は、提携を形成することによって節減された額を、各主体の貢献度に応じてどのように分配するかが主な課題となる。提携 S を形成することによる費用の節約額 $v(S)$ は以下の式により表される。

$$v(S) = \sum_{i \in S} C(i) - C(S) \quad (2)$$

費用関数 C による主体 i の費用配分額を x_i とおくと、節約額 y_i は、 $y_i = C(i) - x_i$ と表される。

流域下水道事業は、管きょ施設を線的施設、処理施設を点的施設として、ネットワーク状に施設が配置されるネットワーク型事業の典型例である。筆者らは、ネットワーク型事業における事業規模の決定過程として提携ネットワーク配分法を適用し、その有効性を立証している²⁾。本研究ではその成果をふまえた上で、流域下水道事業の特性を考慮し、提携ネットワーク配分法の適用限界を吟味するとともに、それを補完する事業規模の決定概念について提案を行う。

(2) 湖周域における流域下水道モデル

*キーワード: 水資源計画, 環境計画, 計画基礎論, 費用配分

**学生員 京都大学大学院工学研究科 修士課程

(〒606-01 京都市左京区吉田本町, Tel 075-753-5070)

***学生員 京都大学大学院工学研究科 博士課程

(〒606-01 京都市左京区吉田本町, Tel 075-753-5070)

****正員 工博 京都大学防災研究所

(〒611 宇治市五ヶ庄, Tel 0774-38-4035,

Fax 0774-38-4044)

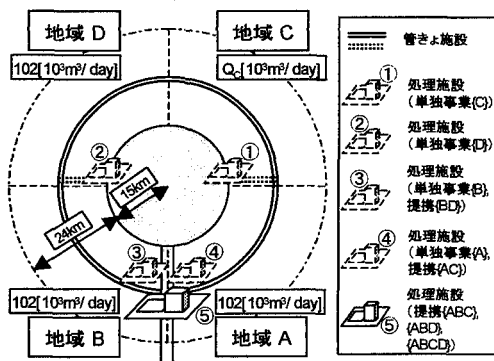


図 1：湖周域における流域下水道モデル

図 1 のように湖周域を取り囲む流域下水道モデルを想定する。湖は半径 15 km の円とし、全処理地域は湖の中心から半径 39 km の円内とし、面積が等しい地域 A, B, C, D の 4 つに分割されている。

河川における流域下水道と同様に、湖においても地形的な標高の差などから上下流の関係が存在する。湖水の流出河川への流出点が湖にとつての最下流といえる。このため、地域 A, B は下流側、地域 C, D は上流側に位置する地域とみなすことができる。単独事業では、地域 A, B は流出河川に、地域 C, D は湖に、それぞれに処理水を排出する。例えば地域 A, B, C による共同事業を考えると、地域 C からの下水は処理されないまま地域 A の管きよ施設に合流させる。地域 A, C からの下水と地域 B からの下水は処理場内で合流させ、処理後、流出河川に排出されるものとする。

一方、河川における流域下水道と、湖周域におけるそれとの違いは以下の 2 つである。1 つには湖の対岸に位置する地域間、例えば、地域 A, D 間による共同事業は不可能である。すなわち地域 A, D 間では、下水を一括処理するためには地域 D からの排出下水の輸送を目的とする管きよ施設を地域 B 内に敷設しなければならない。地域 B は、これに同意しないと推測されることから実行不可能とする仮定は妥当であるといえよう。同様に地域 B, C による共同事業も成立しない。

もう 1 つには、最上流にある 2 地域間、ここでは地域 C, D 間の共同事業も成立不可能な点が挙げられる。これは自然流下方式を想定しているためで、地域 C, D いずれも 2 地域の境界に自然流下方式で

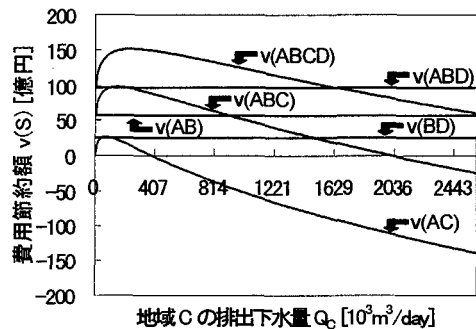


図 2：地域 C の排出下水量 Q_C と提携の節約額との関係

下水を輸送することができないためである。従って地域 A, C, D, あるいは地域 B, C, D の 3 地域による共同事業も成立しない。

各地域の排出下水量を以下のように設定する。地域 A, B, D はともに $102 [10^3 \text{ m}^3/\text{day}]$ で、同じ人口・産業の規模を持つ地域とする。本研究では、地域 C の排出下水量 Q_C をパラメータとして取り扱い、後述する意味において均衡する事業規模・費用配分解の分析を行う。図 2 に Q_C と提携の節約額との関係を表した。

