

カット行列およびO D-カット行列を基礎とした 数理計画問題による道路網感度分析

Sensitivity Analysis of Road Network by Mathematical Programming based on Cut Matrix and OD-cut Matrix

梶谷有三*・田村 亨**・斎藤和夫***

by Yuzo MASUYA, Tohru TAMURA and Kazuo SAITO

1. まえがき

道路網において処理し得る最大交通量を表わす道路網容量は、一般にネットワーク特性（道路網形態、リンクの交通容量等）およびフロー特性（発生・集中交通量、OD交通量、配分交通量（経路交通量）等）によって規定される。したがって、道路網容量による道路網の感度分析は、これら道路網容量を規定する要因が変化したとき道路網容量がどのような影響を受けるかを定量的に分析することによって行うことができる。著者等は、この道路網感度分析を行うために、道路網を構成する各リンクがいずれのフロー水準のカットに含まれているかどうかを表わすカット行列および道路網上の各OD交通がいずれのカットを通過しているかどうかを表わすOD-カット行列の作成を試みてきた。その結果、これらの行列を通してリンクの交通容量あるいはOD交通等の変化が道路網容量に及ぼす影響を容易に分析することができた¹⁾。また、カーブール、バンブールなどによる自動車利用の効率化、自動車交通から公共輸送機関への交通手段の変更、時差出勤あるいは駐車規制等の各種の交通需要マネジメント（TDM）が道路網容量に及ぼす影響についてもカット行列およびOD-カット行列を基礎とした簡単な行列演算を通して考察してきた²⁾。

本研究においては、これらの成果を踏まえて、さらにカット行列およびOD-カット行列を基礎に線形計

画問題（LP問題）および整数計画問題（MIP問題）を定式化した。そして、これら定式化された数理計画問題を通して、自動車交通需要の増大に対処するための各種の道路網容量増強策を考えるうえで有用な道路網感度分析について種々考察を行った。本研究では、まず各リンクの拡幅あるいは新設等による道路網の整備拡充計画によって容量増強策を図る、いわゆるネットワーク特性の面からの道路網感度分析について考察した。次に、フロー特性の面からの感度分析としては、経路誘導あるいは運転者情報システム等の導入による迂回制御などの管理運用計画が道路網容量に及ぼす影響について考えた。さらに、これら道路網整備計画および運用管理計画を同時に考慮した道路網感度分析についてもカット行列およびOD-カット行列を基礎に定式化した問題によって考察した。その結果、簡単な数理計画問題を定式化することによって、ネットワーク特性およびフロー特性それぞれの面からの道路網感度分析を種々考察することができた。

2. ネットワーク特性の面からの道路網感度分析

個々のリンクの拡幅・新設等による交通容量の増加が道路網容量に及ぼす影響あるいは道路網容量を増強するためにはいずれのリンクを対象に容量増加を図るべき等は、各リンクがいずれのカットに含まれているかどうかを表わすカット行列を通して容易に考察できる。しかしながら、数本のリンクを対象に交通容量を増加させようとしたとき道路網容量の増強効果はどの程度あるか、あるいは道路網容量をある値に増強するためにはどの程度のリンク交通容量の増加が必要か等の道路網感度分析についてはカット行列だけでは必ずしも十分考察できない。そこで、ここではカット行列を基礎に定式化した数理計画問題を通して、ネット

キーワード：カット行列、OD-カット行列、道路網感度分析

* 正会員 工博 専修大学北海道短期大学教授
土木科（〒079-01 美唄市光珠内町）
（TEL 01266-3-0250, FAX 01266-3-4071）

** 正会員 工博 室蘭工業大学助教授
建設システム工学科（〒050 室蘭市水元町 27-1）

*** 正会員 工博 室蘭工業大学教授
建設システム工学科（〒050 室蘭市水元町 27-1）

ワーク特性の面からの道路網感度分析について考える。

いま、 n 個のノードと m 本のリンクからなる道路網上に r 個の OD 交通が存在するものとし、 k 番目の OD 交通の構成比を p_k とする。また、感度分析に必要なカットが配分シミュレーション法を基にしたアルゴリズムを通して W 本探索されているとともに、これらのカットを基にカット行列 C および OD-1 カット行列 K も作成されているものとする¹⁾。

