

AHPにおける一対比較行列の新しい構築手法

A NEW MODELING METHOD OF PAIRWISE COMPARISON MATRIX FOR THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

張 崎 * ・ 西村 昂 **

By ZHANG Qi, Takashi NISHIMURA

1. はじめに

階層化意志決定法 (AHP) は一つの評価手法として、多くの分野でかなり応用され、その合理性と有効性も報告されている。しかし、実際へ適用する場合、重要性尺度の適当性や順位逆転問題や順位の計算方法などについて、いくつかの問題が提出されている。その中で、多くの問題が解決・改善され、まだ一部は十分に解決とは言えないで、多くの研究者の研究課題になっていることも現実である。本研究はAHPによる評価結果の適正性と精度を向上するために、人間による定性的表現とモデルによる定量的表現を緊密に結び合い、人間の判断意識を的確に反映し、適正に定量化することを目指している。ここでは、一対比較行列における諸要素の整合性関係から手を着けて、定量的表現を定性的表現とできるだけ完全に対応させることに念頭を置き、人間の判断意識を的確に定量化するために、一対比較行列の新しい構築手法を検討する。

本文では、主に、「極めて重要」という定性的程度に対応する定量値を広げ、定数でなく、変動的定量値という概念を提出し、それにより、人間の判断を的確に定量化するための一対比較行列の新しい構築手法を提案することにする。さらに、理論的面から、完全に整合する判断に対する一対比較行列の構築手法を検討するのみでなく、現実存在する完全に整合するとは言えない場合の実用面への適用法の検討も進め、合理的、実用的な一対比較行列の新たな構築方法を提案することにする。最後に、本研究は、交通経路選択の事例を通じて、整合度に関する評価指標及び、推定と実際選択の結果の比較により、上述の手法の合理性を検証することにする。

2. AHP手法の概要

階層化意志決定法 (AHP) はアメリカのSaaty¹⁾ 教授が最初に提唱し、今はかなり応用されている有効な評価手法の一つである。その手順は主に次のようなステップからなる。

(1) AHP手法の手順

- 複雑な問題を評価目的、評価基準と代替案によって、階層構造に分解し、階層図を書く。
- 階層の各レベルの要素をすぐ上のレベルの各要素を評価基準として、定性的に一対比較・判断し、さらに重要性尺度によって定量的に一対比較行列を作る。
- 各一対比較行列の固有ベクトルの計算とその整合度指標の検定及びウェートの合成などを通じて、総合ウェートを求め、評価順位を並べる。

(2) 一対比較判断行列

階層構造で、あるレベルの各要素はすぐ上のレベルのある要素 (評価基準) に対する重みを求めるために、まずそれぞれの重要性の程度を定性的に一対比較し、さらに、定性的表現を定量化する重要性尺度によって、次のような一対比較行列を作る。

$$A = (a_{ij})_{n \times n}$$

ここで：

a_{ij} : 要素*i*は要素*j*より重要な程度の定量値である。

$$a_{ij} > 0$$

$$a_{ii} = 1$$

$$a_{ji} = 1/a_{ij}$$

$$i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$$

ところで、すべての i, j, k に対して、もし、次のような関係式が成り立つと、

$$a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik} \quad i, j, k \in \{1, 2, \dots, n\}$$

一対比較行列 A は整合性行列となり、相応的にそれらの定性的判断も完全に整合ということになる。

キーワード 計画手法論、システム分析

* 学生員、後期博士課程、大阪市立大学工学部土木工学科

(〒558 大阪市住吉区杉本3丁目3番188号 TEL(FAX) 06-605-2731)

** 正 員、工博、大阪市立大学工学部土木工学科

(3) 重要性尺度

AHPにおける重要性尺度は「重要性に関する定性的表現」を定量化したもので、人間の判断意識を定量的に反映するものである。今よく使われているのは、Saaty 教授が最初に提案した表-1のような1～9尺度である。

