

交通量観測の精度に関する研究*

A Study on the Accuracy of Traffic Counts*

曹 圭錫**・谷下 雅義***・鹿島 茂****
By Gyouseog CHO**, Masayosi TANISITA*** and Shigeru KASIMA****

1. はじめに

ある地点における期間Tの断面交通量は、通常次のように求められる。まず、期間Tの一部である期間tの交通量を人手もしくは機器により観測する。そしてこれを T/t 倍して、期間Tの平均的な断面交通量とする。この方法は標本抽出による観測及び推定であり、必然的に偶然誤差が生じる。一般にこの偶然誤差は、標本の大きさや繰り返し等に強く影響を受けることが知られている。さらに、偶然誤差に加えて人手による調査では通過台数によっても誤差が生じることが明らかにされている（山本（1995）参照）。この偶然誤差以外の誤差（以降、過失誤差と呼ぶ）は観測者の観測能力、不注意、あるいは観測中に予期しないような外部からの強い影響力等によって生じるものであり、標本単位が大きくなるにつれて大きくなる傾向にあることが知られている。しかしながらこの断面交通量が有する誤差についてはほとんど議論されていない。

そこで、本研究では交通量調査の偶然誤差と過失誤差の性質について誤差論及び実際の観測データを用いて明らかにすることを目的とする。偶然誤差と過失誤差が持つ性質から、両誤差の間にはトレード・オフが存在することを示し、最適観測時間tについて考察する。研究の流れを<図1>に示す。

2. 誤差の定義

ある地点の期間Tの真の断面交通量は平均 μ 、

* キーワード：交通量計測

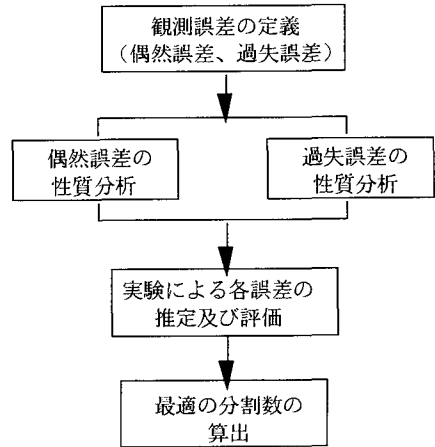
** 学生会員 中央大学大学院 理工学研究科

[〒112 東京都文京区春日1-13-27

TEL 03-3817-1817 FAX 03-3817-1803]

*** 正会員 工博 中央大学理工学部講師

**** 正会員 工博 中央大学理工学部教授



<図1>研究の流れ

分散 σ^2 の正規分布に従うと仮定し、実際に観測される断面交通量を θ とする。 θ は独立に i ($i=1, 2, \dots, n$) 回観測されるものとし、それを $\theta_i (= \theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{in})$ と書く。次式で定義される $\bar{\theta}$ 、 S^2 は μ 、 σ^2 の不偏推定量である。

$$\bar{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_i, \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\theta_i - \bar{\theta})^2$$

ここで、期間Tを $k(\geq 1)$ に分割し、それを標本 t ($t=1, 2, \dots, k$)と置く。標本 t の真の断面交通量は平均 μ_t 、分散 σ_t^2 の正規分布に従い、 $\sum_{t=1}^k \mu_t = \mu$ 、 $\sum_{t=1}^k \sigma_t^2 = \sigma^2$ とする。標本 t から実際に観測される断面交通量を θ_t と置く。 θ_t は独立に i 回観測され、それを $\theta_{ti} (= \theta_{ti1}, \theta_{ti2}, \dots, \theta_{tin})$ と書く。 θ_t の標本平均 $\bar{\theta}_t$ 及び標本分散 S_t^2 は次のように定義される。

$$\bar{\theta}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_{ti}, \quad S_t^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\theta_{ti} - \bar{\theta}_t)^2$$

