【土木計画学研究・講演集 No.19(2) 1996年11月】

鉄道通勤交通における出発時間分布に関する理論的研究[1]

DEPARTURE TIME DISTRIBUTION OF RAILWAY COMMUTING: A THEORETICAL APPROACH

小林潔司[2]・奥村誠[3]・永野光三[4]

Kiyoshi KOBAYASHI, Makoto OKUMUA and Mitsuzo NAGANO

1. はじめに

大都市圏域では、マイカー通勤が非常に困難であり、鉄道各社は通勤輸送サービスを沿線住民に地域独占的に供給している。近年の輸送力増強により鉄道のラッシュ時の混雑度は幾分軽減化されているが、満足のいく水準ではない。近年では時差出勤、ピーク料金制度等の施策を通じて通勤需要の発生時刻を平滑化することにより混雑度を緩和しようとする交通需要管理施策が着目されている。

鉄道輸送需要の需給メカニズムは、家計の出発時刻選択行動、一般企業の業務開始時刻の設定行動、鉄道企業の時刻別輸送量の決定行動の相互依存関係によって規定される。従来より、家計の出発時刻選択行動に関してはかなりの程度研究が蓄積がされているが、需要サイドの行動分析に終始しており、これらの主体の相互作用を考慮した研究はほとんど行なわれていない。

本研究は通勤輸送の需給メカニズムに関する部分均衡論的な分析枠組みを提供することを目的とする。その際、家計の出発時刻の選択行動と鉄道企業の時刻別輸送サービスの供給行動の相互作用に着目する。この市場均衡を最適制御問題により記述できることを示す。さらに、社会的最適化を達成しうる輸送サービスと出発時刻の時間分布を求める問題を定式化する。その上で、市場均衡を望ましい方向へ誘導するための交通管理政策の効果について論じる。

[1] *keywords:*公共交通運用, 時刻選択, 利用者均衡, 交通管理

[2] 正会員 工博 京都大学教授 大学院工学研究科 (〒606-01 京都市左京区吉田本町) Tel & Fax:075-753-5071

[3] 正会員 工博 広島大学助教授 工学部建設系 (〒739 東広島市鏡山 1-4-1) Tel & Fax:0824-24-7827

[4] フェロー会員 中央復建コンサルタンツ (株) (〒532 大阪市淀川区西宮原 1 丁目 8-29-35) Tel:06-393-1135 Fax:06-393-1145

2. 通勤輸送問題の構造

鉄道による通勤輸送問題には、1) 家計、2) 鉄道企業、3) 一般企業、4) 交通管理者が関わっているが、ここでは前2者の相互作用に着目する。

通勤輸送市場では、異なった時刻における通勤需要に対して通勤輸送サービスが提供され混雑度が規定される。このように通勤輸送市場は時間的に差別化された市場を形成しているが、その概念は新都市経済学の分野における空間的に差別化された市場の概念と同一である。鉄道企業はサービスの供給を地域的に独占しており、差別化されたすべての市場の供給をコントロールしている。

家計は交通企業が提供する輸送密度に対して各自の効用を最大にするように出発時刻を選択する。一方、鉄道企業は家計の出発時刻選択行動を考慮に入れながら利潤を最大化するように時刻別の輸送密度を決定する。このように市場均衡は家計行動を先手とするシュタッケルベルグ均衡となっている。

家計の出発時刻の選択行動は通勤列車の混雑度という外部不経済を発生する。したがって、家計と鉄道企業の自由な選択行動の結果として実現する市場均衡は社会全体にとって望ましいとは限らない。交通管理者の役割は金銭的手段、あるいは制度的、物理的な政策を通じて市場均衡の状態を社会的に望ましい方向に誘導することにある。

現実には最善の政策は技術的な問題により必ずしも実現可能ではない。そこで、次善の政策として混雑度規制、直接的な行政指導等により鉄道企業の行動を誘導することが考えられる。本研究では、最善、あるいは次善の政策が通勤輸送市場に及ぼす影響について分析する。