表-1 重要性尺度

重要性表現 (定性的)	同程度	やや重要	かなり重要	非常に重要	極めて重要
重要性尺度 (定量的)	1	3	5	7	9
2, 4, 6, 8 は以上の間の程度に対応する。					

3. 問題の提出

今使っている一対比較行列は整合性の点において、重要性尺度の「極めて重要」という定性的程度に対する定量値が定数（1～9尺度の、9とする）と決められるため、それによって一対比較行列の整合度を下げることになり、定量的表現を人間の定性的判断と的確に対応させられない問題が存在している。次に交通経路選択における距離という評価要因から評価する例を上げ、1～9の重要性尺度を用い、一対比較行列を定量的に構築する場合、できる問題を説明する。

交通経路選択の問題において、もし、一つの評価要因を距離と設定し、さらに、代替案A、B、Cの距離はそれぞれ10, 30, 90キロであり、それについての定性的判断を図-1のように表すと、それに対応する一対比較行列とウェイト値は図-2のように得られる。

距離	A	B	C
A	同程度	やや近い	極めて近い
B		同程度	やや近い
C			同程度

図-1 定性的判断関係表

距離	A	B	C	計算ウェイト (倍数関係)	実際の倍数関係 距離	近さ
A	1	3	9	9/13 (9)	1	9
B	1/3	1	3	3/13 (3)	3	3
C	1/9	1/3	1	1/13 (1)	9	1

図-2 一対比較行列と結果比較

図-1、図-2から見ると、整合的定性判断に対し、1～9尺度により定量した一対比較行列が整合性行列となる場合、そのウェイト値は実際の距離関係と一致することが分かった。

さらに、もし、代替案A、B、Cはそれぞれ10, 30, 120キロであれば、定性的判断は図-3で、それに対応する一対比較行列とウェイト値は図-4のようになる。

距離	A	B	C
A	同程度	やや近い	極めて近い
B		同程度	やや一かなり近い
C			同程度

図-3 定性的判断関係表

距離	A	B	C	計算ウェイト (倍数)	実際の倍数関係 距離	近さ
A	1	3	9	0.681 (9.91)	1	12
B	1/3	1	4	0.250 (3.63)	3	4
C	1/9	1/4	1	0.069 (1.00)	12	1

図-4 一対比較行列と結果比較

図-3、図-4から見ると、定性的判断が整合的でないとは言えないけれども、計算したウェイト値の関係は実際の距離の倍数関係と外れている。というのは、一対比較行列によりそのような判断関係を定量的に構築する場合、「極めて近い」という程度に対応する定量値を定数9によって表現するため、次の一対比較行列の整合性の関係式が必ずしも全て成り立たないからである。

$$a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik} \quad i, j, k \in \{A, B, C\}$$

その原因を究明すると、AはBより「やや近い」、BはCより「やや一かなり近い」、AはCより「極めて近い」という定性的判断関係に対し、定量的な関係式 $a_{AB} \cdot a_{BC} = a_{AC}$ は、「極めて重要」に対する定量的尺度値が定数9と決められるせいで、成り立たない状態になる。この原因からも、評価結果としてのウェイト値が実際の状況と外れる現象ももたらし、評価結果の正確性にある程度の影響を与えるようになる。

そのため、このような定量化時の原因でもたらされる不備を解消するために、次は「極めて重要」という定性的程度に対応する定量値を変数にする概念

を提出し、人間の定性的判断と対応する定量的な一対比較行列の構築手法を提案することにする。

4. 一対比較行列の新しい構築法

上述の問題から見ると、人間の定性的判断を適正に定量化するために、整合的定性判断に対し、定量的表現も整合的になることが望ましいと考えられる。この考え方によると、一対比較行列という定量的表現を人間による定性的判断と適正に対応させるために、問題の元としての「極めて重要」という程度に対応する定量値が定数のかわりに、変動的定量値とするべきである。これにより一対比較行列を構築すると、定量的表現における不的確性がある程度に解消されることが可能で、それによる評価結果もより適正になると考えられる。

