

分枝限定法による軌道保守施策の長期最適化

Plannning Best Strategy for Track Maintenance by Branch & Bound Method

三和雅史**・内田雅夫**

By Masashi MIWA**・Masao UCHIDA**

1. はじめに

道床バラストを有する有道床軌道は、列車の繰返し通過によって軌道面の不整の発生・成長、いわゆる軌道狂い進みを伴うため、軌道形状の復元・補修作業が必要である。よって、軌道構造の選択、強化方法等の検討においても、単に初期費用（建設費用）だけを考慮するのではなく、将来見込まれる保守量（保守費用）についても考慮すべきである。これは従来から言われているライフサイクルコストリング（LCC）の考え方に他ならない。従って、初期投資費用に応じた保守量を把握するためには、保守作業の種類と時期、すなわち保守施策を決定しなければならない。ここで、有道床軌道のような寿命の長い保守対象への保守施策の決定は何度かの保守回数が想定されるので、長期最適化問題と捉えることができる。特に、時刻を離散的に扱えば、軌道状態をある個数の段階の状態では表現でき、各段階で計画全体を考慮しながら決定する多段階決定問題と見ることができる。

以上から、本研究では軌道狂いに対する保守施策を経済的に決定する方法（図-1）を検討する。まず、軌道状態の推移については、レール凹凸の成長や道床バラストの劣化を考慮して軌道狂い進みを予測するモデル¹⁾を用いて表す。そして、このモデルを用いて軌道保守施策の長期最適化問題を想定し分枝限定法^{2) 3)}（Branch & Bound法）による解法を示す。

2. 軌道状態の推移と保守施策

(1) 軌道状態の推移¹⁾

*キーワードズ：鉄道計画、計画手法論

**正員、(財)鉄道総合技術研究所 軌道技術開発推進部
(東京都国分寺市光町 2-8-38、TEL 0425-73-7278、FAX 0425-73-7296)

軌道状態は、列車の繰返し通過により劣化（軌道狂い進み）が漸進的に進行し、保守により回復するサイクルを繰り返す。ここでは、ある区間の軌道の劣化状態を表す尺度である軌道狂い標準偏差を劣化指標とし、軌道狂い進みを標準偏差の増加として捉える。一方、保守による軌道状態の回復は軌道狂い標準偏差が減少するものとして捉える。しかし、保守による回復は完全ではなく保守後もいくらかの軌道狂いが残存する特性を持つ。ここでは、この軌道狂いとして高低狂いを想定し、レール凹凸の成長と道床の劣化が高低狂いの推移に影響を与えるものとする。そして、この軌道状態の推移については文献1で提案されているモデル（図-2）を用いる。

(2) 保守施策の決定法

まず、高低狂い標準偏差の基準として列車の走行安全性や乗心地を確保するという観点から設定されるレベル（保守上限値）を想定する。そして、高低狂い標準偏差がこの限度値に達した場合、高低狂い補修のための保守が投入される。この保守には一般に、マルチプル・タイタンバ（MTT）という保線機械が用いられることから、この保守施策を「MTT補修」と呼ぶことにする。

