【土木計画学研究・講演集 No.18(2) 1995年12月】

ＤＰを用いた鉄道路線設計最適化の基礎的研究

A Study on Optimization Model for Railway Route Location by Dynamic Programming

叶 霞飛* 青島 縮次郎**
by Xiafei YE & Naojiro AOSHIMA

1．はじめに

本研究における鉄道路線設計の最適化とは，ある総合的な評価指標を最小にするような三次元空間における路線位置を決めることである．当該分野に関連する既往研究は，大きく２つに分けられる．一つは，このような設計問題を二段階に分けて解決しようとするものである（例えば，参考文献[1),2)]）．この種の手法は，平面線設計と縦断線設計との関連があまり反映されていないため，最適な路線設計案が得られる保証がなかったと言える．もう一つは，路線の平面・縦断設計線を一括して最適化させるものである(例えば，参考文献[3)-4)])．その中で，Chew, E.P.ら[3)]によるものは，新たな数学的展開を示した理論的な研究成果であるが，しかし実務における設計問題への適用から考えると，大域的最適解を得る保証がなかったし，路線設計で考慮すべき要因が十分に反映されないという問題点もあった．これに対し，筆者ら[4)]は，ランダム探索法を用いた鉄道路線設計の最適化アプローチを提案した．本方法は理論的に大域的意味での最適な鉄道路線設計案を得ることが可能となるが，しかし求解に要する計算時間という点から見ると，必ずしも望ましいものとなっていないのが現状である．

そこで本研究では，以上の研究成果を参考にしつつ，実用性の観点から，最適化問題における陽関数形式の数学的定式化を回避し，鉄道路線設計で考慮すべき要因が十分に反映でき，かつ大域的意味での最適解を得ることができるような，鉄道路線設計最適化の三次元ＤＰモデルの構築を試みる．なお，本モデルは筆者らが開発したアプローチ[4)]の効率性を改良するためのモデルとしても位置づけられる．

キーワード：鉄道計画，鉄道路線設計，ＤＰ

＊学生員　工修　群馬大学大学院博士後期課程　工学研究科
（〒376 群馬県桐生市天神町1-5-1）
＊＊正会員　工博　群馬大学教授　工学部建設工学科

2．目的関数と制約条件

本研究は基礎的研究であることから，研究方法の本質を失わないように留意しつつ，鉄道路線設計代替案の良さを表すための定量的な評価指標である建設コスト，運転コストを含むような総合コストを目的関数とし，次式（１）のように表す．

$$G = A + \sum_{t=1}^{T} B_t/(1+\Omega)^t \qquad \text{---}(1)$$

ここに，

G:総合コスト（万元）

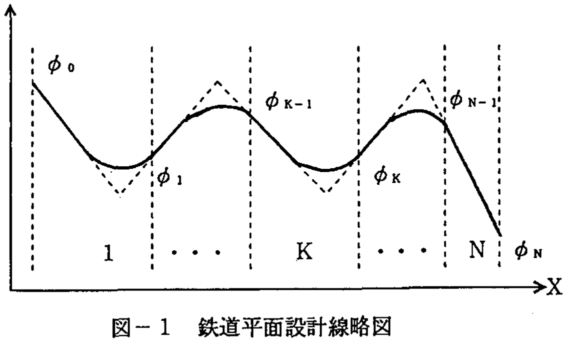
A:建設コスト（万元），本研究ではすべての投資を対象路線の最終完成年度で行うと仮定する．

B_t:第ｔ年度の運転コスト（万元/年）

Ω:割引率

T:鉄道設備の耐用年数，一般的には運営開始年度から３０年間とされる．

さてここで，各平面円曲線の終点を境に，鉄道路線の長さをＮ区間に分け（図－１を参照），そして第Ｋ区間の始点と終点の空間位置をそれぞれ Φ_{K-1}



図－１　鉄道平面設計線略図

とΦ_K(図－1ではΦ_Kの平面上への投影をϕ_Kで表す)で表すと，対象路線の総コストGは各区間のコストの総和として次式（2）のように表すことができる．

$$G=\sum_{K=1}^{N} G_K(\Phi_{K-1}, \Phi_K) \qquad \text{---}(2)$$

ここに，

$$G_K(\Phi_{K-1}, \Phi_K)=A_K(\Phi_{K-1}, \Phi_K)$$
$$+\sum_{t=1}^{T} B_{t,K}(\Phi_{K-1}, \Phi_K)/(1+\Omega)^t \qquad \text{---}(3)$$