3. 流域下水道における事業規模の決定過程

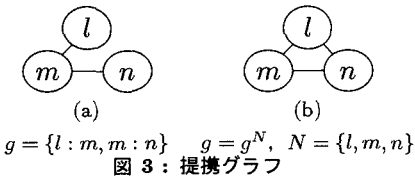
事業規模の決定の方法として、提携全体として費用節約を充たす提携規模を見出した上で、その規模を所与として費用配分を行うアプローチと、主体にある行動規範を与え、かつ提携形成の要件を想定することにより、結果的に均衡する状態（規模）における配分解を用いるアプローチが考えられる。

ここでは、前者のアプローチの配分法としてシャプレイ値を適用した方法を取り上げる（方法 I とする）。後者のアプローチとしては次の 2 つを取り上げる。1 つは、当該提携に参加している任意の 2 主体間での提携の合意を要件とするルールである。このルールに、Myerson⁵⁾ による配分方法を適用した方法として、高野⁴⁾、榊原ら²⁾ が提案している提携ネットワーク配分法（方法 II-a とする）を取り上げる。もう 1 つは、当該提携に参加する全ての主体による提携の合意をその要件とする方法で、以下では提携参加全主体合意ルールと呼ぶことにする。

またその際の費用配分法としてシャブレイ値³⁾を用いる方法（方法 II-b とする）を取り上げる。

(1) 提携ネットワークング配分法

まず、複数主体が提携して事業を行う関係（「提携リンク」と呼ぶ）を単位として、その集合からなる「グラフ（ネットワーク）」構造を提携構造と定義する。グラフにより表された結合関係にある主体同士は、共同で事業を行う。この提携構造は「提携グラフ」としてモデル化できる。すなわち主体 m, n 間の提携リンクを $\{m : n\}$ で表す。提携リンク $\{l : m\}$, $\{m : n\}$ から構成されるグラフを $g = \{l : m, m : n\}$ と表す（この場合、ノード（主体） m が介在項として、2 つの提携の「かすがい」の役目を果している）。想定するすべての主体間にリンクが存在するとき、 $g = g^N$ と表す。例えば $N = \{l, m, n\}$ として $g = \{l : m, m : n\}$, $g^N = \{l : m, l : n, m : n\}$ である提携グラフを図式化すると図 3 (a), (b) のようになる。



一般に提携 S に対応するグラフは複数個存在し得る。そこで提携 S 内で提携リンクにより結ばれている主体群の集合を (3) 式、提携グラフ g から $\{n : m\}$ を取り除いたグラフを (4) 式のようにそれぞれ定義する。

$$S/g = \{T | i \in T \text{ and } j \in T \\ \text{are connected in } S \text{ by } g\} \quad (3)$$

$$g \setminus n : m = \{i, j | i : j \in g, i : j \neq n : m\} \quad (4)$$

高野⁴⁾は、どの提携リンクの形成・解消も当該の 2 主体にとって費用減少が生じない提携グラフが均衡するグラフであり、そのときの配分解を費用配分問題の配分解とみなすことができることを示している。

提携ネットワークング配分法では、費用配分法として Myerson⁵⁾の The Fair Allocation Rules をとる。これは、(5) 式のように関数 C/g を定義し、関数 C/g の下でのシャブレイ値 $\phi(C/g)$ をその提携グ

ラフの配分解 $W(g) = \phi(C/g)$ とすることを意味している。とくに、 $g = g^N$ のときの配分解は費用関数 C のシャブレイ値に一致する。

$$\forall S \subseteq N,$$

$$(C/g)(S) = \sum_{T \in S/g} C(T), W(g) = \phi(C/g) \quad (5)$$

これは、提携形成過程において新たに「提携リンクを結合した当該 2 主体に対しては、各々同額の費用の増加または減少をもたらすように再配分する」という再配分ルールを適用していると解釈される。すなわち、(6) 式が必ず成立する。グラフ g での主体 m への配分額を $W_m(g)$ とすると、

$$\forall g \in \{g | g \subseteq g^N\}, \forall n : m \in g,$$

$$W_n(g) - W_n(g \setminus n : m) = W_m(g) - W_m(g \setminus n : m) \quad (6)$$

Myerson は、費用関数が劣加法性を満たす場合には $W(g^N)$ に均衡することを示している⁵⁾。

(2) 提携参加全主体合意ルール

提携 S ($S \subseteq N$) において、ある配分法により費用配分が行われているとする。提携 $S - \{j\}$ の状態から主体 j ($j \in S$) が参加して S に提携が成長するとき、 S に属する全ての主体にとって配分費用が増加しなければ、これが受容されるものとする。ただし S に対する費用配分解が個人合理性を満たしていることが必要である。逆に提携 S の状態から主体 j ($j \in N, j \notin S$) が離脱して $S - \{j\}$ となるのは、主体 j の配分費用が減少するときである。

これは提携 S において 1 つの主体が単独で提携から離脱、あるいは参加する場合だけでなく、提携 T が参加・離脱する場合にも適用される。従って、提携 S に均衡するのは、 S において提携 T_1 ($T_1 \subset N, S \cap T_1 = \emptyset$) が参加する場合に、 $S \cup T_1$ のいずれかの主体の配分費用が増加する場合であり、逆に提携 T_2 ($T_2 \subset S$) が離脱する場合に T_2 のいずれかの主体の配分費用が増加する場合であると定義できる。