この他の保守施策として「レール削正」と「道床

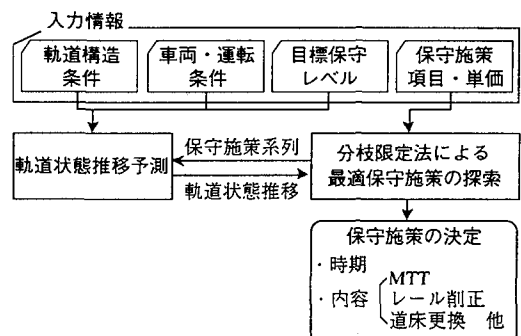


図-1 軌道保守施策決定法

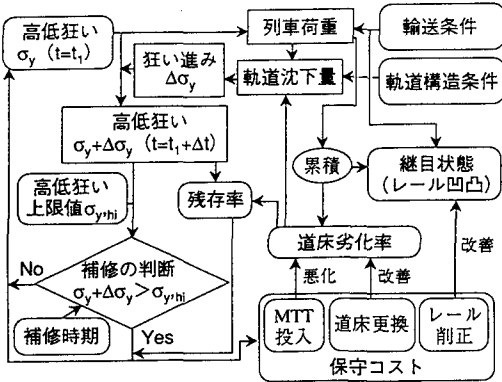


図-2 軌道状態経時変化モデル¹⁾

更換」を想定する。レール削正は、レール溶接部等におけるレール凹凸量を減少させることにより、列車の上下方向荷重の変動を減らし、高低狂い進みを抑制するための施策である。一方、道床更換は、土砂混入やバラストの摩滅等で劣化した道床を取替える保守施策で、荷重を受けた際の道床沈下量を減らして高低狂い進みを抑制すると共に、MTT補修時の補修効果を高めるための施策である。ここでは、今後数年間の長い期間において、これら3つの保守施策の各々をいつ行なうかという保守施策の系列の決定問題を想定する。決定は前節の軌道状態推移モデルを用いて、計画期間中の各保守費用の和（総保守費用）を最小とするように行なう。

3. 定式化

(1) 軌道状態推移モデル¹⁾

a) 軌道状態の経時変化モデル

高低狂い進み量の算定方法は図-3に示す通りである。まず、車両・運転条件から列車の上下方向の動的荷重 P を算定する。動的荷重 P (kN) は定常分 P_{st} (kN) と変動分 ΔP (kN) の和として次のように表す。

$$P = P_{st} + \Delta P \quad (1)$$

ここで、変動分 ΔP は高低狂いによる車体上下動による慣性力と、レール凹凸によるばね下質量の振動による上下振動による慣性力の和として次のように表す。

$$\Delta P = P_{st} \times (3\sigma_{ay} + i \cdot V/100) \quad (2)$$

右辺括弧内の第1項中の σ_{ay} (m/s²) は車体上下動揺加

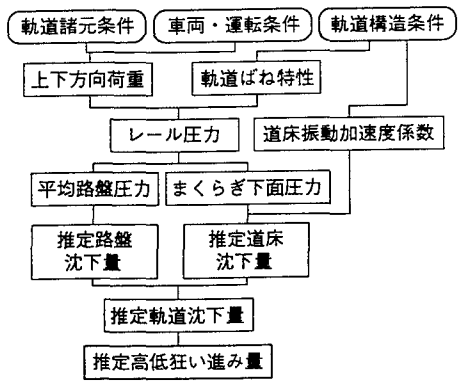


図-3 軌道狂い進み（高低）算定フロー

速度の標準偏差で、車両動揺係数（上下） k_v と高低狂い標準偏差 σ_y (mm)、列車速度 V (km/h) を用いて次のように表す。

$$\sigma_{ay} = k_v \cdot \sigma_y \cdot V \quad (3)$$

また、式(2)の右辺括弧内第2項中の i は輪重変動率で、レール凹凸量 (1m スパン) d (mm) を用いて次のように表す。

$$i = 0.05 + 0.5d \quad (4)$$

以上より、このモデルでは軌道状態の悪化（高低狂い標準偏差 σ_y の増加）やレール凹凸量 d の増大が荷重を増加させることになる。

次に、算出した荷重と軌道構造条件から決定される軌道ばね特性により軌道各部の作用力を算出し、1軸通過時の道床と路盤の各沈下量を算出し、その和を軌道沈下量とする。道床沈下量 β_{by} (mm) については、まくらぎ下面圧力 P (kPa) と道床振動加速度係数 y を用いて次のように表す。

$$\beta_{by} = a (P_1 - b)^2 \cdot y \quad (a, b \text{ は定数}) \quad (5)$$

そして、通過軸数に対する軌道沈下量を算出し、高低狂い進み量 $\Delta\sigma_y$ (mm) に換算する。

以上から、時刻 t における高低狂い標準偏差 $\sigma_y(t)$ に対する時刻 $(t+\tau)$ での高低狂い標準偏差 $\sigma_y(t+\tau)$ は、時間 τ での高低狂い進み量 $\Delta\sigma_y$ により次のように表される。

$$\sigma_y(t+\tau) = \sigma_y(t) + \Delta\sigma_y \quad (6)$$

一方、高低狂いは MTT 補修により改善される。保守後の高低狂い標準偏差 $\sigma_{y, aft}$ については保守前の高低狂い標準偏差 $\sigma_{y, bef}$ と道床劣化率 s (後述) を用いて次のように表す。

$$\sigma_{y, aft} = \sigma_{y, bef} \quad (\sigma_{y, bef} \leq 1)$$

$$\sigma_{y, aft} = (0.125 + 0.625s) \sigma_{y, bef}$$

$$+ (0.875 - 0.625s) \quad (1 < \sigma_{y, \text{bef}} \leq 5)$$

$$\sigma_{y, \text{aft}} = (0.3 + 0.5s) \sigma_{y, \text{bef}} \quad (5 < \sigma_{y, \text{bef}}) \quad (7)$$

