【土木計画学研究・講演集 No.19(2) 1996年11月】

ネットワーク型水資源開発共同事業の費用配分法に関するゲーム理論的考察 *

A Game Theoric Approach to Cost Allocation Methods for Water Resources Development *

榊原 弘之 **, 高野 浩一 **, 岡田 憲夫 ***
By Hiroyuki SAKAKIBARA **, Koichi TAKANO **, Norio OKADA ***

1. はじめに

水資源開発事業においては，複数の主体が施設を共同で利用することが多い．このとき，事業費用を参加主体間でどのように配分するかという「費用配分問題」が生じる．広域導水事業，流域下水道事業等のネットワークを持つ事業は，多目的ダム事業と異なった特性を持つと考えられる．本研究ではこのようなネットワーク型事業の特性を考慮した費用配分法についてゲーム理論を用いて検討を行う．

2. ネットワーク型水資源開発共同事業

ネットワーク型の水資源開発共同事業は，物理的ネットワークという側面と，動的な提携形成（ネットワーキング）という側面の二重のネットワーク特性を有している．まず，水資源開発事業においては，水を確保，輸送，処理するために，数多くのネットワーク施設を必要とする．高野[1]は，これらの施設を，水資源の貯留，処理等を目的とした施設（点的施設）と，水輸送を目的とした施設（線的施設）に分類している．前者の例としては，ダム，貯水池，取水施設，浄水施設などがあり，後者にはパイプライン，導水路，河川などが含まれる．ネットワーク型の水資源施設は，点的施設をノード，線的施設をリンクとして含んだ物理的なシステム全体として定義することができる．

一方，ネットワーク型の水資源共同事業においては，各主体が順次提携を形成しながら，提携のネットワークが成長してゆくという動的な過程をたどることが多い．これは，多目的ダム事業等が想定しているより静的，固定的な状況とは異なる．すなわち，事業に参加する主体の数や事業の規模は，与件として与えられるのではなく，動的な過程の落ち着き先（均衡な状態）の 1 つとして結果的に定まると考えた方が妥当な場合が多い．このような動的な過程を，提携形成ネットワーキングと呼ぶことにしよう．

提携ネットワーキングにおいては，任意の主体同士が常に提携可能であるとは限らない．提携を組むよりも，単独でそれぞれ事業を行った方が費用が小さいとき，当該主体にとってあえて相手と提携を組む必要はない．主体の提携形成を阻む要因としては，費用以外にも，主体の事業に対するインセンティブの違い，地理的条件，水資源を供給する主体と消費する主体の違い，といったものがある．このように提携の形成に制限がある状態を明示的に考慮した費用配分法については，後述する加重シャプレイ値を適用した研究[2]等を除いて検討例は多くない．本論文では，主として費用の点から一部の提携が形成不可能となるケースについて考察する．

3. ネットワーク型水資源開発共同事業における費用配分法

(1) 費用の点から見たネットワーク型水資源開発共同事業の特徴

2. において述べたように，ネットワーク型水資源開発事業は，点的施設と線的施設から成ると考えられる．点的施設においては，ダムに代表されるように，一般に施設の規模が大きくなるほど付加的費用が減少する効果がある．従って，複数の関係者が共同で施設を建設した方が，単独で事業を実施するよりも経済的である．このことをゲーム理論に基づき以下のように表すことができる．費用関数 C が全提携 N の任意の部分提携 S, T について

$$C(S) + C(T) \geq C(S \cup T) \tag{1}$$

の関係を満たすとき，この費用関数は劣加法的であるという．費用関数が劣加法性を満たすとき，提携を形成することによって節減された額を，各主体の貢献度に応じてどのように分配するかが，費用配分の主な課題となる．

---

* キーワーズ：水資源計画，河川計画，費用配分
** 学生員，京都大学大学院修士課程
(京都市左京区吉田本町，Tel 075-753-5070)
*** 正員，工博，京都大学防災研究所
(宇治市五ヶ庄，Tel 0774-32-3111，Fax 0774-32-3093)

