

費用便益分析に関する一手法の提案

A Proposal of A Method concerning Cost-benefit Analysis

笹 匡*、木下栄蔵**

by Tadashi SASA and Eizo KINOSHITA

1. はじめに

事業体の機能性、効率性を議論することは、今日ますます重要となってきた。このような事業体の評価を行うときは、他と比較するという方法がよく使われる。また、同じくプロジェクトの決定に際しても、他のプロジェクトとの比較評価により決められるものである。

しかし、他と比べるということは、その評価の行い方に問題があれば、それは自分にとって都合の良い結果となるように導き出されたものと思われないであろう。そのような問題を排除し、いかに客観的で総合的にバランスのとれた評価を行うかが課題といえる。

この種のモデルとしては、「費用便益分析」が考えられる。このモデルでは、すべての項目をお金という尺度で計り、総合評価するものであり、すべての人に分かりやすく説明し易い手法といえる。しかし、項目の中に金銭的尺度で測ることが難しいものが含まれていたときなどに金銭の単位をつけるということは、そのウエイトの付け方に客観性を欠いてしまう。

また、その他のモデルとして、「DEA」や「AHPによる費用便益分析」といったものが挙げられる。どちらも総合的な評価を導き出すことでは変わ

りないが、プロセスにそれぞれ特徴がある。

DEAによる手法の特徴としては、貨幣換算等で行われるウエイト付けを計算式により求めるというものである。ここに、主観性を排除し、客観性を持たせている。次に、AHPの特徴は、問題の分析において、主観的判断とシステムアプローチをうまく組み合わせた問題解決型意志決定手法であり、DEAとは対照的に、主観性に重きをおいたものとなっている。

そこで、本研究は、AHPにおけるOuter Dependence法（外部従属法）のウエイト付けをDEAの計算手法により求め、そこから最適な効率値を導いていくものである。つまり、AHPとDEAの両モデルの長所を取り入れた計算手法を提案するものである。

2. DEA

(1) DEAとは

単純な効率判定が難しい多入力・多出力系のシステムにおいて、その中で活動する複数の意志決定主体（Decision Making Unit : DMU）の間の相対的な効率を判定する手法である。DMUの活動は資源を投入し、便益を産出する変換過程とみなし、

産出／投入

の比を用いて効率値を測定する。ここで、各DMUの有する複数の入力、出力の組のそれぞれを、あるウエイト付けのもとに合成して一つの数値にし、その比を持ってDMUの活動の効率を判断しようとするものであるが、そのウエイト付けに際して、判定者の先入観によらず、データそのものから、評価しようとするDMUに最適のウエイトを求めようとするところに特徴がある。

キーワード：計画手法論、計画基礎論、費用便益分析

* 四日市市役所

(三重県四日市市諏訪町1-5 Tel0593-51-1155 Fax0593-54-8302)

** 正会員 工博 名城大学都市情報学部 教授

(岐阜県可児市虹ヶ丘4-3-3 Tel0574-69-0100 Fax0574-69-0155)

(2) CCRモデル

DEAによる最も基本的なモデルである。

まず、各活動毎に、入力データと出力データに未知のウェイトをかけて、それを加えることによって仮想的入力と仮想的出力をつくる。

ここに、 m コの入力項目と s コの産出項目が選ばれ、 DMU_j の投入（入力）データを $X_{1j}, X_{2j}, \dots, X_{mj}$ 、産出（出力）データを $Y_{1j}, Y_{2j}, \dots, Y_{sj}$ とする。そして n コの活動をそれぞれについて比率尺度で効率値を測定しようとしたとき、対象の活動を DMU_o とし、入力のウェイトを v_i ($i=1, \dots, m$)、出力のウェイトを u_r ($r=1, \dots, s$) として次のような分数計画問題を考え、それを解くことによって定めている。

$$\text{MAX } \theta = \frac{u_1 Y_{1o} + u_2 Y_{2o} + \dots + u_s Y_{so}}{v_1 X_{1o} + v_2 X_{2o} + \dots + v_m X_{mo}} \quad (1)$$

$$\frac{u_1 Y_{1j} + u_2 Y_{2j} + \dots + u_s Y_{sj}}{v_1 X_{1j} + v_2 X_{2j} + \dots + v_m X_{mj}} \leq 1 \quad (j=1, \dots, n) \quad (2)$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0 \quad (3)$$