b) レール凹凸の経時変化モデル

ロングレール軌道の溶接部におけるレール凹凸量 d は、動的荷重 P の累積に比例して増加するとし、次のように表す。

$$d = d_0 + d_1 \times \Sigma P \quad (d_0, d_1 \text{ は定数}) \quad (8)$$

一方、レール削正によるレール凹凸改善量 Δd は一定値とする。

c) 道床劣化の経時変化モデル

ここでは、道床の劣化度合いを道床劣化率 s ($0 \leq s \leq 1$) で表す。道床劣化率 s はまくらぎ下面圧力 P_i の累積と MTT 補修回数 M によって増加するものとし、次のように表す。

$$s = s_0 \times M + s_1 \times \Sigma P_i \quad (s_0, s_1 \text{ は定数}) \quad (9)$$

ここで、道床の劣化によりバラスト粒間の摩擦係数が低下し、初期沈下量（軌道狂いの残存率に影響；式(7)）や漸進的な沈下量の増大につながることから、道床沈下量を算出する式(5)の係数 a を次のように表す。

$$a = a_0 \times (1 + s) \quad (a_0 \text{ は定数}) \quad (10)$$

(2) 保守施策決定法

a) 分枝限定法²⁾

分枝限定法は、分枝図（図-4）で示すような原問題を場合分けによって細分化することを基本とする列挙法である。ただし、細分化によって生成された部分が最適解を与えないことが判明すれば終端するという限定操作によって列挙数を減らすため、「要領のよい」列挙法と言うことができる。

b) アルゴリズムの概要

本研究で想定する問題の目的関数は、現在の高低狂い標準偏差、レール凹凸、道床劣化率を各々 $\sigma_y(0)$ 、 $d(0)$ 、 $s(0)$ とし、問題を $P_0\{\sigma_y(0), d(0), s(0)\}$ と表せば次式で与えられる。

$$\min : f(P_0\{\sigma_y(0), d(0), s(0); x_0\}) \quad x_0 \in X_0 \quad (11)$$

ここで、 $f(P_0\{\cdot\})$ は評価関数で計画期間中の総保守費用である。また、 x_0 は保守施策の系列、 X_0 は解空間である。そして、この問題を次のような部分問題 $P_i\{\sigma_y(i), d(i), s(i); x_i\}$ に分割する。

$$f(P_0\{\sigma_y(0), d(0), s(0); x_0\}) = \min_i f(P_i\{\sigma_y(i), d(i), s(i); x_i\}) \quad x_i \in X_i \quad (12)$$

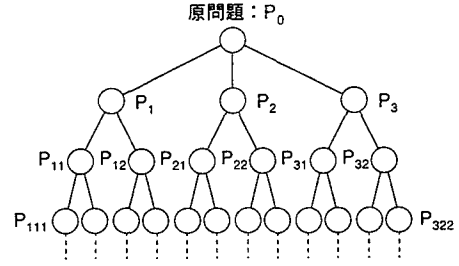


図-4 分枝図

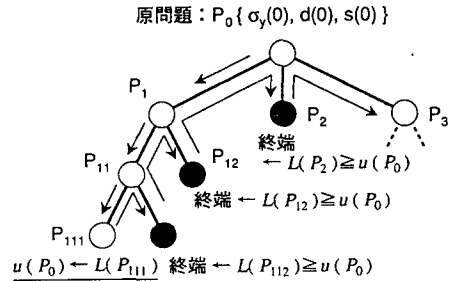


図-5 分枝限定法による保守施策決定のイメージ

ただし、この部分問題 P_i は原問題 P_0 と等価な必要があり、解空間について次の関係が成り立たなくてはならない。

$$X_i \subset X_0 \quad (13)$$

そして、この部分問題 P_i を解いた結果、明らかに最適解が得られないことが判明した場合、その部分問題 P_i を終端させる。つまり、解となる可能性のない保守施策系列を探索対象から除外する。この終端の判定には上界値 u と下界値 L を設定する必要がある。