これに対し，パイプラインなどの線的施設の建設では，このような付加的費用逓減の効果は小さいか，生じないことが多い．さらに，費用関数が劣加法性を満たさない，すなわち一部の部分提携について (1) 式が成立しないケースも考えられる．(1) 式が成立しないとき，部分提携 S，T がそれぞれ独自に施設を建設するよりも費用が高くなる $S \cup T$ をあえて形成する可能性は低いと考えられる．本論文ではこのような部分提携を「実行不可能」な提携と呼ぶこととする．線的施設のみで，または点的施設と線的施設を合わせて費用配分を行うとき，実行不可能な部分提携の存在の可能性をどのように考慮するかが問題となると考えられる．

実行不可能な提携を含む例として，図 1 左図のような，ダムと導水路から成る事業を考える．この事業は，3 都市共同で行うものとし，各都市が必要とする水量は等しいものとする．また，導水路の建設費は，距離に比例するものとする．1 都市のみ，または 2 都市のみ（部分提携）によって事業が行われたときの導水路の配置は図 1 中央，右図のように想定した．各部分提携の，ダムと導水路の建設費と，その合計を以下に示す．

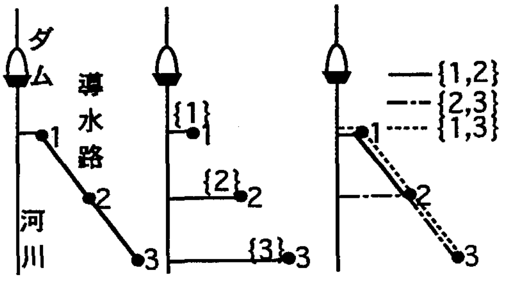

図 1　ダムと導水路から成る水資源開発事業（左）と部分提携による導水路（中央，右）

ダム

$$C^1(1) = 20, C^1(2) = 20, C^1(3) = 20$$
$$C^1(1,2) = 33, C^1(1,3) = 33, C^1(2,3) = 33$$
$$C^1(1,2,3) = 45$$

導水路

$$C^2(1) = 5, C^2(2) = 15, C^2(3) = 25$$
$$C^2(1,2) = 25, C^2(1,3) = 45, C^2(2,3) = 35$$
$$C^2(1,2,3) = 45$$

合計

$$C(1) = 25, C(2) = 35, C(3) = 45$$
$$C(1,2) = 58, C(1,3) = 78, C(2,3) = 68, C(1,2,3) = 90$$

ダムと導水路全体を 1 つの水供給システムとみなすと，$C(1) + C(3) \leq C(1,3)$ であることから，この費用関数は劣加法性を満たさない．そのため，都市 1 と都市 3 の 2 都市による事業は成立し得ない．従って，部分提携 $\{1,3\}$ は実行不可能な提携であるといえる．

一部の部分提携の実行不可能性を明示的に組み込んだ費用配分法をゲーム理論を用いて考慮するには，配分過程自体を規範的なルールそのものとみなしてモデル化するアプローチと，主体にある行動規範を与え，結果的に均衡する状態における配分解を用いるアプローチが考えられる．ここでは，前者による配分法として加重シャプレイ値，後者によるものとして提携ネットワーキング配分法を取り上げる．

(2) 加重シャプレイ値

シャプレイ値[3] は全提携 N を形成する過程において，各主体の参加順序を考慮した配分法である．各主体には，全提携あるいは部分提携 S に参加した際に生じる限界費用 MC を配分する．ここで限界費用は，以下の式によって与えられる．

$$MC(S, S-\{i\}) = C(S) - C(S-\{i\}) \tag{2}$$

シャプレイ値では各主体が全提携を形成するすべての順序の組合せ（3 人ゲームでは 6 通り）を列挙し，それぞれの参加順序における各主体の配分額の期待値を，各自の負担配分額とする．また，各参加順序は等確率で生起するものとしている．費用関数 C におけるシャプレイ値での主体 i の配分額 $\phi_i(C)$ は，次式で示される．

$$\phi_i(C) = \sum_{i \in S, S \subseteq N} \frac{(|N|-|S|)!(|S|-1)!}{|N|!} MC(S, S-\{i\}) \tag{3}$$