4. 均衡分析結果の比較

表 1 に 2. (2) で示した湖周域モデルに対して、3. で述べた事業規模の決定過程に対する 3 つの方法を適用した。その際、共同事業が成立しない提携の費用関数値は、例えば地域 A, C, D による提携に

表 1：地域 C の排出下水量 Q_C と均衡する事業規模の関係

費用関数の劣加法性			満たす			満たさない						
地域 C の排出下水量 Q_C			0	...	387	...	906	...	926	...	1629	...
I	シャプレイ値		{ABD}, {C}		{ABCD}						{ABD}, {C}	
II-a	提携ネット	提携	{A : B B : D}		{A : B, A : C, B : D}		{A : B, B : C, B : D}		{A : B, B : D, C : D}		{A : B, B : D}	
	キング	グラフ										
	配分法	g	{ABD}, {C}		{ABCD}						{ABD}, {C}	
II-b	シャプレイ値		{ABD}, {C}		{ABCD}						{ABD}, {C}	

ついて $C(ACD) = C(AC) + C(D)$ と設定する。提携 $\{ACD\}$ の形成による費用節約額は、 $\{AC\}$ 、 $\{D\}$ と提携が分離しているときと同じ額だけの節約にしなければならないため、シャプレイ値の配分計算においてはこの提携は費用節約に貢献しないことになる。表中の縁取りをした中の各項目は均衡する共同事業の提携形態と規模を示している。例えば、 $\{ABD\}$ 、 $\{C\}$ という表記は地域 A, B, D による共同事業と、地域 C による単独事業を表している。提携ネットワーク配分法に関しては、 N/g (均衡する事業規模) と、その際に均衡する提携グラフを示した。

配分方法 I, II-a と II-b により均衡する事業規模・配分解が異なる $926 < Q_C \leq 1629$ の場合について 2. (2) で示したモデルをふまえて考察を行う。表 2 に例として $Q_C = 1018$ としたときの、それぞれの配分解を示す。 Q_C が上の領域にあるとき、実際に方法 I を適用する場面を考える。それは地域を管轄する上部主体が存在し、それが地域全体の費用節約を果たす事業規模を事前に決定した上で、シャプレイ値を合理的な配分解として指定するような状況にあてはまる。このとき、提携全体で費用節約は充たされるが、地域 C の配分費用は単独費用を上回る可能性がある。このため、地域 C は提携全体での費用節約の「しわ寄せ」に不満を持つことになりかねない。

同じく方法 II を適用することを考える。地域間での交渉過程の結果として事業規模が決定するケースが想定される。提携ネットワーク配分法 (II-a) は、個人合理性を保証した上で、提携全体として最大の費用節約を満たしうるが、方法 II-b では、個人合理性は満たされるものの、費用節約を果たす事業規模 $\{ABCD\}$ のための共同事業の交渉は成り立たない。なお、上流の地域 C, D の共同事業への参加は、それぞれ下流の地域 A, B の承認が必要であると考えられる。提携ネットワーク配分法では、均

表 2： $Q_C = 1018$ のときの節約額配分 [億円]

	A	B	C	D
方式 I	30.7	69.7	-2.6	25.9
方式 II-a (提携ネット ワーキング 配分法)	$g = \{A : B, B : D, C : D\}$ 40.0	52.9	6.6	24.3
方式 II-b	33.3	46.3	0	17.7

衡グラフ $g = \{A : B, B : D, C : D\}$ が、提携形成過程の実現可能な 1 状態とみなされるためには、地域 D が地域 C を提携 $\{A : B, B : D\}$ へ誘い入れるという行動を下流の地域が認めているという想定が必要である。一方、方法 II-b では提携参加の全ての地域が明示的に事業規模を受け入れることを要件としているため、下流の地域の承認は必ず得られているものと解釈できる。

5. おわりに

本研究では、流域下水道事業を対象として、事業規模の決定過程をモデル化し、考察を行った。紙幅の都合上詳しくは講演時に述べるが、今後は水域環境と下水道処理水の排出との関係をモデルに取り込み、より具体的・応用的な検討を行いたい。

[参考文献]

- 岡田憲夫：水資源開発事業の費用割り振り法に関する基礎的考察，土木計画学研究・論文集，No.10，pp.199-206，1992.
- 榊原 弘之，高野 浩一，岡田 憲夫：ネットワーク型水資源開発共同事業の費用配分法に関するゲーム理論的考察，土木計画学研究・論文集，No.14，1997 (投稿中)。
- Shapley, L. S. : Cores of Convex Games, Int. J. Game Theory, Vol.I, pp.11-26, 1971.
- 高野 浩一：水資源整備共同事業の費用・便益の配分方法に関する基礎的考察 — シャプレイ値系配分解を対象として，京都大学卒業論文，1996.
- Myerson, R. B. : Graphs and Cooperation in Games, Mathematics of Operations Research, Vol.2, No.3, 1977.