3. 市場均衡の定式化

(1) モデル化の前提

本研究では、大都市圏においてベッドタウンと都心の2点間を連結している1本の通勤鉄道を想定する。自家用車による通勤は考えない。通勤需要は固定されており、2地点の間でN人の個人が毎日通勤を繰り返していると考える。通勤鉄道はある鉄道企業1社が地域独占的に運行していると考える。ただし通勤輸送サービスに対する需要がある限り、鉄道企業はサービスの供給を義務づけられていると仮定する。

一般企業の業務開始時刻は先験的に決定されていると仮定する。また、遅刻は許されておらず、すべての個人は時刻Sまでに勤務先に到着しなければならないと仮定する。すなわち、勤務先までの通勤時間に不確実性はなく一定値ωであるとすれば、各個人は遅くとも時刻$S-\omega$までには自宅を出発しなければならない。

(2) 家計行動の定式化

いま、時刻$S-\omega$を原点$(t=0)$とし実時間と逆向きの座標軸を導入する。すなわち、tが大きくなればより早い時刻を表す。時刻tに出発する代表的家計の効用関数を次式のように定義する。

$$U(s(t)) - ct \tag{1}$$

ここに、$U(\cdot)$は金銭表示された効用関数であり、

$$\frac{\partial U(s(t))}{\partial s(t)} < 0, \quad \frac{\partial^2 U(s(t))}{\partial s(t)^2} \leq 0 \tag{2}$$

を仮定し、$U(0)=0$と規格化されている。$s(t)$は時点tに出発した時の交通機関の混雑度で、物理的上限値$\bar{s}$を越えないものとする。cは時間費用である。

時点tに出発する個人の数を$N(t)$と表す。時刻tに出発する客に対して提供される輸送サービス容量を$\alpha(t)$と定義すれば、交通機関の混雑度は

$$s(t) = \frac{N(t)}{\alpha(t)} \tag{3}$$

と表すことができる。さらに、時刻tまでの累積通勤者数を$M(t)$とすれば、次式が成立する。

$$\dot{M}(t) = N(t) = s(t)\alpha(t) \tag{4}$$

ただし、$\dot{M}(t) = dM(t)/dt$である。N人の個人の出発時刻は最早出発時刻Tと0の間に分布すると仮定すれば、次式が成立する。

$$M(0) = 0, \quad M(T) = N \tag{5}$$

各個人は各自の効用を最大にする出発時刻を選択する。均衡状態では、どの時刻に出発してももはや効用を大きくすることができないような状態に到達する。その均衡条件は次式で定義できる。

$$\begin{aligned} U(s(t)) - ct = U_0 \quad N(t) > 0 \\ U(s(t)) - ct < U_0 \quad N(t) = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

この条件から、時刻$[0,T]$の区間で$U(s(t)) - ct = U_0$が成立する。これを微分して次式を得ることができる。

$$\frac{dU(s(t))}{dt} - c = 0 \tag{7}$$

この式を展開することより、次の微分方程式を得る。

$$\dot{s}(t) = \Omega(s(t)) \tag{8}$$

ただし、$\dot{s}(t) = ds(t)/dt$,
$\Omega(s(t)) = c/\{\partial U(s(t))/\partial s(t)\}$である。家計が最終的に獲得する均衡効用水準$U_0$は、終端における効用水準に一致する。

$$U_0 = -cT \tag{9}$$

したがって、時刻$t=0$における混雑度は

$$s(0) = U^{-1}(-cT) \tag{10}$$

として定義できる。

(3) 鉄道企業行動

均一料金制度が導入されていると仮定しよう。通勤客数が一定であることより、鉄道企業の料金収入は変わらない。したがって、鉄道企業の行動は、総費用を最小化するような時刻別の輸送サービス水準$\alpha(t)$を決定する問題として定式化される。

鉄道企業の費用関数を

$$z = \int_0^T \zeta(\alpha(t))dt \tag{11}$$

と表す。ここに、$\zeta(\alpha(t))$は時点tに出発する客の輸送費用であり輸送サービス容量$\alpha(t)$の関数である。費用関数は

$$\frac{\partial \zeta(\alpha(t))}{\partial \alpha(t)} > 0, \quad \frac{\partial^2 \zeta(\alpha(t))}{\partial \alpha(t)^2} > 0 \tag{12}$$

