【土木計画学研究・講演集 No.18(2) 1995年12月】

空間分布適合度指標（ＳＦＩ）に基づく絶対評価のためのサンプリングシミュレーションの検討*

Sampling Simulation For the Absolute Evaluation based on Spatial Fit Indicators (SFI)

宮本和明**・土田一雄***

By Kazuaki MIYAMO and Kazuo TSUCHIDA

１．はじめに

都市内の人口分布をはじめとする空間分布を計量的に予測するモデルは数多く使われているが、その予測値分布と観測値分布の適合度を空間分布として適切に評価できる指標が存在しない。この問題意識のもとに、著者達は空間分布を対象とした計量モデルの予測性能を、一般的に用いられている相関係数等と比べより適切に評価するための指標として、空間分布適合度指標（ＳＦＩｓ）を提案している。

この指標は予測値分布から観測値分布を再現するために要する「誤差の輸送費用」に基づいて，予測値分布の観測値分布に対する適合度を評価するものである。この輸送費用には，個々の配分要素が特定化できる時に唯一値が確定する場合（確定ＳＦＩ），個々の配分要素が特定化できない時の最小値（最小ＳＦＩ），平均値（平均ＳＦＩ），最大値（最大ＳＦＩ）の４種類が存在することを示している。そして，いくつかの予測値分布を相対的に比較する場合は，評価の目的にあった特定のＳＦＩをそれぞれの分布に対して計算するだけで，その値が小さいものの方が適合度の高い分布と評価できる。さらに、各分布の適合度を絶対的に評価する必要がある場合には，ＳＦＩの母分布を求める必要があるが，ＳＦＩの母分布は解析的導出が極めて困難であるため数値シミュレーションが必要となる。[1)]

本稿は、その絶対的な評価方法に関して、参考文献１で用いた「ゾーンに着目した最小ＳＦＩ」を例にとり，また、参考文献２で述べた新しい関数型を導入し少ないシミュレーション回数で絶対評価を精度良く行うための方法について述べるものである。

*ｷｰﾜｰﾄﾞ：空間分布、適合度指標、土地利用モデル

**正員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科（〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉 TEL022-217-7475,FAX 022-217-7477）

***学生員　横浜国立大学大学院工学研究科（〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台 TEL045-335-1451,FAX045-331-1707）

２．最小ＳＦＩ（ＳＦＩＬ）

最小ＳＦＩは以下に述べるように、個々の配分要素が特定化されない場合には、空間分布間の最も一般的な類似度を示すと考えられ、他の最大および平均ＳＦＩと比べ、最も必要性が高い指標と考えられる。たとえば、３次元地形間の類似度といった物理的な空間分布に対して最も解釈が容易な指標としての適用が考えられる。総量一定の仮定をすれば，最小ＳＦＩの意味は、各ゾーンにおける予測値と観測値の差すなわち「誤差」を最も効率よく移動させて観測値分布を再現するとした場合の総輸送費用である。すなわち過大予測ゾーン i の過大量を a_i，過小予測ゾーン j の過小量を b_j とする。ここで過大予測ゾーン数と過小予測ゾーン数をそれぞれ l，m とする。さらに，過大予測ゾーンを供給値，過小予測ゾーンを需要値とみなすことにより，供給値 i から需要値 j への輸送量を X_{ij}，i，j ゾーン数間の輸送費用をゾーン間距離 d_{ij} で表す。最適輸送量を求める問題は，総輸送費用を表す目的関数をＳとして，以下の線形計画の輸送問題として定式化でき、ＳＦＩＬはこのＳの最小値として求められる。

（供給制約）$\Sigma X_{ij} \leqq a_i$

（需要制約）$\Sigma X_{ij} \geqq b_j$

（非負条件）$X_{ij} \geqq 0$ $(i=1,\cdot\cdot,l;\ j=1,\cdot\cdot,m)$

$$S=\Sigma d_{ij}X_{ij} \rightarrow \min$$

３．絶対評価の考え方

本研究における絶対評価とは，「観測値分布に対して存在し得る全ての予測値分布の集合から与えら

れるＳＦＩの分布において，評価対象である予測値分布のＳＦＩの絶対的な位置づけを指標を用いて示すこと」と考えている。はじめに示した４種類のＳＦＩｓに対応する絶対評価指標を絶対評価指標（ＳＦＧｓ：Spatial Fit Grades）と表し、ＳＦＩｓの母分布に基づいて以下のように求めている。