となる．但し，

$$A_K(\Phi_{K-1}, \Phi_K)=\sum_{m=1}^{5} A_{m,K}(\Phi_{K-1}, \Phi_K)$$

となる．ここに，$G_K(\Phi_{K-1}, \Phi_K)$, $A_K(\Phi_{K-1}, \Phi_K)$, $B_{t,K}(\Phi_{K-1}, \Phi_K)$はそれぞれK番目の鉄道路線設計区間における総合コスト，建設コスト，及びt年度目の年間運転コストである．また，$A_{m,K}(\Phi_{K-1}, \Phi_K)$（m＝1，5）はそれぞれK番目の鉄道路線設計区間における軌道や鉄道沿線の建築物等に関する工事コスト，盛土や切土等に関する土工コスト，橋梁に関する建設コスト，トンネルに関する建設コスト，及び土地買収に関するコストである．さらに，それらの具体的な表現式は次のとおりである．

$$A_{1,K}=L_K \cdot Cs$$

$$A_{2,K}=\sum_{i=1}^{IK}(C_{i-1} \cdot S_{i-1}+C_i \cdot S_i) \cdot \triangle WX_i/2/10^4$$

$$A_{3,K}=\sum_{r=1}^{RK}(e_r \cdot h_r^2+f_r \cdot |h_r|+g_r)$$
$$+\sum_{p=1}^{PK} C_p(Z_p) \cdot Q_p$$

$$A_{4,K}=\sum_{j=1}^{TK} CT(LT_j) \cdot LT_j/10^4$$

$$A_{5,K}=\sum_{i=1}^{IK}(Cm_{i-1} \cdot W_{i-1}+Cm_i \cdot W_i) \cdot \triangle WX_i/2/10^4$$

$$(K=1, 2, \cdots, N)$$

ここに，

$A_{m,K}$:$A_{m,K}(\Phi_{K-1}, \Phi_K)$(m=1, 5)の略

K:路線始点からの路線設計区間の番号

L_K:K番目の路線設計区間の長さ(km)

Cs:軌道，鉄道沿線の建築物等に関するキロ当たりの工事コスト（万元/km）

i:K番目の路線設計区間始点からの横断面の番号

C_i:i番目の横断面部の土工コストの単価（元/m³）

S_i:i番目の設計横断面面積(m²)

$\triangle WX_i$:i－1番目の横断面とi番目の横断面間の距離(m)

IK:K番目の路線設計区間における横断面の総数

r:K番目の路線設計区間始点からの橋脚，または橋台部の番号

e_r, f_r, g_r:地形・地質のタイプに対応して，主要な橋梁のタイプとスパンごとに，予め最小自乗法で求めたr番目の橋脚，または橋台の工事コストに関する係数

h_r:r番目の橋脚，または橋台部の設計標高と地面標高との差（m）

RK:K番目の路線設計区間における橋脚，橋台の総数

p:K番目の路線設計区間始点からの橋梁の番号

Z_p:p番目の橋梁のスパン（m）

$C_p(Z_p)$:スパンZ_pの梁の単価（万元/1径間）

Q_p:p番目の橋梁の径間数

PK:K番目の路線設計区間における橋梁の総数

j:K番目の路線設計区間始点からのトンネルの番号

$CT(LT_j)$:第j本目のトンネルの施工単価(元/m)

LT_j:第j本目のトンネルの長さ（m）

TK:K番目の路線設計区間におけるトンネルの総数

Cm_i:i番目の横断面部の地価(元/m²)

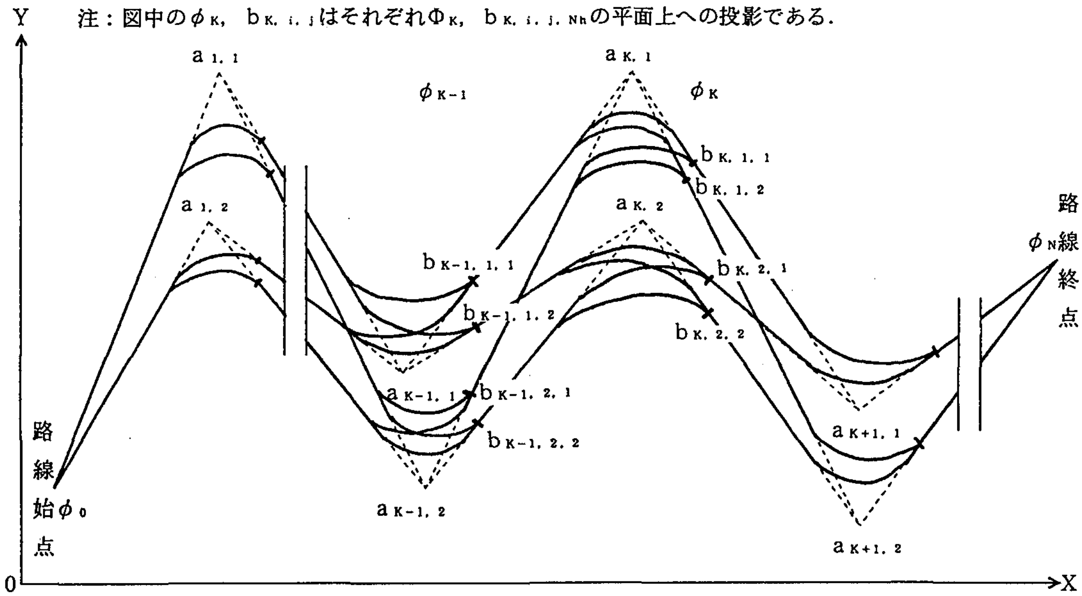
W_i:i番目の横断面部の鉄道用地幅(m)