を満足するとする。

(4) 市場均衡

家計と鉄道企業の最適化行動によって実現する出発時刻別の輸送サービスの需給均衡は以下の最適化問題の解として表現できる。

$$\max_{\alpha(t)}\{-\int_0^T \zeta(\alpha(t))dt\} \tag{13a}$$

$$\text{subject to}\quad \dot{s}(t)=\Omega(s(t)) \tag{13b}$$

$$\dot{M}(t)=s(t)\alpha(t) \tag{13c}$$

$$M(T)=N, \tag{13d}$$

$$s(T)=0. \tag{13e}$$

$$s(0)=U^{-1}(-cT) \tag{13f}$$

$$M(0)=0, \tag{13g}$$

(5) 最適性の条件

以上の問題は$\alpha(t)$を操作変数、$s(t), M(t)$を状態変数とする自由終端の境界条件を持つ最適制御問題となっており、ポントリャーギンの最大原理を用いて上記の問題を解く。その際効用関数、費用関数として弾力値一定の関数型を想定する。

$$\frac{\partial U(s(t))}{\partial s(t)}\left(\frac{U(s(t))}{s(t)}\right)^{-1}=\eta \tag{14}$$

$$\frac{\partial \zeta(\alpha(t))}{\partial \alpha(t)}\left(\frac{\zeta(\alpha(t))}{\alpha(t)}\right)^{-1}=\xi \tag{15}$$

ここで、η,ξはそれぞれ効用関数の弾力値、費用関数の弾力値を表わす定数であり、$-1>-\eta,\ \xi>1$を満足する。

導出過程は省略するが、出発時間別輸送密度と混雑率は

$$\alpha(t:T,\alpha_0)=\alpha_0(T-t)^{\frac{1}{\eta\theta}} \tag{16}$$

$$s(t)=\frac{\zeta(\alpha(t))\cdot\xi}{\alpha(t)\mu} \tag{17}$$

と表される。

4. 規範的計画モデルの定式化

(1) 社会的厚生

鉄道企業は費用最小化行動を、家計は効用最大化行動を採用するために、以上で実現する均衡は社会的に最適である保証はない。ここで、交通管理者が考える社会的に最適な状況を規範的に求める問題を考えよう。社会的に最適な状態を求めるために以下の２種類の計画問題を考える。すなわち、１）家計の自由な出発時刻の選択を許しながら、社会的な最適状態を求めるために鉄道企業の行動を規制する場合（計画モデル１）、２）鉄道企業、家計の行動の双方を規制する場合（計画モデル２）である。目的関数はいずれも家計の総効用から鉄道企業の総費用を差し引いた社会的厚生水準である。

(2) 鉄道企業の規制問題（計画モデル１）

家計の均衡条件から総効用は$U_0N=-NcT$と表わされ、計画問題は以下のように定式化できる。

$$\max_{\alpha(t)}\{-NcT-\int_0^T \zeta(\alpha(t))dt\} \tag{18a}$$

$$\text{subject to}\quad \dot{s}(t)=\Omega(s(t)) \tag{18b}$$

$$\dot{M}=s(t)\alpha(t) \tag{18c}$$

$$M(T)=N, \tag{18d}$$

$$s(T)=0, \tag{18e}$$

$$s(0)=U^{-1}(-cT) \tag{18f}$$

$$M(0)=0 \tag{18g}$$

ポントリャーギンの最大値原理を用いて最適解を解くと、出発時間別輸送密度と混雑率は、均衡モデルと同様に式 (16) で表わされる。ただしα_0,μ,Tの値は均衡モデルとは異なる。

(3) システム最適化問題（計画モデル２）

家計、鉄道企業行動の双方が規制される場合、計画問題は以下のように定式化される。

$$\max_{\alpha(t),s(t)}\int_0^T\{s(t)\alpha(t)[U(s(t))-ct] -\zeta(\alpha(t))\}dt \tag{19}$$

$$\text{subject to}\quad \dot{M}=s(t)\alpha(t) \tag{20}$$

$$M(T)=N \tag{21}$$

$$M(0)=0 \tag{22}$$

ポントリャーギンの最大値原理を用いてこの問題を解くと、出発時間別輸送密度と混雑率は、次式を満足する。

$$U(s(t))=\frac{c(t-T)}{\eta-1} \tag{23}$$

$$-\frac{\eta c(t-T)}{\eta-1}U^{-1}\left(\frac{c(t-T)}{\eta-1}\right)=\frac{\xi\zeta(\alpha(t))}{\alpha(t)} \tag{24}$$