ＳＦＩｓの母分布の縦軸を相対比率に置き換えて全面積を１に正規化した分布を用いた場合図２のように横軸に（－ＳＦＩ）をとると（－ＳＦＩ）が小さい方からの累積相対比率，いいかえると，図１の斜線部分の面積の大きさが絶対的な適合度を示す指標として用いられると考えられる。

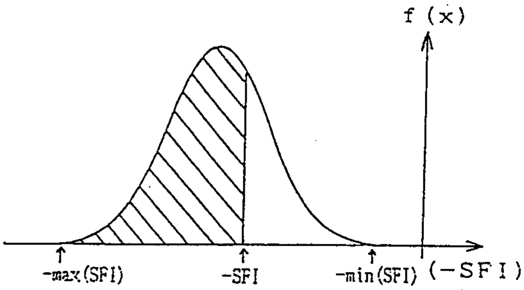

図１　空間分布適合度の絶対評価指数の導出方法

本研究ではこの累積比率を用いて，ＳＦＧｓとしている。ＳＦＧｓは基準の設定の仕方によりその値域が設定されるが，後に述べるような解釈をするために，先の累積比率が０の場合を－１，１の場合を１となるように設定する。すなわち，図１に示す相対比率の密度関数をｆ（Ｘ），ＳＦＩの最大値をmax（ＳＦＩ）とおくと，式（１）のようになる。

$$\mathrm{SFG}(\mathrm{SFI}) = 2 * \int_{-\max(\mathrm{SFI})}^{-\mathrm{SFI}} f(x)\,dx - 1 \qquad \text{式（１）}$$

ＳＦＧは，相関係数と同じ値域であり，また，同様の意味に解釈することができる。すなわち，１の場合は最良の適合度を示し，０の場合は相関係数の無相関に相当し，そして－１の場合には全く観測値分布と逆の分布とみなせる。一方，ＳＦＧも各ＳＦＩに対応して複数個定義できるという意味で一般的にＳＦＧｓと表している。

４．絶対評価のための乱数シミュレーション

絶対評価を行う際には、予測値分布の集合を求める必要があるが，ここでは「ゾーン」に着目する方法を考える。すなわち各ゾーンに乱数を発生させその値に比例して，配分対象の要素を各ゾーンに配分するものである。この方法では，各ゾーンのシェアにより絶対評価が決定することから，配分対象の単位に絶対評価は依存しなくなる。

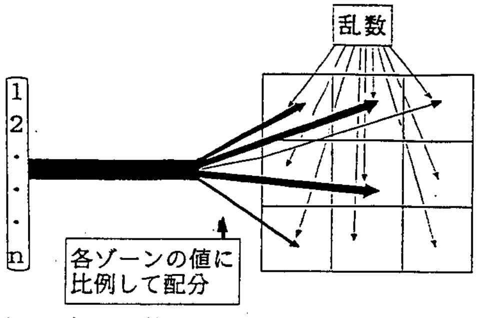

図２　ゾーンに着目したシミュレーション

観測値分布に対して想定される予測値分布の作成は以下のように乱数を用いて行っている。ここで、ゾーン数をｎとおく。各ゾーンのシェアを求める問題と考えると、０から１の数直線をｎ個に分割する乱数シミュレーションと考えることが出来る。すなわち、一つの予測値分布を求めるには以下のように行う。まず、①（ｎ－１）個の乱数を０～１の間に発生させ，数直線上に落とす。次いで、②数直線上で０から最初の乱数値までをゾーン１のシェア、次の乱数値間の間隔をゾーン２のシェアというようにｎ個のゾーンのシェアを得る。そして、③各ゾーンのシェアに観測値合計を乗ずることにより予測値分布が求められる。

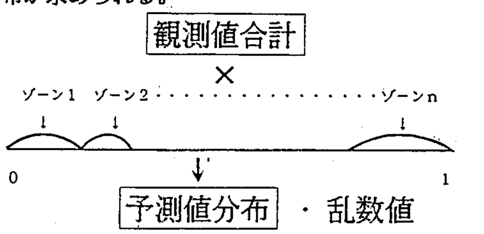

図３　ゾーンに着目したシミュレーションにおける各ゾーンのシェアの求め方

５．新しい関数型の考え方

先に述べた相対比率の密度関数ｆ（Ｘ）は，その関数型を直接求めることはできない。そこで累積相対比率は０～１までの値をとるゆえ，累積相対比率

の関数型を，シミュレーションで求めたＳＦＩの分布からパラメーターを使って再現する必要がある。ここでＳＦＩの累積関数は，ＳＦＩが最小値０からSFI_{MAX}まで分布することから必ずしも対称型にならないこととその累積相対比率が０と１に漸近する特徴から，Ｘ軸に小さい方からの累積相対比率，Ｙ軸にＳＦＩの値をとるとＸ，Ｙの関係は次のような式（２）に近似できると考えられる。