さらに運転コストについては，次式（4）に示すような簡略的な計算式を取り入れることにする．

$$B_{t,K}(\Phi_{K-1}, \Phi_K)=365 \cdot \xi_K \cdot (NH_t+\eta NK_t)/10^4$$
$$+L_K \cdot C_{Bt} \qquad \text{---}(4)$$

ここに，

ξ_K:K番目の路線設計区間において一本の貨物列車が往復一回走行にかかる走行費（元／本）であり，具体的な計算式は参考文献[7]を参照



図－2　本研究におけるＤＰモデルの構築図例

する．

NH_t：第ｔ年度の貨物列車の片道列車本数(本/日)，当該年度の貨物輸送量の予測値により決められる．

NK_t：第ｔ年度の旅客列車の片道列車本数(本/日)，当該年度の旅客輸送量の予測値により決められる．

η：貨物列車に対する旅客列車の走行費換算係数

L_K：Ｋ番目の鉄道路線設計区間の長さ(km)

C_{Bt}：ｔ年度目のキロ当たりの設備保守費（万元/km•年）．

なお，鉄道路線設計の制約条件に関しては既往研究[4),6)]を参照する．

本研究では，対象最適化問題の目的関数の構造が式（２）に示したように，路線設計区間で分離可能な特徴を持つことを考慮に入れ，大域的な最適解を得ることが可能となる最適化手法であるＤＰ[5)]を導入する．

３．本研究におけるＤＰモデルの定式化と求解

（１）鉄道平面設計線代替案の作成

鉄道平面設計線（ここでは平面緩和曲線を考慮しないことにする）は各平面折線の交点位置と各平面円曲線半径によって決められる．本研究は技術者によって提案される各折線交点位置の計画範囲や各円曲線半径の望ましい値などをベースとし，それらの情報を用いることにより，図－２に示すような対象路線計画範囲内におけるすべての平面設計線代替案を作成する（但し，図－２は各折線交点位置の代替案が二つしかない場合の図例である）．

（２）ＤＰモデルの定式化

もし各折線の交点位置の代替案をＭ個（図－２の例ではＭ＝２である）とすると，本研究では，Ｋ番目の路線設計区間終点の代替案，即ちすべての折線($a_{K,i}$, $a_{K+1,j}$)(i, j=1, 2, •••, M)上の$a_{K,i}$から最も離れているような平面円曲線の終点（即ち当該折線上にくるすべての平面設計線代替案の共通点になり，代替案評価の基準点となる）における空間変数をΦ_Kで表し，第Ｋ段階における状態と見なす．そして上述のような各平面円曲線終点における路線設計の縦標高の計画値の数をＮＨ個とすると，変数Φ_Kのとる範囲はＭ×Ｍ×ＮＨ個の元からなる集合となり，これをU_Kで表すこととする．ここで，図－２を例にあげると，

$$\Phi_K \in U_K = \left\{ \begin{array}{l} b_{K,1,1,Nh},\ b_{K,1,2,Nh},\ b_{K,2,1,Nh}, \\ b_{K,2,2,Nh};\quad Nh=1, 2, \cdots, NH \end{array} \right\}$$

となる．但し，$b_{K,i,j,Nh}$は折線($a_{K,i}$, $a_{K+1,j}$)上の，K番目の路線設計区間終点の代替案の一つとなるような平面円曲線終点の三次元空間における位置を表すものである．