このようにシャプレイ値では，各参加順序の発生確率は等しいとみなしているため，全提携形成における各提携参加順序構造間の差異がすべての主体について平滑化される．そこで，各参加順序の発生確率を任意に与えることができる加重シャプレイ値[3] が提案されている．加重シャプレイ値は，部分提携 $S-\{i\}$ に主体 i が参加して新たな部分提携 S が形成される確率を $p(S, S-\{i\})$ として，次のように与えられる．

$$\phi_i(C) = \sum_{i \in S, S \subseteq N} p(S, S-\{i\}) MC(S, S-\{i\}) \tag{4}$$

Loehman *et al.*[2] は，地域下水システムの費用配分に加重シャプレイ値を適用した．(1) で示したような実行不可能な部分提携の生起確率を 0 とし，実際に発生する可能性のある参加順序のみを想定している．しかしこの方法では特定の主体への配分額が過分に大きくなる可能性がある．この点について

は (4) で述べることにする．また，加重シャプレイ値は，提携参加順序の生起確率について信頼性の高い情報が得られていない場合，意志決定者が何らかの形で確率を与える必要がある．この場合，すべての主体の合意を得られるような確率の設定（というルールの採択）には困難が伴う．

(3) 提携ネットワーキング配分法

加重シャプレイ値によって，費用関数から見た部分提携の実行可能性を考慮した費用配分が可能となる．しかし，シャプレイ値は，元来主体間で提携のネットワークが成長したり離合する動的過程を想定していない．ネットワーク型水資源開発事業は，このような動的な側面を無視して費用配分を考えることは現実的でない．そこでこの点をより明示的に考慮した費用配分のためのモデル化を行うことを考える．まず，2 主体が提携して事業を行う関係（「提携リンク」と呼ぶ）を単位として，その集合からなる「グラフ（ネットワーク）」構造を提携構造と定義する．グラフにより表された結合関係にある主体は，共同で事業を行う．この提携構造を本論文では「提携グラフ」と呼ぶことにし，主体 m，n 間の提携リンクを $\{m:n\}$ で表す．また提携グラフ g については，提携リンク $\{l:m\}$，$\{m:n\}$ から構成されるグラフを $g=\{l:m,m:n\}$ のように与えるものとする．ここで，先の図 1 の例において都市 1 と都市 2，都市 2 と都市 3 が提携している状態（提携グラフ $\{1,:2,2:3\}$）と，3 都市すべての間に提携リンクが存在する状態（提携グラフ g^N）を例示として取り上げる．これらは，グラフ的表現として図 2 (1)，図 2 (2) のように示される．

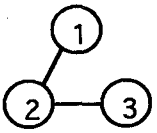

図 2 (1) 提携グラフ
$g=\{1:2,2:3\}$

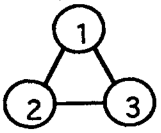

図 2 (2) 提携グラフ
$g^N=\{1:2,1:3,2:3\}$
$N=\{1,2,3\}$

また，部分提携 S 内で提携リンクにより結ばれている主体群の集合を (5) 式，提携グラフ g から $\{n:m\}$ を取り除いたグラフを (6) 式のようにそれぞれ定義する．

$$S/g=\{i\} \tag{5}$$

(i and j are connected in S by $g \mid j\in S, S\subseteq N$)