まず、制約条件としては式 (1) の各カットごとの容量制限に関するカット条件式、式 (2) の道路網全体で増加可能な交通容量の値に関する条件式、さらに式 (3) の各リンクの容量増加に関する変数 x_i の条件もある。

$$\sum_{i \in R_w} c_i \cdot x_i + C_w \geq NC \cdot P_w \quad (w = 1, 2, \dots, W) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m c_i \cdot x_i \leq TC \quad (2)$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

そして、目的関数としては式 (4) の道路網容量 NC を最大化することとなる。

$$NC \rightarrow \text{最大化} \quad (4)$$

ここで、

c_i : 単位幅員あるいは車線数当たりの交通容量

R_w : カット w を構成するリンクの集合

C_w : カット w の交通容量

P_w : カット w を通過する OD 構成比の和

TC : 増加可能な交通容量の値

式 (1) は、各カットごとの需要 (カットを通過する交通量) と供給 (カットの交通容量) のバランス、すなわち各カットの交通容量は少なくとも当該カットを通過する交通需要以上でなければならない制限式である。第 1 項は、交通需要の増大に伴い増加させなければ交通容量であり、第 2 項は既存道路網にけるカットの容量を表わす。また、右辺の P_w の値は既存道路網を対象に、道路網容量に相当する交通需要を配分シミュレーション法で配分したときの当該カットを通過する OD 構成比の和である。また、式 (1)、(2) の

容量増加に関する変数 x_i は、各リンクの容量増加の単位を幅員とするか車線数とするかによって、連続変数あるいは離散変数を取り得るとともに、定式化される問題も LP 問題あるいは MIP 問題となる。ここで、増加単位の幅員は、車線幅員の拡幅あるいは交通容量を減少させる要因 (たとえば、側方余裕幅の拡幅、沿道条件の整備等) の改善によって対応しようとするものである。そうすると、式 (2) の TC をパラメータとして、 TC を逐次増加させるパラメトリック LP 等を行うと、式 (4) の道路網容量を最大化させるような各リンクの交通容量の増加量が求められる。

このように、探索されたカットを対象にした制約条件式を基に数理計画問題を定式化することによって、ネットワーク特性の面からの道路網感度分析を容易に行うことができる。そして、このような分析を通して交通需要の増大に対する道路網整備拡充計画などを考えるうえで有用な指針を与えることができるものと思われる。

3. フロー特性の面からの道路網感度分析

フロー特性の面からの道路網感度分析としては、前述のように 4 段階推定法の各段階の発生・集中交通、分布交通量あるいは交通手段別交通量などと道路網容量の関係も考えられるが、ここでは配分交通量のうち特に同じカットを 2 度通過する OD 交通を対象に考察を試みる。すなわち、最小カットも含めフロー水準の小さいカットを 2 度通過する OD 交通を対象に、経路誘導あるいは運転者情報システム等の導入による迂回制御などを行うことによって道路網容量の増強が可能であるからである。このことは、2 度通過するような OD 交通は、各 OD 交通の経路選択挙動を踏まえた結果であり、これらの OD 交通をフロー水準の小さいカットを通過しない他の経路を走行させることも可能なためでもある。

同じカットを 2 度通過する OD 交通は、OD-1 カット行列の要素の値が 2 であるかどうかによって求めることはできる。また、個々の OD 交通に対する経路誘導等が道路網容量に及ぼす影響は OD-1 カット行列あるいは OD-1 カット行列から作成される OD-1 カット感度行列を通して容易に考察できる。しかしながら、リンクと同様に多くの OD 交通を対象に迂回制御を考えたときの道路網容量の増強効果はどの程度あるか、

あるいは道路網容量をある値に増強するためにはどの程度のOD交通を対象に迂回制御を行うべき等の感度分析をOD一カット（感度）行列だけでは十分に考察できない。また、迂回制御の場合はOD交通を他の経路に迂回させるためカットによっては逆に通過するOD構成比の和も増加してフロー水準も低下することもある。このような点からも、OD一カット（感度）行列だけから容易に道路網感度分析を行うことができない。