まず、上界値 u には、MTT 補修の施策のみで施策列を決定した場合の最適値を用いる。ただし、探索の結果、この上界値 u より小さな評価関数値が得られた場合、上界値 u を更新し探索の効率を高める。このことは次式で表される。

$$u(P_0) \leftarrow \min \{u(P_0), u(P_i)\} \quad (14)$$

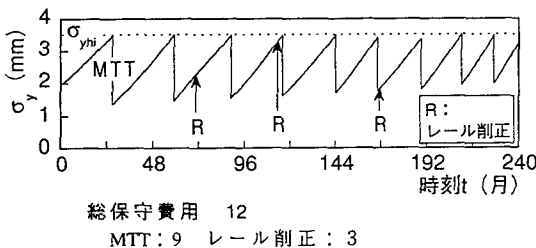
次に、下界値 L は部分問題の最適値として得ることができ、次の関係が成立する場合にはその部分問題 P_i を終端させる。

$$L(P_i) \geq u(P_0) \quad (15)$$

以上の考え方により原問題 P_0 の最適解を探索するが、探索方法としては「深さ優先探索 (LIFO)²⁾」を用いる。この方法は計算機で使用する記憶量が極めて少なく済む点が特徴である。この探索法による

表－1 数値例

※軌道構造条件	※その他条件
レール : 50N ロング まくらぎ : PC3号 39本/25m 道床厚 : 250mm 路盤 : 普通路盤	高低狂い : 初期値 $\sigma_{y0}=2.0\text{m}$ 上限値 $\sigma_{yhi}=3.5\text{m}$ 道床沈下係数 (式(5)) : $a_0=2.0\times 10^{-10}\text{mm}$ 道床劣化率 (式(10)) : $s_1=0.02/\text{回}$: $s_2=4.8\times 10^{-11}/\text{kPa}$ レール凹凸 (式(8)) : $d_0=0.2\text{mm}$: $d_1=2.0\times 10^{-10}/\text{kN}$: $\Delta d=0.2\text{mm}$
※車両・運転条件	※費用条件
軸重 : 12tf 枕ばね : 空気ばね ($k_v=0.0010$) 通過トン数 : 3,000万t/年	費用比 MTT : レール削正 : 道床交換 1 1 5



図－6 軌道状態の経時変化と保守施策の例

保守施策の決定法のイメージを図－5に示す。

ところで、ここでは評価関数を総保守費用としているが、本来、時間軸上に並ぶ貨幣額は各時点での貨幣価値で評価の上、年平均費用等の尺度で経済性を比較すべきであるが、ここでは簡便のため特に考慮していない。

4. 計算例

(1) 数値例

表－1に示す数値例での最適な軌道保守施策を求める。この数値例は文献1とほぼ同じであるが、保守後の高低狂い残存量とMTT保守投入時期を確率的でなく確定的に取り扱う。

(2) 結果

得られた軌道状態の経時変化と保守施策の例を図－6に示す。

今回の例では、MTT補修が9回とレール削正が3回で総保守費用は12である。部材が新しく、高低狂

い進みが大きく進まない間はMTT補修だけで軌道状態を維持できるが、部材の劣化が進行した70ヶ月目あたりからレール削正が必要になる。道床更换については保守施策として採用されていない。この理由として、設定した費用比や用いた軌道状態推移モデルでは、道床更换の費用対効果が小さいという評価になったためと考えられる。

ところで、ここでは評価関数を総保守費用としたため、得られる保守施策の系列は必ずしも1通りではない。つまり、同じ総保守費用の保守施策の系列が複数存在する場合がある。

以上のような保守施策の系列が得られれば、必要な保守量の把握が可能になる。そして、初期投資費用との突き合わせにより想定する軌道構造の検討や新たな保守資源の導入についての検討を行なうことができる。

5. おわりに

本研究では、軌道保守施策の長期最適化問題を、軌道状態の経時変化モデルを用いてモデル化し、分枝限定法を適用して解決を試みた。

長期計画における基本的な問題は、多段階の決定過程に用いられる情報を完全な形で用意できないことである。現実の問題ではパラメータの確定値が判明することは稀であり、定式化の際には何らかの前提によりパラメータの値を設定しなければならない。このように定式化された問題に対して多大の努力を払って最適解を求めても、それが現実の問題の最適解とは限らない。本手法もこの点に留意すべきであり、得られた最適解の持つ意味を検討する必要がある。

参考文献

- 1) 内田雅夫・三和雅史：材料劣化を考慮した軌道狂い経時変化の予測モデル，鉄道総研報告，Vol11, No.2, pp.1-6, 1997
- 2) 西川：最適化，岩波書店，1982
- 3) 木瀬洋：分枝限定法で大規模問題例を解く，オペレーションズ・リサーチ，39, 11, pp.601-606, 1994