$$Y = \frac{C}{X^{a} \cdot (1-X)^{b}} \qquad \text{式 (2)}$$

Ｘ：累積相対比率　Ｙ：ＳＦＩ

ａ，ｂ，ｃ：パラメーター

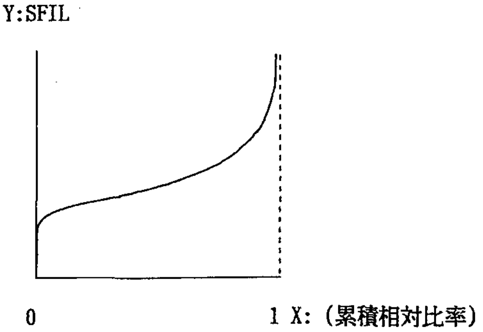

図4　ＳＦＩ母分布近似曲線の一般型

実際には，Ｙ（ＳＦＩ）からＸ（累積相対比率）の値を求め，ＳＦＧを算出するが，式（２）において解析解を求めるのは不可能なので本稿では，二分法を用いて$1/2^{20}$まで収束計算させている。

６．実際の適用例

図５にみられるような多数ゾーンにおけるＳＦＩを実際に計算し，近似曲線を用いて絶対評価を行った。今回例として挙げた多数ゾーンの場合には，各予測値分布に対するＳＦＩの計算にかなりの時間を要することから，シミュレーション回数が必然的に制約を受けることになる。そこでまず大型計算機で予測値分布を発生させ，真値に近い母分布を求める。その１００００個の予測値分布からシミュレーション結果および近似曲線をそれぞれプロットしたのが図６である。またＳＦＧが０．９，０．８，０．７，０．６，０．５に相当するＳＦＩの値を求めたものが表１である。

3	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3
3	5	5	5	3	0	3	5	5	5	3
3	5	7	5	3	0	3	5	7	5	3
3	5	5	5	3	3	3	5	5	5	3
3	3	3	3	5	5	5	3	3	3	3
0	0	0	3	5	7	5	3	0	0	0
3	3	3	3	5	5	5	3	3	3	3
3	5	5	5	3	3	3	5	5	5	3
3	5	7	5	3	0	3	5	7	5	3
3	5	5	5	3	0	3	5	5	5	3
3	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3

観測値合計　４２７

隣合うゾーン間の中心距離　２

図５　多数ゾーンの例として用いた観測値分布

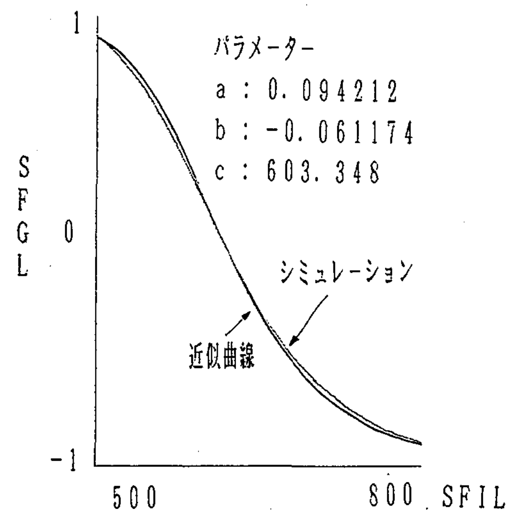

図６　１００００個の予測値分布のプロット

表１　各ＳＦＧに相当するＳＦＩＬの値

ＳＦＧＬ	ＳＦＩＬ
０．９	５０４．７５
０．８	５２９．３０
０．７	５４５．５３
０．６	５５８．３９
０．５	５６９．５２

これらによると，近似関数を用いるとシミュレーションの値よりＳＦＩとＳＦＧの関係をより明確に再現でき，ＳＦＧの値を算出する事ができる。しかし先に述べたように多数ゾーンの予測値分布を数多く発生させると時間がかかり，絶対評価を行う際に簡便であるとは言い難い。そこで図８にみられるようなフローチャートのようにサンプリングシミュレ