$$u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0 \quad (4)$$

実際には、上記の分数計画問題としてではなく、次の線形計画問題に帰着させて解いていく。

$$\text{MAX } \theta = u_1 Y_{1o} + u_2 Y_{2o} + \dots + u_s Y_{so} \quad (5)$$

$$v_1 X_{1o} + v_2 X_{2o} + \dots + v_m X_{mo} = 1 \quad (6)$$

$$u_1 Y_{1j} + \dots + u_s Y_{sj} \leq v_1 X_{1j} + \dots + v_m X_{mj} \quad (j=1, \dots, n) \quad (7)$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0 \quad (8)$$

$$u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0 \quad (9)$$

この線形計画問題を用いて、目的関数値と最適ウェイト (u, v) を決定する。このウェイトは対象とする活動毎に異なる値をとり、その活動にとって最も有利になるように、LPの解として決められる。この事が可変ウェイトと呼ばれる所以である。

そして、最大関数値が1であればD効率的であるといい、1以下のものはD非効率的という。

(3) 例題

今ここに10個の活動（事業体）があり、入力として3項目、出力として同じく3項目あるものの効率性を測定したいとする。各値を表1に示す。

表1 入出力値

	入力1	入力2	入力3	出力1	出力2	出力3
A	29308	690.50	56072	718	2205	29477
B	13401	607.90	54617	448	2025	26801
C	33138	715.36	66436	831	2821	41464
D	26842	686.09	65921	940	4770	40571
E	32793	642.82	65159	1165	9164	52379
F	13420	607.90	54617	411	2724	30313
G	21499	616.08	64689	582	4859	26020
H	22993	621.96	54865	875	8114	37795
I	14415	604.74	54562	554	4127	39041
J	35486	595.97	64335	885	4535	39024
計	243295	6389.32	601273	7409	45344	362885

この表1を使い、CCRモデルによって得られた最適ウェイトを表2に示す。

表2 最適ウェイト

	入力			出力		
	v1	v2	v3	u1	u2	u3
A	0.0000	0.0000	0.1780	0.1090	0.0000	0.0000
B	0.7460	0.0000	0.0000	0.1940	0.0000	0.0000
C	0.0693	0.0000	0.1160	0.0000	0.0000	0.1880
D	0.1790	0.0755	0.0000	0.1010	0.0000	0.0000
E	0.0939	0.0466	0.0602	0.0313	0.0364	0.0636
F	0.7450	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.2750
G	0.4560	0.0031	0.0000	0.1220	0.0000	0.0000
H	0.2300	0.0388	0.0418	0.0313	0.0303	0.1270
I	0.2800	0.0500	0.0538	0.0336	0.0390	0.1670
J	0.0000	0.1680	0.0000	0.1010	0.0000	0.0000

表3 DEA効率値

	DEA	順位
A	0.7834	8
B	0.8699	6
C	0.7780	9
D	0.9480	4
E	1.0000	1
F	0.8340	7
G	0.7106	10
H	1.0000	1
I	1.0000	1
J	0.8963	5

また、効率性を求めたものが表3である。

ここで効率値が1となった活動の最適ウェイトの値は代表値である。これは、DEAにおける計算式において、効率値が1となるときの最適ウェイトは一意に決まらないためである。

(4) DEAの問題点

一見すると費用・便益という考え方においては画期的な方法であるかのように見える。しかしここにも問題があると思われる。

効率値を求める段階においてLPを解いていくわけであるが、各活動毎に効率値を求めるため目的関数が変わってしまう。この事は、同じ視点で効率値を求めることが出来ていないことを意味している。各効率値を求めるだけであれば何も問題は無いが、DEAにおいては、各活動の効率値を評価し、求めた効率値を比べるという形を取るため、目的関数値

を採用するには無理があると思われる。また本来、費用と便益は独立したものとして考えられるが、この手法の取り扱い方では従属的になってしまう。

そこで、これを解決するために、AHPによる費用便益分析を用い、その分析の中で、Outer Dependence法を用いて費用(入力)、便益(出力)別に評価値を算出し、総合評価を導いていく。

3. AHP

(1) 特徴

主観的判断とシステムアプローチをうまく組み合わせた意志決定手法の一つである。従って、AHP手法を使って問題を解決するには、まず問題の要素を、

総合目的・・・評価基準・・・代替案

の関係でとらえて、階層構造を作り上げる。そして、総合目的からみた各評価基準のウェイトを求め、次に各評価基準からみた各代替案の重要度を評価し、最終的には、これらを総合目的からみた代替案の評価に換算する。AHP手法は、この評価の過程で経験や勘を生かして、これまではモデル化した量り定量化したりするのが難しかったことも扱えるようにしているところに特徴がある。