(4)　最適解の特性

ここで、次の2つの命題が成立する。

[命題 1]　均衡モデルにおける最早出発時刻 T_1、家計の総効用 U_1、企業の総輸送費用 TC_1、社会的厚生水準 W_1 と計画モデル 1 における T_2, U_2, TC_2, W_2 の間に以下の関係が成立する。

$$T_1 \geq T_2$$
$$U_1 \leq U_2$$
$$TC_1 \leq TC_2$$
$$W_1 \leq W_2$$

[命題 2]　計画モデル 1,2 の社会的厚生水準 W_2, W_3 の間に以下の関係が成立する。

$$W_2 \leq W_3$$

命題1から、パレート改善を行うためにはまず鉄道企業の規制が必要であることがわかる。具体的には交通管理者が列車ダイヤ案を事前にチェックして、十分な密度の運行を行うように規制することが必要である。この規制がもたらす社会的便益は $W_2 - W_1$ で表わされる。

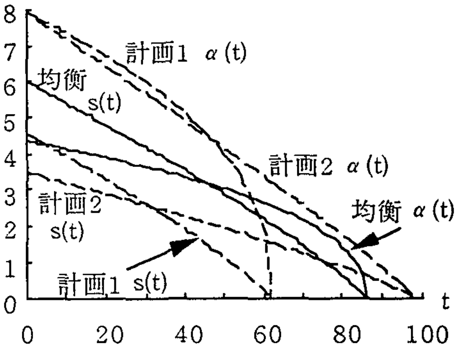
一方命題2から利用者の出発時刻を規制することができれば、更なる改善が可能であることがわかる。計画モデル2の解においては出発時刻ごとに期待される効用水準が異なる。その効用の差異をちょうどキャンセルするような時刻別運賃を導入すれば、利用者の自由な意思決定の結果として最善解を実現することが可能であり、$W_3 - W_2$ の便益を生み出すことができる。

実際には技術的制約により、時々刻々変化するような運賃を課すことは不可能であり、有限個の時間帯別運賃等の次善の政策が導入されると考えられる。$W_3 - W_2$ は需要管理政策の効果の上限値を示しており、次善の政策の効果はその値を越えることはない。もし政策の導入コストがこの上限値を上回るか、かなり近い水準にあれば、その政策の導入にはメリットがないことになる。

5.　数値計算事例

命題が成立することを数値計算により例示してみよう。ここで、効用関数、費用関数として次の関数を想定する。

$$U(s(t)) = -s(t)^{\eta} \tag{25a}$$



図－1　輸送密度と混雑率の比較

表－1　最早出発時刻、厚生水準の比較結果

	均衡モデル	計画モデル 1	計画モデル 2
最早出勤時刻:T	85.9	62.0	99.0
利用者総効用:U	-8585.9	-6198.5	-5432.0
総輸送費用:TC	317.9	1377.4	1319.5
社会的厚生水準:W	-8903.8	-7575.9	-6751.5

$$\zeta(\alpha(t)) = \zeta_0 \alpha(t)^{\xi} \tag{25b}$$

関数を特定化すれば、3つのモデルに対する、最早出発時刻、総効用、総費用、及び社会的厚生水準を解析的に求めることができる。図-1 には $c = 0.1$, $N = 1000$, $\eta = 1.2$, $\xi = \theta + 1 = 3$, $\zeta_0 = 0.1$, $\bar{s} = 6$ と設定した場合の3つの問題の輸送密度と混雑率を比較している。また表-1 には3つの解の最早出発時刻、総効用、総輸送費用、および社会的厚生水準の比較結果を示している。これより命題1・命題2が成立していることが確認できる。

6.　おわりに

本研究は通勤鉄道の輸送サービス市場の需給メカニズムを部分均衡論的に分析するための枠組みを提案し、市場均衡と社会的厚生の最適解を最適制御モデルを用いて導出した。

今後は具体的な鉄道路線を対象にパラメータの同定を行い、両者の乖離の程度と交通管理政策の効果を量的に明らかにしていきたい。また、一般企業の業務開始時刻決定問題を組み込んだモデルへの拡張を行いたいと考える。