まず、制約条件としては式（1）の迂回制御対象となるOD交通に関する連続条件、式（2）の各カットごとの容量制限に関するカット条件式、さらに式（3）のルート交通量 Y_r^k の条件もある。

$$\sum_{r=1}^{n_k} Y_r^k = p_k \cdot NC \quad (k \in K) \quad (5)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{r=1}^{n_k} w \delta_r^k \cdot Y_r^k + (P_w - \sum_{k \in K} p_w^k) \cdot NC \leq C_w \quad (w = 1, 2, \dots, W) \quad (6)$$

$$Y_r^k \geq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} k \in K \\ r = 1, 2, \dots, n_k \end{array} \right\} \quad (7)$$

そして、目的関数としては前述と同様に式（4）の道路網容量 NC を最大化することとなる。

ここで、

n_k : 迂回制御対象となる k 番目のOD交通の走行経路の本数

K : 迂回制御対象となるOD交通の集合

$w \delta_r^k$: k 番目のOD交通の r 番目のルート交通量がカット w を通過するとき1、そうでないとき0をとる定数

p_w^k : 迂回制御対象となる k 番目のOD交通のカット w を通過していた構成比

式（6）は、前述の式（2）と同様に各カットごとの需要と供給のバランスを考えたもので、第2項は配分シミュレーション法で配分したときに、迂回制御対象となるOD交通 k がカット w を通過していた構成比の値を引いたものである。このことは、迂回制御対象となるOD交通は他経路に再配分され通過するカットも異なってくることもあるからである。迂回制御対象とするOD交通は、前述のようにOD一カット行列か

ら容易に求められる。そして、この問題の場合は取り扱う変数がルート交通量（連続変数）だけであることから、定式化される問題もLP問題のみである。なお、最小カットを2度通過するOD交通がないときには、通過するOD構成比の値の変化によって最小カットのフロー水準を改善することができないことから道路網容量の増強も不可能となる。したがって、迂回制御による容量増強も最小カットを2度通過するOD交通を中心に考えなければならない。

このように、迂回制御対象とするOD交通の連続条件式とカット条件式だけからなるLP問題を定式化することによって、迂回制御等による運用管理計画の面からの道路網容量増強の可能性について容易に考察することができる。

4. ネットワーク特性およびフロー特性の面からの道路網感度分析

ここでは、さらに各リンクの拡張あるいは新設とともにOD交通を対象とした迂回制御、すなわち道路網整備拡充計画および運用管理計画を同時に考慮した道路網感度分析について考える。前述の2つの定式化された問題を基に考えると、以下のように定式化することができる

$$\sum_{r=1}^{n_k} Y_r^k = p_k \cdot NC \quad (k \in K) \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{r=1}^{n_k} w \delta_r^k \cdot Y_r^k + (P_w - \sum_{k \in K} p_w^k) \cdot NC \leq \sum_{i \in L} c_i \cdot x_i + C_w \quad (w = 1, 2, \dots, m) \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^m c_i \cdot x_i \leq TC \quad (10)$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (11)$$

$$Y_r^k \geq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} k \in K \\ r = 1, 2, \dots, n_k \end{array} \right\} \quad (12)$$

そして、目的関数は前述と同様に式（4）の道路網容量 NC を最大化することとなる。

式（9）は各カットごとに需要と供給のバランスを考慮して、迂回制御対象となるOD交通のルート交通量と各リンクの容量増加量を組み込んだものである。問題は、2.で述べたように各リンクの容量増加に關す

る変数の取り扱いに方によって LP 問題あるいは MIP 問題となる。そして、2つの計画を同時に考慮したときの道路網感度分析が可能である。

5. 計算例

ここでは、文献1)と同様に図-1に示す10ノードモデルを対象に分析を行う。各リンクの交通容量は12000台である。図-1及び2に示すカットは、配分シミュレーション法を基にしたアルゴリズムを通して感度分析に必要なカットとして探索したものである。なお、この計算例において道路網容量を算定したところ、図-1に示すカット1が最小カットとなり69767台を得た。また、探索された各カットを通過するOD構成比の和およびフロー水準等を表-1に示した。表-1には、各カットを2度通過するOD交通の構成比の値も示した。