(2) Outer Dependence 法

この手法の考えの特徴は、各評価基準のウェイトが、総合目的より一意的に決定される(従来のAHP手法)のではなく各代替案毎に決定され、それらが異なっても良い点にある。実際、社会現象を分析する際、各評価基準のウェイトは各代替案に共通したものではなく、各代替案毎に異なる場合も多々あると思われる。そこで、以下Outer Dependence法における方法を紹介する。

(STEP 1)

各評価基準毎($i=1, \dots, n$)の各代替案($j=1, \dots, m$)の評価を行う。そのために、各評価基準毎に各代替案の一対比較を行い、評価ベクトル(W_{Fi})を計算する。この結果として、評価マトリックス(W_F)は次のようになる。

$$W_F = (W_{F1}, \dots, W_{Fi}, \dots, W_{Fn}) \quad (10)$$

ただし、この計算は、従来のAHP手法と同じであ

る。

(STEP 2)

各代替案毎に各評価基準のウェイトを決定する。そのために、各代替案毎に各評価基準の一対比較を行い、ウェイトベクトル(W_{Gi})を計算する。この結果、ウェイトマトリックス(W_G)は次のようになる。

$$W_G = (W_{G1}, \dots, W_{Gi}, \dots, W_{Gn}) \quad (11)$$

(STEP 3)

評価基準と代替案の関係を一つのマトリックスで表現するSuper-Matrixを用いて、各評価基準のウェイトと、各代替案の総合評価値を求める。ところで、Super-Matrixは次のように表現される。

$$W = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{評価基準} & \text{代替案} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{評価基準} \\ \text{代替案} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & W_G \\ W_F & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (12)$$

そして、(12)式のWはマルコフ性があり、この推移確率行列は、次のような極限確率行列に収束することが示されている。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} W^{2k+1} = W^* \quad (13)$$

ただし、

$$W^* = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{評価基準} & \text{代替案} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{評価基準} \\ \text{代替案} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & W_G^* \\ W_F^* & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (14)$$

となる。そして、 W_F^* は、総合評価マトリックスであり次のようになる。

$$W_F^* = (W_{F1}^*, \dots, W_{Fi}^*, \dots, W_{Fn}^*) \quad (15)$$

一方、 W_G^* は、評価基準のウェイトマトリックスであり、次のようになる。

$$W_G^* = (W_{G1}^*, \dots, W_{Gi}^*, \dots, W_{Gn}^*) \quad (16)$$

また、(15)式、(16)式の評価ベクトル、ウェイトベクトルは、それぞれ

$$W_{F1}^* = \dots = W_{Fi}^* = \dots = W_{Fn}^* \quad (17)$$

$$W_{G1}^* = \dots = W_{Gi}^* = \dots = W_{Gn}^* \quad (18)$$

となり、(17)式が各代替案の総合評価値を示し、(18)式が各評価基準のウェイトをあらわしている。

(3) 費用便益分析への適用

例として、DEAで示した表1を用いる。そして、費用と、便益それぞれについて、Outer Dependence法を適用する。

(STEP 1)

本来であれば、各評価基準毎に各代替案の--対比較を行うのであるが、ここでは、表1を正規化したものを用いることとし、表4に示す。

表4 正規化されたデータ

	入力1	入力2	入力3	出力1	出力2	出力3
A	0.120	0.108	0.093	0.097	0.049	0.081
B	0.055	0.095	0.091	0.060	0.045	0.074
C	0.136	0.112	0.110	0.112	0.062	0.114
D	0.110	0.107	0.110	0.127	0.105	0.112
E	0.135	0.101	0.108	0.157	0.202	0.144
F	0.055	0.095	0.091	0.055	0.060	0.084
G	0.088	0.096	0.108	0.079	0.107	0.072
H	0.095	0.097	0.091	0.118	0.179	0.104
I	0.059	0.095	0.091	0.075	0.091	0.108
J	0.146	0.093	0.107	0.119	0.100	0.108
計	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

(STEP 2)

各代替案毎に各評価基準の--対比較を行うのであるが、DEAのCCRモデルにより求めたウエイトを用いることにする。ここでは、求めたウエイトを正規化したものを使い、これを表5に示す。