また，状態Φ_Kに行けるような状態変数Φ_{K-1}全体の集合を$V_K(\Phi_K)$として定義する．ここで，図－2の中の一例を示すと，次のとおりである．

$$V_K(b_{K,1,1,Nh}) = \left\{ \begin{array}{c} b_{K-1,1,1,Nh},\ b_{K-1,2,1,Nh}; \\ Nh=1,2,\cdots,NH \end{array} \right\}$$

ここで，第K段階における状態$\Phi_K \in U_K$から路線始点までの最適な路線設計に対応する工事コストを$f_K(\Phi_K)$とすると，その$f_K(\Phi_K)$と一時点前の段階における$f_{K-1}(\Phi_{K-1})$との間には次の関係式（５）が成り立つ．

$$f_K(\Phi_K) = \min_{\Phi_{K-1} \in V_K(\Phi_K)} \{ G_K(\Phi_{K-1}, \Phi_K) + f_{K-1}(\Phi_{K-1}) \}$$

$$(K=1,2,\cdots,N) \qquad \text{---}(5)$$

但し，$f_0(\Phi_0)=0$である．そして，$G_K(\Phi_{K-1}, \Phi_K)$は状態Φ_{K-1}から状態Φ_Kへの総合コストである．

（３）第K段階における状態間の総合コストの計算

上式（５）における$G_K(\Phi_{K-1}, \Phi_K)$は式（３）によって求められる．但し，式（３）における土工コスト等の項目を計算するために，当該区間の縦断設計線が必要となる．そこで，本研究では，既往研究で示したデジタル地形モデル[4]を用い，対象区間の平面設計線に対応する地形情報を，既往研究で示した鉄道縦断線設計の最適化モデル[6]に提供し，当該区間の最適な鉄道縦断設計線を決める．そして，それと当該区間の平面設計線のデータをもとに，式（３）により，状態Φ_{K-1}から状態Φ_Kへの総合コストを求めるのである．

（４）制約条件の処理

本研究では，第K段階における状態Φ_{K-1}から状態Φ_Kへの代替案が制約条件を満たさない場合，その段階における総合コストの増量$G_K(\Phi_{K-1}, \Phi_K)$を無限大として取り扱うことにする．

（５）最適な鉄道路線設計案の求解

上述のＤＰの関数方程式（５）より，すべての$\Phi_K \in U_K$に対し，各$f_K(\Phi_K)$の値を$K=1,2,\cdots,N$の順に計算し，最終的に$f_N(\Phi_N)$の値を求める．この$f_N(\Phi_N)$は与えられた条件下での最適値である．それから，上の過程と逆に，$K=N,\cdots,2,1$の順に，各段階における最適な状態(空間変数)を求めることができる．そうすることにより，全体的な鉄道路線設計の最適案が得られることになる．

４．おわりに

本研究では，筆者らの既往研究[4),6)]を踏まえ，ＤＰの手法を適用した鉄道路線設計最適化の三次元モデルを構築した．本モデルの特徴をまとめると，次のようになる．

（１）本モデルでは，ＤＰの手法を用いることにより，目的関数の定式化と制約条件の処理を容易なものにした．また，それに基づく最適化モデルは偏導関数を基礎とする最適化手法に基づく最適化モデルより実用化されやすいという長所を有している．

（２）本モデルにより，理論的に大域的意味での最適な鉄道路線設計案を得ることが可能になったと考える．

参考文献

1) Amkeutz, Emde, Hamester : "EPOP−I (Entwurfsfindung und Optimierung im Strassenbau Benutzerhandbuch)" Beratende Ingenieure Heusch/Boesefeldt, Aachen, 1980.
2) 枝村俊郎・長尾克宏・笹川耕司 ： 道路路線計画システムの開発，土木学会論文集，No.464/Ⅳ-19, pp.83～90, 1993.
3) Chew, E.P., Goh, C.J. and Fwa, T.F. : Simultaneous optimization of horizontal and vertical alignment for highways, Transpn. Res. B, Vol. 23B, No. 5, pp.315 ～ 329, 1989.
4) 叶霞飛・青島縮次郎・宿良：コンピュータ支援による鉄道路線設計の最適化アプローチについて，土木情報システム論文集，Vol.3, pp.79～86, 1994.
5) 岩本誠一：動的計画論，九州大学出版会，1987.
6) 叶霞飛・青島縮次郎・宿良：Bスプライン関数を用いた鉄道縦断線設計の最適化モデル，土木学会論文集，No.488/Ⅳ-23, pp.101～110, 1994.
7) 郝瀛：鉄路選線設計，中国鉄道出版社，1988.