まず、ネットワーク特性の面から感度分析を行うため、探索された21本のカットを対象にカット条件式等を作成してLP問題およびMIP問題を定式化した。式(2)のTCを12000台逐次増加して道路網容量を算定した結果が図-3である。取り扱う変数によって道路網容量の増強程度が異なること、あるいは同じ程度の交通容量を増加させても道路網容量への増強効果も異なること等が理解できよう。また、この図からはある道路網容量に増強するためには、少なくとも道路網全体にどの程度の交通容量の増加が必要かも容易に把握できよう。次に、フロー特性の面から感度分析を行うとしたが、表-1に示すようにこの例においては最小カットを2度通過OD交通がないことから、フロー特性だけでは道路網容量の増強を図ることはできない。したがって、4.で述べたネットワーク特性をも踏まえた感度分析が必要である。

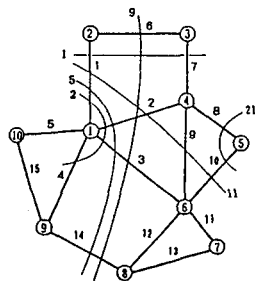


図-1 対象道路網とカット

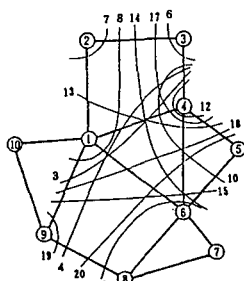


図-2 感度分析に必要な他のカット

表-1 各カットを通過するOD構成比及びフロー水準

カット	交通容量	OD構成比の和	2度通過するOD構成比	フロー水準
1	24000	0.3440	0.0000	69767
2	48000	0.6400	0.0575	75000
3	48000	0.6400	0.0990	75000
4	48000	0.6197	0.0389	77457
5	48000	0.6197	0.0109	77457
6	24000	0.3027	0.0469	79286
7	24000	0.3027	0.0459	79286
8	48000	0.5987	0.0389	80174
9	48000	0.5784	0.0047	82988
10	48000	0.5610	0.0720	85561
11	48000	0.5610	0.0000	85561
12	48000	0.5222	0.1361	91919
13	48000	0.5222	0.0361	91919
14	48000	0.5197	0.0129	92361
15	48000	0.5186	0.0818	92557
16	48000	0.4983	0.0697	96328
17	48000	0.4809	0.0610	99813
18	48000	0.4798	0.0339	100042
19	24000	0.2333	0.0967	102872
20	48000	0.4595	0.0218	104461
21	24000	0.2250	0.0000	106667

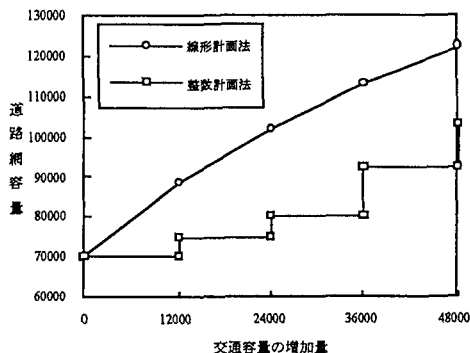


図-3 交通容量の増加と道路網容量

6. あとがき

以上、本研究ではカット行列およびOD-カット行列を基礎にした数理計画問題を定式化して、ネットワーク特性およびフロー特性それぞれの面からの道路網感度分析について考察した。今後は、双対問題をも定式化して、双対変数および余裕変数等からも感度分析について考察を試みて行く。

<参考文献>

- 1) 梶谷・田村・斎藤：道路網感度分析のためのカット行列およびOD-カット行列の作成手法に関する研究、土木学会論文、No.494/IV-24, PP43-52, 1994
- 2) Y. MASUYA, T. TAMURA and K. SAITO: STRATEGIES OF TRAVEL DEMAND MANAGEMENT CONSIDERING ROAD NETWORK CAPACITY, 7th WCTR, Sydney, 1995