$$g\setminus n:m=\{i,j \mid i:j\in g, i:j\neq n:m\} \tag{6}$$

費用については，「提携リンクを結合した当該 2 主体に対して同額の費用の増加または減少をもたらすように配分する」というルールをすべての当事者が受容するとする．すなわち，(7) 式が必ず成立する．

$$\forall g\in\{g \mid g\subseteq g^N\}, \forall n:m\in g,$$

$$W_n(g)-W_n(g\setminus n:m)=W_m(g)-W_m(g\setminus n:m) \tag{7}$$

ここで，$W_m(g)$ は，グラフ g での主体 m への配分額を指す．このモデルは，Myerson [4] の「The Fair Allocation Rules」に一致する．高野 [1] は，このモデルと Myerson の方法の一致性に着目してネットワーク型水資源共同事業の費用配分方法に「提携ネットワーキング配分法」を適用している．すなわち，(8) 式のように新たな関数 C/g を定義し，関数 C/g の下でのシャプレイ値 $\phi(C/g)$ をその提携グラフの配分解 $W(g)=\phi(C/g)$ とした．とくに，$g=g^N$ のときの配分解は費用関数 C のシャプレイ値に一致する．

$$\forall S\subseteq N, (C/g)(S)=\sum_{T\in S/g} C(T), W(g)=\phi(C/g) \tag{8}$$

Myerson は，費用関数が劣加法性を満たす場合には必ず $W_n(g)-W_n(g\setminus n:m)\leq 0$ となり，どの 2 主体 n，m も提携リンクを形成し $W(g\setminus n:m)\rightarrow W(g)$ へと変化させようとすることを示している [4]．提携リンクの形成において当該の 2 主体の同意のみを必要とし，逆に解消する場合には一方の主体の意志で行うことができるという行動規範を仮定すると，この場合には提携グラフは g^N に収束し，費用配分問題は $W(g^N)=\phi(C)$ を配分解として均衡する．

しかし，費用関数が劣加法性を満たさない場合には，必ずしもシャプレイ値が均衡な配分解とはならない．なぜなら，一部において $W_n(g)-W_n(g\setminus n:m)>0$ となるためである．このような場合には $W(g)\rightarrow W(g\setminus n:m)$ の方向に提携構造は変化すると考えられる．高野は，費用関数が劣加法性を満たさない場合における 1 つの均衡解への収束過程に関する分析を行っている．その際，どの提携リンクの形成・解消も当該の 2 主体にとって費用増加につながる提携グラフが収束するグラフであり，そのときの $W(g)$ が費用配分問題の配分解となると想定している．

(4) 2 つの配分法の比較

本節では (1) 図 1 で示した例への各配分法の適用結果を示し，その配分特性と適用可能性の比較を行う．加重シャプレイ値については参加順序の生起確率を設定する必要がある．ここでは，図 3 に示すように，実行不可能な提携 $\{1,3\}$ が形成される参加順序の生起確率を 0 とし，その他の生起確率はすべて等確率 ($\frac{1}{4}$) とする．表 1 に，シャプレイ値，加重

シャプレイ値，提携ネットワーキング配分法による配分解を示す．

表 1　配分解の比較

配分法	都市 1	都市 2	都市 3
シャプレイ値	25.00	25.00	40.00
加重シャプレイ値	23.00	31.50	35.50
提携ネットワーキング配分法	23.67	27.67	38.67

シャプレイ値は一部部分提携の実行不可能性を考慮していないため，単独による費用が大きい都市 3 の配分額が最も大きい．一方，後の 2 つの配分法においては，実行不可能な部分提携 $\{1,3\}$ の費用 $C(1,3)=78$ を用いずに配分解が与えられるため，都市 1，3 への配分額が小さくなっている．