表5 正規化されたウエイト

	入力			出力		
	v1	v2	v3	u1	u2	u3
A	0.000	0.000	1.000	1.000	0.000	0.000
B	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
C	0.374	0.000	0.626	0.000	0.000	1.000
D	0.703	0.297	0.000	1.000	0.000	0.000
E	0.468	0.232	0.300	0.238	0.277	0.484
F	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
G	0.993	0.007	0.000	1.000	0.000	0.000
H	0.741	0.125	0.135	0.166	0.161	0.673
I	0.730	0.130	0.140	0.140	0.163	0.697
J	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	0.000

(STEP 3)

以上から、費用、便益それぞれについて(12)式に代入し、Super-Matrix (13×13の正方行列)を作成する。

費用

$$C^* = \begin{bmatrix} 0 & C_G^* \\ C_F^* & 0 \end{bmatrix}$$

(19)

便益

$$B^* = \begin{bmatrix} 0 & B_G^* \\ B_F^* & 0 \end{bmatrix}$$

(20)

そして、(14)式のような極限確率行列を求める。その結果として、総合評価マトリックスと評価基準のウエイトマトリックスが求まる。

費用、便益各々の総合評価マトリックスは次のようになる。

$$C_F^* = \begin{bmatrix} 0.111 & 0.111 & 0.111 \\ 0.072 & 0.072 & 0.072 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.109 & 0.109 & 0.109 \\ 0.121 & 0.121 & 0.121 \\ 0.072 & 0.072 & 0.072 \\ 0.095 & 0.095 & 0.095 \\ 0.094 & 0.094 & 0.094 \\ 0.074 & 0.074 & 0.074 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 \end{bmatrix}$$

$$B_F^* = \begin{bmatrix} 0.087 & 0.087 & 0.087 \\ 0.064 & 0.064 & 0.064 \\ 0.109 & 0.109 & 0.109 \\ 0.119 & 0.119 & 0.119 \\ 0.155 & 0.155 & 0.155 \\ 0.067 & 0.067 & 0.067 \\ 0.078 & 0.078 & 0.078 \\ 0.117 & 0.117 & 0.117 \\ 0.089 & 0.089 & 0.089 \\ 0.113 & 0.113 & 0.113 \end{bmatrix}$$

また、評価基準のウエイトマトリックスは次のようになる。

$$C_G^* = \begin{bmatrix} 0.543 & 0.543 & 0.543 & 0.543 & 0.543 & 0.543 & 0.543 & 0.543 & 0.543 & 0.543 \\ 0.208 & 0.208 & 0.208 & 0.208 & 0.208 & 0.208 & 0.208 & 0.208 & 0.208 & 0.208 \\ 0.249 & 0.249 & 0.249 & 0.249 & 0.249 & 0.249 & 0.249 & 0.249 & 0.249 & 0.249 \end{bmatrix}$$

$$B_G^* = \begin{bmatrix} 0.531 & 0.531 & 0.531 & 0.531 & 0.531 & 0.531 & 0.531 & 0.531 & 0.531 & 0.531 \\ 0.076 & 0.076 & 0.076 & 0.076 & 0.076 & 0.076 & 0.076 & 0.076 & 0.076 & 0.076 \\ 0.392 & 0.392 & 0.392 & 0.392 & 0.392 & 0.392 & 0.392 & 0.392 & 0.392 & 0.392 \end{bmatrix}$$

表6 総合評価

	AHP	順位
A	0.7838	10
B	0.8889	7
C	0.8720	8
D	1.0917	4
E	1.2810	1
F	0.9306	5
G	0.8211	9
H	1.2447	2
I	1.2027	3
J	0.9040	6

よって、総合評価マトリックスから費用便益分析としての各代替案の総合評価を求める。すなわち、便益を費用で割った値を表6に示す。

4. おわりに

本研究では、AHPとDEAを組み合わせた費用便益分析の手法を示した。この手法は、両モデルの長所を組み合わせることにより、効率値の測定について、今までにはない客観的で合理的な総合評価手法と思われる。今後は、このモデルの説明力を種々の適用例を通して説明していきたい。

参考文献

- 1) 利根薫：包絡分析法DEAによる経営効率性の測定と改善，日科技連，1993.9
- 2) 木下栄蔵：マネジメントサイエンス入門，近代科学社，1996.2
- 3) 木下栄蔵：多目的意志決定手法による高速道路路線の建設優先順位決定に関する研究：土木計画学研究・講演集 No.15 (1) 1992.11