次は変動的定量値による一対比較行列の新しい構築法を提案する。

(1). 完全に整合的判断の場合

整合性という見方から考えると、整合的定性判断に対し、その定量化も相応的に整合しなければならない。即ち、一対比較行列において、次の関係式が全て成り立つことが要求されるとする。

$$a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik} \quad i, j, k \in \{1, 2, \dots, n\}$$

それにより、重要性尺度の「極めて重要」という定性的程度に対する定量値がただ定数であるわけではなく、上述の関係式が成り立つように、相応的に変動させなければならない。すなわち、それはある範囲内の定量値になるわけである。1～9尺度の例から説明すると、その定量値は9以上という変動的範囲内にあるわけである。即ち、図-3、4のような問題に適用すると、定性的判断に対応する一対比較行列という定量的構築は図-5のように表せ、それによるウェイト値は実際状況と合うことも分かる。

距離	A	B	C	計算ウェイト (倍数)	実際倍数 距離	関係 近さ
A	1	3	12	12/17 (12)	1	12
B	1/3	1	4	4/17 (4)	3	4
C	1/12	1/4	1	1/17 (1)	12	1

図-5 一対比較行列と結果比較

このような問題を理論的にまとめて分析すると、「極めて重要」という定性的程度に対し、その対応的な定量値は、固定値ではなく、それと関連するあらゆる判断関係により総合的に決められる変動値であると考えられる。

ここでは、分析を簡便にするために、まず、各要素を判断の重要さの順位により並べ、さらにそれにより一対比較行列を構築する。これにより、行列の右上側の要素のみ分析すれば、全体的に分かるようになる。

一般的に、完全に整合する判断に対し、ある評価要素 a_{ik} が多数の既知の判断に関連し、さらにそれらの組み合わせ(次の関係式)のいずれかにより推定できる。

$$\begin{aligned} & a_{ik}(a_{ii+1}, a_{i+1i+2}, a_{i+2i+3}, \dots, a_{k-1k}) \\ & a_{ik} \begin{pmatrix} a_{ii+2}, a_{i+2i+3}, a_{i+3i+4}, \dots, a_{k-1k} \\ a_{ik}(a_{ii+1}, a_{i+1i+3}, a_{i+3i+4}, \dots, a_{k-1k}) \end{pmatrix} \\ & \vdots \\ & a_{ik}(a_{ii+1}, a_{i+1i+2}, \dots, a_{k-3k-2}, a_{k-2k}) \\ & \vdots \\ & a_{ik} \begin{pmatrix} a_{ii+1}, a_{i+1k} \\ a_{ik}(a_{ii+2}, a_{i+2k}) \end{pmatrix} \\ & \vdots \\ & a_{ik}(a_{ik-1}, a_{k-1k}) \end{aligned}$$

ただし、

$$a(a_1, a_2, \dots, a_L) = \prod_{i=1}^L a_i$$

$$(\text{関係式の数: } j^* = \sum_{j=0}^{k-i-2} 2^j)$$

そのような定式化により、「極めて重要」という定性的程度に対応する変動的定量値を求めることができ、それにより適正に一対比較行列を構築し直せるようになる。このような構築手法によると、定性的判断を定量的に表現する場合の不的確性が解消され、評価結果も実際状況と一致し、AHP手法による評価結果の正確性と信頼性も高くなるようになる。