この $\theta_{t,i}$ を用いた T 期間の推定断面交通量を $\hat{\theta}_i$ ($k\theta_{t,i}$) とする。ただし、 $k = T/t$ である。 $\hat{\theta}_i$ は機器と人手によって観測され、機器による観測値を $\hat{\theta}_{(M)i}$ とし、人手による観測値を $\hat{\theta}_{(H)i}$ とする。ここで、 $\hat{\theta}_{(M)i}$ は偶然誤差以外のものには影響を受けないと仮定し、機器による観測誤差（偶然誤差）を次式のように定義する。

$$\delta_{(M)i} = \theta_i - \hat{\theta}_{(M)i}$$

人手による観測誤差 $\delta_{(H)i}$ は偶然誤差と過失誤差からなる。偶然誤差と過失誤差は互いに独立であると仮定する。人手による観測誤差を次式のように定義する。

$$\begin{aligned}\delta_{(H)i} &= (\theta_i - \hat{\theta}_{(M)i}) + \varepsilon_i \\ &= \delta_{(M)i} + \varepsilon_i\end{aligned}$$

ここで、 ε_i は過失誤差であり、人手による観測のみで生じるもので次式のように定義できる。

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= \hat{\theta}_{(M)i} - \hat{\theta}_{(H)i} \\ &= k(\theta_{(M)t,i} - \theta_{(H)t,i})\end{aligned}$$

3. 偶然誤差の性質

推定断面交通量 $\hat{\theta}_{(M)i}$ の平均 $\bar{\theta}_{(M)}$ は $(k\bar{\theta}_{(M)t})$ で与えられる。平均 $\bar{\theta}_{(M)}$ の期待値 $E[\bar{\theta}_{(M)}]$ は μ の不偏推定量であり、 $\bar{\theta}_{(M)}$ の分散 $\text{Var}[\bar{\theta}_{(M)}]$ は $\frac{k\sigma^2}{n}$ となる。 $\hat{\theta}_{(M)i}$ の分散 $\hat{S}_{(M)}^2$ は $(k^2 S_{(M)t}^2)$ で与えられ、 $\hat{S}_{(M)}^2$ の期待値は次のように求められる。

$$\begin{aligned}E[\hat{S}_{(M)}^2] &= E[k^2 E(S_{(M)t}^2)] \\ &= k\sigma^2\end{aligned}$$

また、 $\hat{S}_{(M)}^2$ の分散 $\text{Var}[\hat{S}_{(M)}^2]$ を次式のように定義する。

$$\text{Var}[\hat{S}_{(M)}^2] = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k [\hat{S}_{(M)}^2 - E(\hat{S}_{(M)}^2)]^2$$

$\theta_{(M)t,i} = \theta_{(M)j,i}$ ($t \neq j, 1, j = 1, 2, \dots, k$) をすべての i でみたす場合は、 $\text{Var}[\hat{S}_{(M)}^2] = 0$ となる。しかし、この条件は現実的とはいいがたく、多くは少なくとも一つの i で $\theta_{(M)t,i} \neq \theta_{(M)j,i}$ となる。このような場合は $(k^2 S_{(M)t}^2) \neq (k^2 S_{(M)j}^2)$ であり、 $\text{Var}[\hat{S}_{(M)}^2] > 0$ となる。

以上の定義及び仮定から偶然誤差 $\delta_{(M)i}$ の期待値 $E[\delta_{(M)i}]$ や分散 $\text{Var}[\delta_{(M)i}]$ は次式で求められる。

$$\begin{aligned}E[\delta_{(M)}] &= E[\hat{\theta}_{(M)}] - E[\theta] \\ &= 0 \\ \text{Var}[\delta_{(M)}] &= \text{Var}[\hat{\theta}_{(M)}] + [\text{Bias}(\hat{\theta}_{(M)})]^2 \\ &= k\sigma^2 \dots\dots\dots (1)\end{aligned}$$

すなわち、分割による平均的な断面交通量の推定の際に生じる偶然誤差は平均は 0、分散 $(k\sigma^2)$ の正規分布に従う。

4. 過失誤差の推定

過失誤差は観測者によって生じるもので、その性質を理論的に考察するのは簡単ではない。山本らは断面交通量の増加に伴って過失誤差は増加することを明らかにしている 1) 2)。そこで、本研究ではその成果をもとに、人手による過失誤差の推定を行う。

(1) 観測条件

観測地点はく表 1> で示す各地点の上り線と下り線とした。各地点に対して 4 時間帯で観測を行った。それぞれの時間帯の中で $t(=20\text{分})$ における $\theta_{t(=20)i}$ を観測機器と人手によってそれぞれ $n(=6)$ 回行った。