ーションを行いどれほどの予測値分布があれば絶対評価の精度が保たれるか変動係数で評価を行った。まず大型計算機で求めた予測値分布からまずパラメーターを求め，ＳＦＧが表１にみられるような時のＳＦＩの値を算出した。次にその予測値分布から１００個，５００個，１０００個を２０回ずつサンプリングし表１の時のＳＦＧを求めた場合どのような値になるか調べた。その結果が表２～表４である。

表2　１００個を２０回抜き出し

	０．９	０．８	０．７	０．６	０．５
平均値	0.883558	0.774704	0.669715	0.567904	0.46877
標準偏差	0.033090	0.043922	0.051798	0.058651	0.064341
変動係数	0.037462	0.056686	0.077343	0.103277	0.137224
最大値	0.952108	0.874376	0.781191	0.684725	0.594816
最小値	0.818445	0.692011	0.564066	0.446535	0.336966

表3　５００個を２０回抜き出し

	０．９	０．８	０．７	０．６	０．５
平均値	0.896047	0.787652	0.700468	0.603809	0.507334
標準偏差	0.015027	0.020321	0.024882	0.029659	0.034518
変動係数	0.016771	0.025476	0.035536	0.049120	0.068037
最大値	0.923727	0.842318	0.759348	0.673843	0.584736
最小値	0.869379	0.771349	0.66091	0.552633	0.44628

表4　１０００個を２０回抜き出し

	０．９	０．８	０．７	０．６	０．５
平均値	0.895514	0.793402	0.692301	0.591892	0.491981
標準偏差	0.009394	0.014819	0.019320	0.023199	0.026513
変動係数	0.010490	0.018675	0.027907	0.039194	0.058889
最大値	0.921751	0.83238	0.737432	0.638559	0.53268
最小値	0.879137	0.759462	0.642878	0.529463	0.419046

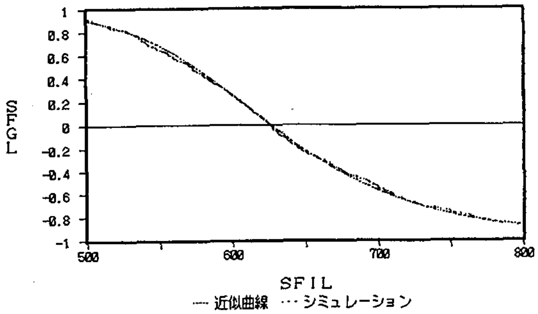

図7　５００個の予測値分布のプロット

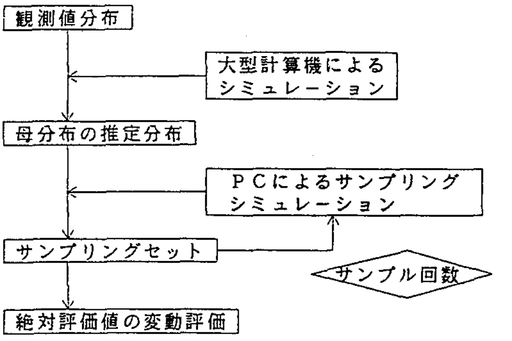

図8　サンプリングシミュレーション

この値から判断するとどの程度の誤差を許すかという問題もあるがおおむね５００個の予測値分布を求めれば絶対評価は可能であると言える。計算時間はＤＸ２で約１０００分である。

７．おわりに

本研究においては，空間分布適合度指標ＳＦＩｓに基づく絶対評価指標であるＳＦＧｓについて，ゾーンに着目したＳＦＩＬを例に，多数ゾーンにおける例を実際に計算することにより，検討を行った。

その結果、近似曲線を用いた絶対評価の方法に関して、数値シミュレーションを行いある程度の個数のＳＦＩを計算すれば絶対評価の精度が保証されるということがわかった。ＳＦＩは人口分布等の土地利用予測に限らず、空間分布に関する他の多くの分野にも適用可能であり，今後は交通ＯＤ分布の評価についても適用性を探る予定である。今回述べた絶対評価指標であるＳＦＧは，ＳＦＩの母分布形を導出する際の数値シミュレーションを必要とすることから，単独にプログラムを作成することは、相関係数の場合とは大きく異なり、容易ではないが，現在開発中のプログラムパッケージを用いれば簡単に絶対評価を行うことができる。

参考文献

１）宮本和明，土田一雄，三浦良平：空間分布適合度指標（ＳＦＩｓ）に基づく絶対評価の方法，土木計画学研究・講演集，NO17，ｐｐ523-526，１９９４
２）土田一雄，宮本和明：ＳＦＩに基づく空間分布の絶対評価システム，土木学会第５０回年次講演会概要集，１９９５