しかし、現実には完全に整合する判断は難しいことであるため、本研究は、完全に整合的でない判断という実際的な場合に対し、一対比較行列の新しい構

築手法も検討することにする。

(2). 完全に整合的でない判断の場合

一般的に、「極めて重要」という程度以内で行う
各々の判断に対し、その定量化の正確さは人間それ
自身の判断の的確さによるものであり、上述の問題
に当たらないと考えられる。ところが、その判断が
「極めて重要」という程度に至ると、上述の問題は
発生する可能性が出てくるようになる。そのため、
本研究は、変動的定量値という概念を引用し、既知
の判断に基づき、その対応的な定量値の求め方、さ
らに一对比較行列の構築手法を提案することにする。

つまり、本研究では、完全に整合的でない判断の
場合、「極めて重要」という程度に至る判断に対し、
それに関連するあらゆる判断を考え、上述のそれら
のあらゆる組み合わせの関係式を幾何平均にし、既
知の判断に基づいた的確な定量値を対応的に推定す
る。

ここでは、一对比較行列に対し、右上角の方向へ
階層的、順番的に各要素をチェックし、 $a_{ik} \geq P$
(P : 「極めて重要」に対応する尺度値である。)の
要素を検出し、さらに、次のようにその適正な定
量値 a_{ik}^* を推定する。

つまり、上述の各要素の組み合わせの関係式の値
を幾何平均にして算出した値 $a_{ik}' \leq P$ であれば、
本研究の問題に当たらないので、元の判断を維持し、
その定量値を「極めて重要」に対応する一般的な意
味での尺度値 (或いは最小の定量値と言える) P に
する。もし、算出値 $a_{ik}' \geq P$ であれば、その算
出値 a_{ik}' をそのまま採用する。即ち、

定量値： $a_{ik}^* = \begin{cases} a_{ik}' & a_{ik}' \geq P \\ P & a_{ik}' \leq P \end{cases}$

5. 交通経路選択の事例

次に大阪市住吉区矢田、公園南矢田 (一丁目) の
住民²⁾ の難波への買い物トリップのケースで、交
通手段の選択に対する調査の一部のデータを利用し、
上述手法の合理性を検証する。

表-2 は上述の手法により算出した比較評価結果
を示している。

表-2 交通経路選択事例の評価結果比較

評価結果比較 ^{*)}	原手法	新手法
一对比較行列有効率	77.1%	92.2%
整合度総合平均値	0.065	0.041
最終経路の適中率	73.4%	75%

*) 一对比較行列有効率：整合度が有効 ($C.I. \leq 0.1$) である一对比較行列
の数の全体の一对比較行列数に占める比率である。
整合度総合平均値：あらゆる一对比較行列の整合度 ($C.I.$) の平均値
である。
最終経路の適中率：各被験者の判断による算出結果が、その事前に選
択した結果と適中する数の全体のサンプル数に占める比率である。

上述の1～9尺度を用いる場合の比較結果により、
原手法に対し、新しい手法により得られる評価結果
はよりよいことを示している、これは人間による定
性的判断の定量的表現をよりの確にするものであり、
人間の判断意識をより正確に反映できることを示し
ている。

6. 結論

AHP手法は有効な評価手法として、かなり応用
されている。しかし、人間の判断意識を適正に表現
するために、重要性尺度、一对比較行列、ウェートの
計算手法などいくつかの面において、まだ改善す
べき面が残されている。本研究は主に、一对比較行
列の構築の場合、重要性尺度の「極めて重要」とい
う定性的程度に対応する定量値の合理性を検討し、
完全に整合する判断のみでなく、完全に整合しない
判断という実用面にも、変動的範囲の定量値という
概念を提出し、それによる一对比較行列の新しい構
築手法を提案した。さらに、交通選択の事例を通じ
て、その合理性と有効性を検証した。今後はその手
法の簡便化、実用化への検討を進めたい。

参考文献

1) Saaty, T.L.: The Analytic Hierarchy Process:
Planning, Priority setting, resource alloca-
tion, McGraw - Hill, (1980)
2) 張崎・西村 昂：AHPにおける重要性尺度の適
当性についての検討、土木計画学研究・講演集
18(2)、pp393～396、1995.12