<表 1> 観測地点

地点番号	地 点	備 考
地点 1	国道 1 号線	片側 3 車線
地点 2	千代田練馬田無線	片側 3 車線
地点 3	国道 15 号線	片側 3 車線
地点 4	国道 254 号線	片側 2 車線

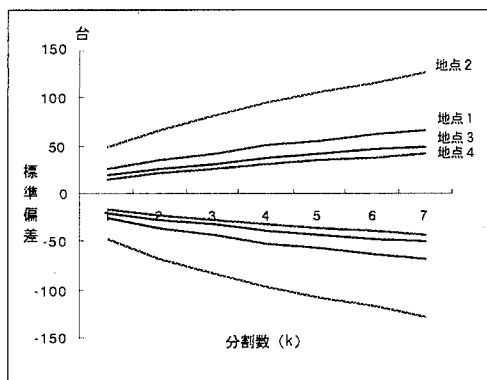
(2) 観測結果

実際に観測機器によって各時間帯で観測された $\theta_{(M)t(i=20)i}$ ($i=1, 2, \dots, 6$) を $k(=3)$ 倍し、 $T(=60)$ 分の断面推定交通量とする。その平均を $\hat{\theta}_{(M)i}$ として平均的な推定断面交通量として取り扱う。 $\hat{\theta}_{(M)i}$ の平均と分散を<表2>に示す。

<表2> 観測結果 (台)

地点		地点1	地点2	地点3	地点4
統計量	平均	1823.4	1875.9	1423.5	1308.5
	分散	3556.6	12749.8	1358.9	1976.2
下り	平均	1654.8	2066.6	1496.5	1178.5
	分散	2489.0	5408.7	773.1	143.2

この観測結果を基に分割数 k に対して各地点における偶然誤差を信頼区間で示すことができる。例として k を (1, 2, ..., 7) としたときの各地点における偶然誤差の90%信頼区間を<図2>に示す。



<図2> 各地点の偶然誤差の
90%信頼区間 (上り)

過失誤差 $|e_i|$ は観測される車の台数に強く依存する。実際には車の台数以外にも様々な影響を受けると考えられるが、本研究ではそれらについては考慮しない。 $|e_i|$ を次式のように説明変数を観測対象の車の台数とする回帰式で表す。

$$\begin{aligned} |e_i| &= \beta_0 + \beta_1 (\hat{\theta}_{(M)i}) + \omega_i \\ &= \beta_0 + \beta_1 k(\theta_{(M)i}) + \omega_i \end{aligned}$$

ここで、 ω_i は過失誤差が持つ誤差項を示す。 $i \neq j$ のとき ω_i と ω_j は互いに独立であり、 $N(0, \sigma_\omega^2)$ の正規分布に従うとする。 $(\theta_{(M)i})$ は観測対象の車の台数であり、値は与えられるものである。例として地点1の上り線の観測結果について述べる。過失誤差 $|e_i|$ の回帰式は次のようになった^{※1}。

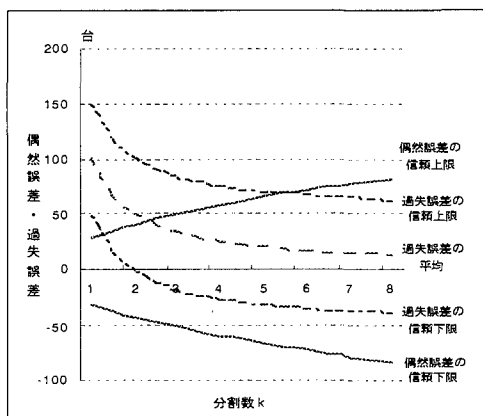
$$E[|e_i|] = 0.0617 + 0.0548 k(\theta_{(M)i}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

また、 $MSE(|e_i|) = 5750.62$ が得られた。

5. 分割数 k に関する考察

(1) 分割数 k と誤差

式(1)と式(2)を用いて分割数 k の変化による偶然誤差及び過失誤差の平均とその90%信頼区間を<図3>に示す。偶然誤差は平均的な断面交通量の大きさの影響を受けずに母分散の影響を受け、偶然誤差の信頼区間は分割数 k に比例して広がる。