加重シャプレイ値の都市 2 への配分額は，提携ネットワーキング配分法の場合よりも大きい．これは，図 3 のように，想定している 4 つの参加順序のうち，都市 2 が最初になる場合が半分を占め，このとき都市 2 が負担すべき費用として $C(2)=35$ が計上されるためである．しかしこれは実際の状況を反映していない．すなわち，都市 2 には最初の参加者としてイニシアチブを取る動機は必ずしもない．このように，加重シャプレイ値は，実行不可能な部分提携が形成される参加順序の生起確率を 0 にすると同時に，一部主体が最初に参加する確率を高める可能性がある．

提携ネットワーキング配分法では，提携グラフは図 4 において $g=\emptyset$ の状態から矢印に従って変化してゆく．その結果 $g=\{1:2,2:3\}$ まで達すると，そこからさらに提携リンク $\{1:3\}$ の形成，$\{1:2\}$，$\{2:3\}$ の解消のいずれに移っても当該 2 都市にとって負担費用の増加を招く状態が生じる．従って，グラフは $g=\{1:2,2:3\}$ で均衡し，表 1 のような配分解を得る．このとき配分解の算定には実行不可能な部分提携 $\{1,3\}$ に対応する $C(1,3)$ の値は関与しないことになる．この事例のように，2 人の部分提携のうち 1 つが実行不可能な場合，最初の状態がどのようであっても，最終的には 1 つの提携グラフに収束することが証明可能である．

また均衡する提携グラフ $g=\{1:2,2:3\}$ は，都市 2 が都市 1，3 を結果的に結びつける形となることを示している．しかしこれは，加重シャプレイ値の場合とは異なり，都市 2 が提携形成の主導権を取ることを意味しない．このために，都市 2 の配分額は加重シャプレイ値での配分額より小さいといえる．

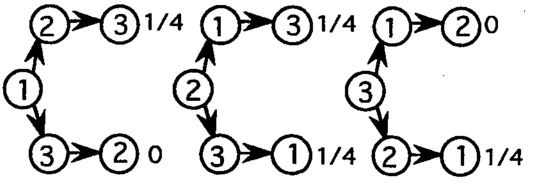

図 3　部分提携 $\{1,3\}$ が実行不可能なときの参加順序と生起確率

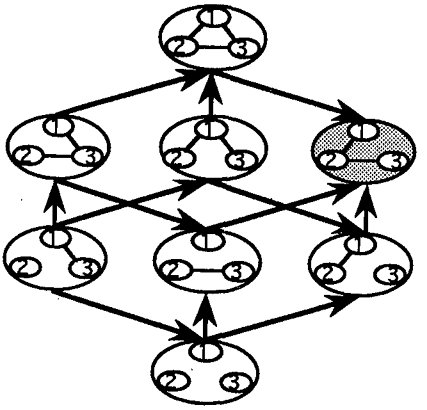

図 4　部分提携 $\{1,3\}$ が実行不可能なときの提携ネットワーキング

4. おわりに

以上，本論文では，ネットワーク型の水資源開発事業における費用配分法について，一部に実行不可能な提携を含むケースを中心に考察した．提携ネットワーキング配分法は，ネットワーク型水資源開発共同事業の特徴である，提携のネットワークの成長過程とその動的均衡としての共同事業（の大きさとその構成上）の決定について，明示的に考慮した配分法とみなすことができよう．

今後は実証例を取り上げ，より具体的，応用的検討を試みたい．

[参考文献]

1) 高野 浩一：水資源整備共同事業の費用・便益の配分方法に関する基礎的考察 — シャプレイ値系配分解を対象として, 京都大学卒業論文, 1996.

2) Loehman,E., Orlando,J., Tschirhart,J., and Whinston,A. : Cost Allocation for a Regional Wastewater

3) Shapley,L.S. : Cores of Convex Games, Int. J. Game Theory, Vol.I, pp.11-26, 1971.

Treatment System, Water Resources Research, Vol.15, pp.193-202, 1979.

4) Myerson,R.B. : Graphs and Cooperation in Games, Mathematics of Operations Research, Vol.2, No.3, 1977.