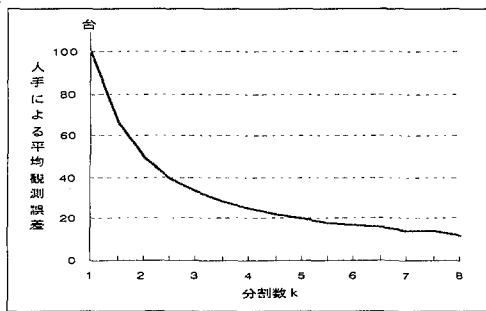
<図3> 分割数 k と偶然誤差、過失誤差の
平均の90%信頼区間

人手による観測誤差の期待値は誤差の定義及び仮定によって次式のように定義される。

$$E[\text{人手による観測誤差}] = E[\delta_i] + E[e_i]$$

^{※1} 通常 $\theta_{(M)i} = 0$ のとき、 $|e_i| = 0$ と考えられるが、本研究では観測された車台数の範囲が限定されていたため、切片を持つ回帰式が得られた。

この期待値は偶然誤差の影響を受けず過失誤差の平均で求められ、＜図4＞のように分割数kに反比例する。



＜図4＞人手による平均観測誤差の変化

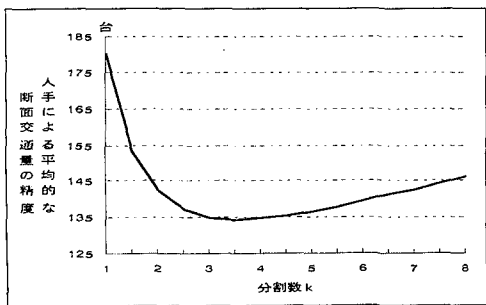
信頼度 $z_{\alpha/2}$ を用いた観測機器による平均的な推定断面交通量の精度を d で表すと、d は次式のように求められる。ただし、 $d = \left| \bar{\theta} - \bar{\theta}_{(M)} \right|$ である。

$$d = t_{\alpha/2, (n-1)} \sqrt{\frac{k\sigma^2}{n}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

上式で観測回数 n を固定した場合、精度 d は分割数 k に依存する。したがって、人手による平均的な推定断面交通量の精度は次式のように示される。

$$\begin{aligned} \Pr \left[\left| \bar{\theta}_{(H)} - \bar{\theta} \right| < Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{\theta}_{(H)}} \right] &= 1 - \alpha \\ \Rightarrow \Pr \left[\left| \bar{\theta}_{(M)} - \left(\bar{\theta}_{(M)} - \bar{\theta}_{(H)} \right) - \bar{\theta} \right| < Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{\theta}_{(H)}} \right] &= 1 - \alpha \end{aligned}$$

上式より得られた結果の中で例として地点1の上りの場合を＜図5＞に示す。



＜図5＞分割数kと人手による断面交通量の精度

(2) 最適の分割数

分割数kが増大すると、偶然誤差は大きくなるが、過失誤差は減少する。地点1の上りにおいては＜図5＞のように分割数kを3あるいは4にしたとき最も効率が良い平均的な断面交通量観測が可能となる。

(3) 分割数kと観測回数n

観測機器による平均的な推定断面交通量の精度dを一定とした場合に観測回数nと分割数kの間には次式が成立する。

$$[k, n | d] = [k \pm \alpha, n(k \pm \alpha) | d]$$

すなわち、分割数kを(k+1)にした場合、観測回数nは(k+1)nとする必要がある。分割数kや観測回数nは調査費用に直接影響を与えるものであるが、これより調査費用一定のもとでの精度dを最小とする最適な(k,n)が存在することが示される。

6. まとめ

本研究では、断面交通量の推定の精度について検討を行った。仮定をおいて分析した結果、偶然誤差は分割数kに比例して精度に影響を及ぼすことを明らかにした。過失誤差は観測対象の車台数に依存することから、分割数kは反比例して影響を及ぼすことがわかった。偶然誤差と過失誤差の間にはトレード・オフが存在し、両方の誤差の和を最小とする最適の分割数kを求めた。今後、調査精度に加えて調査費用を考慮した最適な分割数kや観測回数nの検討、車台数以外の要因による過失誤差についての検討などを行う予定である。

参考文献

- 1) 山本 隆、鹿島 茂：「人手による交通量調査の調査精度に関する研究」，土木計画研究講演集18(1)，pp201-204，1995
- 2) 山本 隆：「自動車走行台キロの推定手法に関する研究」，中央大学修士論文集，1995